

**Faculdade de Ciências e Tecnologia
Universidade do Algarve**

Biofísica



Notas de Biofísica para a disciplina de Biofísica e Bioquímica
do curso de Enfermagem
Escola Superior de Saúde de Faro

José Figueiredo

2005

Um dos *mandamentos* da Física, e da Ciência em geral, é “desconfiar das afirmações das sumidades’’: não esquecer que os cientistas são primatas e, portanto, muito propensos a hierarquias de domínio.

Notas de Biofísica para a disciplina de Biofísica e Bioquímica do curso de Enfermagem Escola Superior de Saúde de Faro (versão 0.1¹)

Nota Prévia

Estas notas destinam-se a alunos de cursos das áreas da saúde. Não pretendem ser enciclopédicas nem se assumem como tendo a “papa toda”. Espera-se que o aluno faça um trabalho sério, empenhado e seja um leitor atento. O aluno, após assistir às aulas, deve estudar todos os assuntos por si, tentar fazer os problemas, e, se necessário, voltar a ler os textos relevantes ao problema. Deve ter sempre presente que a aprendizagem ocorre pensando criticamente nos assunto e resolvendo problemas.

Estas notas não dispensam ou substituem, aliás recomendam vivamente, a frequência das aulas e a consulta (sempre que sejam consideradas insuficientes) de outras fontes, nomeadamente as citadas na bibliografia, e servem apenas para orientar o aluno no seu estudo.

Convém referir que o conjunto destas notas está incompleto (faltam muiiiiitas figuras - recomenda-se, por isso, a consulta das ilustração constantes na bibliografia - , ...) e, poderá conter (e tem com certeza) erros involuntários (de dactilografia ou de outra natureza).² Agradece-se a comunicação dos mesmos, bem como o envio de comentários, para jlongras@ualg.pt.

O autor agradece ao Professor Paulo Seara de Sá a cedência das notas manuscritas de Biofísica, que foram um guia precioso na preparação destas notas.

Bom trabalho!

Gambelas, Novembro de 2005

José Figueiredo

Departamento de Física da Universidade do Algarve, Faculdade de Ciências e Tecnologia, Universidade do Algarve, Campus de Gambelas, 8000-117 FARO, Portugal.

URL: <http://w3.ualg.pt/~jlongras/> E-mail: jlongras@ualg.pt

¹Preparado em L^AT_EX 2_ε.

²Tendo em conta o procedimento do ano lectivo 2004/2005, esperava-se que a componente de Biofísica fosse leccionada após a componente de Bioquímica. Em consequência, as estas notas são preparadas à medida que as matérias são leccionadas, não permitindo uma revisão crítica cuidada. Mesmo assim optou-se por fornecer este material aos alunos.

Programa do módulo de Biofísica

Unidade Curricular de Biofísica e Bioquímica

Ano Lectivo 2005/2006

Curso de Licenciatura em Enfermagem

Escola Superior de Saúde de Faro

Escolaridade: 10 horas (teóricas/teórico-práticas)

Objectivos pedagógicos

Introduzir os conceitos e desenvolver atitudes e competências associadas à disciplina de Física, que facilitam a compreensão e a análise dos fenómenos biofísicos característicos do corpo humano. Pretende-se também contribuir para o desenvolvimento do espírito crítico e analítico dos estudantes.

Conteúdos programáticos:

1. Conceitos e atitude fundamentais em Física

O método científico e a linguagem da Física. Unidades fundamentais de medida. Sistema Internacional de Unidades (SI). Regras para a escrita das unidades e das grandezas. Aproximações e estimativas.

2. Mecânica

Deslocamento, espaço percorrido, velocidade, aceleração. Efeitos da aceleração no corpo humano. Tipos de movimento, cinemática da rotação. Massa, momento linear, força, leis de Newton, leis de força, metodologia para aplicação das leis de Newton. Centro de massa, centro de gravidade e força peso de um corpo. Momento angular e momento de uma força. Equilíbrio estático do corpo rígido. Trabalho, energia potencial, energia cinética, potência, energias não-mecânicas. Leis de conservação da energia, do momento linear e do momento angular. Estrutura do corpo humano: esqueleto, músculos, articulações, e fracturas. Aplicações: velocidade em corridas, quebra de ossos nos saltos, tracção de membros do corpo humano, distribuição de massa do corpo humano, forças nos músculos e nos ossos, forças na articulações, forças na coluna, balanço energético nos saltos.

3. Fluidos

Tipos de fluidos, densidade e pressão. Lei fundamental da hidrostática, pressão atmosférica, princípio de Pascal e prensa hidráulica. Força de impulsão e princípio de Arquimedes. Movi-

mentos estacionário e turbulento de fluidos. Equação da continuidade e equação de Bernoulli. Fluidos viscosos, efeitos da viscosidade, regimes de escoamento, velocidades de escoamento e caudal. Sistema cardiovascular, escoamento do sangue, vasodilatação dos vasos sanguíneos, pressão arterial, medição da tensão arterial. Aplicações: aterosclerose, hipertensão, acidente isquémico transitório, paragem cardíaca.

4. Campo eléctrico e corrente eléctrica

Interações fundamentais. Carga eléctrica, condutores e dieléctricos, conservação da carga eléctrica, força electrostática e lei de Coulomb. Campo eléctrico, energia potencial electrostática, potencial e diferença de potencial. Capacidade eléctrica, potenciais em membranas e impulsos nervosos. Corrente eléctrica, intensidade de corrente eléctrica, lei de Ohm, resistência eléctrica e resistividade eléctrica. Aplicações: efeitos da corrente eléctrica no corpo humano.

Bibliografia

- Notas de Biofísica para a unidade curricular de Biofísica e Bioquímica, José Figueiredo, Departamento de Física da Universidade do Algarve, 2005.
- General Physics with Bioscience Essays, J. B. Marion e W. F. Hornyak, Wiley, 1979.
- Fundamentals of Physics, David Halliday, Robert Resnick, Jearl Walker, Wiley, 2004.

Metodologia

Pedagógica

O método de ensino baseia-se na apresentação de conceitos, na explicação e na demonstração de fenómenos, procurando induzir nos alunos pensamento e raciocínio activos.

Avaliativa

A avaliação do módulo de Biofísica será efectuada através de uma frequência: - 22 de Novembro de 2006, das 16h às 18 horas.

Para que o aluno esteja aprovado na Unidade Curricular deverá ter classificação igual ou superior a 9,5 valores em cada um dos módulos.

A classificação final da unidade curricular será a média ponderada da classificação obtida no módulo da Biofísica com a obtida no módulo da Bioquímica, aplicando-se a seguinte fórmula:

$$\text{Classificação Final} = \frac{1 \times \text{Biofísica} + 2 \times \text{Bioquímica}}{3}$$

O docente, José Figueiredo (E-mail: [jlongras@ualg.pt](mailto: jlongras@ualg.pt), URL: <http://w3.ualg.pt/~jlongras/>)

Conteúdo

1	Conceitos e atitudes fundamentais em Física	1
1.1	Física: a ciência da descoberta	1
1.2	O método científico e a linguagem da Física	3
1.3	Unidades fundamentais de medida	4
1.3.1	Sistema Internacional de Unidades (SI)	5
1.3.2	Regras para a escrita das unidades e das grandezas	7
1.4	Aproximações e estimativas	9
1.4.1	Exercícios	9
1.5	Bibliografia	10
2	Mecânica	11
2.1	Noções de cinemática	11
2.1.1	Vector posição e vector deslocamento	12
2.1.2	Celeridade, velocidade e aceleração	14
2.1.3	Tipos de movimento	17
2.1.4	Cinemática da rotação	20
2.1.5	Exercícios	21
2.2	Noções de dinâmica	23
2.2.1	Momento linear e centro de massa	23
2.2.2	Leis de Newton do movimento	25
2.2.3	Leis de força	31
2.2.4	Força peso de um corpo	34
2.2.5	Dinâmica da rotação	37
2.2.6	Metodologia para aplicação das leis de Newton	39
2.2.7	Exercícios	39
2.3	Noções de estática	40
2.3.1	Estática da partícula	40

2.3.2	Estática do corpo rígido	41
2.3.3	Exercícios	42
2.4	Trabalho e energia	43
2.4.1	Trabalho	43
2.4.2	Energia cinética e lei do trabalho-energia	44
2.4.3	Energia potencial	45
2.4.4	Lei da conservação da energia mecânica	46
2.4.5	Potência e rendimento de uma máquina	47
2.4.6	Exercícios	47
2.5	Leis de conservação dos momentos linear e angular e da energia	48
2.5.1	Lei geral da conservação do momento linear	49
2.5.2	Lei geral da conservação do momento angular	49
2.5.3	Lei geral da conservação da energia	49
2.5.4	Exercícios	50
2.6	Aplicações: movimentos e forças no corpo humano	51
2.6.1	Estrutura do corpo humano: esqueleto, músculos e articulações	51
2.6.2	<i>Estar de pé e caminhar</i>	55
2.6.3	Braço suportando uma massa	57
2.6.4	Forças na articulação da anca	58
2.6.5	Forças na coluna	58
2.6.6	Quebra de ossos nos saltos	60
2.6.7	Salto em altura a partir do repouso	61
2.6.8	Salto em altura, antecedido por corrida	61
2.6.9	Tração de membros do corpo humano	62
2.7	Bibliografia	62
3	Mecânica dos fluidos	63
3.1	Hidrostática	63
3.1.1	Fluido	63
3.1.2	Densidade ou massa volúmica	64
3.1.3	Equilíbrio hidrostático	65
3.1.4	Pressão	65
3.1.5	Princípio fundamental da hidrostática ou lei de Stevin	66
3.1.6	Pressão atmosférica e experiência de Torricelli	67

3.1.7	Lei de Pascal e prensa hidráulica	68
3.1.8	Impulsão e princípio de Arquimedes	70
3.1.9	Exercícios	74
3.2	Hidrodinâmica	74
3.2.1	Movimento estacionário e movimento turbulento de um fluido	75
3.2.2	Equação da continuidade	76
3.2.3	Equação fundamental da hidrodinâmica	77
3.2.4	Viscosidade	80
3.2.5	Regimes de escoamento e o número de Reynolds	81
3.2.6	Velocidade de escoamento e caudal	81
3.2.7	Aplicação: vasodilatação dos vasos sanguíneos	82
3.2.8	Exercícios	83
3.3	Aplicações: sistemas cardiovascular	85
3.3.1	Sistema vascular	85
3.3.2	O sangue	86
3.3.3	O coração	87
3.3.4	Circulação do sangue	88
3.3.5	Pressão arterial	89
3.3.6	Medição da tensão arterial	90
3.3.7	Principais doenças cardiovasculares	91
3.4	Bibliografia	94
4	Campo eléctrico e corrente eléctrica	95
4.1	Interacção fundamentais	95
4.2	Campo eléctrico e força eléctrica	96
4.2.1	Carga eléctrica	97
4.2.2	Força electrostática e lei de Coulomb	98
4.2.3	Campo eléctrico	100
4.2.4	Energia potencial electrostática	101
4.2.5	Potencial eléctrico	102
4.2.6	Capacidade eléctrica	103
4.2.7	Potenciais em membranas e impulsos nervosos	104
4.2.8	Exercícios	108
4.3	Corrente eléctrica	108

4.3.1	Intensidade de corrente eléctrica	108
4.3.2	Lei de Ohm	110
4.3.3	Resistência eléctrica e resistividade	110
4.4	Aplicações: efeitos da corrente eléctrica no corpo humano	111
4.5	Exercícios	112
4.6	Bibliografia	113

Capítulo 1

Conceitos e atitudes fundamentais em Física

¹A **Física** é a ciência que estuda os fenómenos naturais; \sim atómica: estudo das propriedades físicas dos átomos considerados como um todo, isto é, núcleo e certo número de electrões associados; \sim nuclear: estudo das propriedades físicas dos núcleos atómicos, associado ao tratamento matemático destas propriedades. (Do gr. *physiké* [epistéme] «ciência da natureza», pelo lat. *physica*-, «física; ciências naturais».)

Muitas das melhorias ocorridas nas condições de vida da humanidade devem-se às descobertas da Física. Atente-se, por exemplo, no impacto da descoberta do raios X, em 1895 por W. C. Röntgen, na Medicina, na Biologia e na Química. Para se ter uma ideia do impacto de algumas destas descobertas, basta considerar o número de cidadãos na faixa etária dos 50 aos 80 anos ainda vivos, em resultado do uso de “pacemakers” e de toda a restante panóplia de equipamentos usados pela enfermagem e medicina modernas.

O objectivo deste capítulo é alertar para a necessidade do desenvolvimento de um espírito crítico e analítico, essencial ao bom desempenho nas disciplinas de Física. Com este propósito, discutem-se alguns dos conceitos, atitudes e competências associadas à disciplina de Física que, se assimilados, tendem a facilitar o estudo e a compreensão dos fenómenos físicos. Introduzem-se as unidades de medida das diferentes grandezas físicas e as regras de escrita das grandezas e das unidades do sistema legal de unidades de medida adoptado em Portugal. Por fim, alerta-se para o desenvolvimento da capacidade de fazer aproximações e estimativas.

1.1 Física: a ciência da descoberta

A Física tem vindo a mudar o nosso conhecimento sobre o modo como a Natureza se comporta (e claro está sobre o modo como o corpo humano funciona). Um Físico procura descrever estes

¹Notas de Biofísica, José Figueiredo, Departamento de Física da Universidade do Algarve, 2005

comportamentos com a ajuda de modelos simples. Várias ferramentas são essenciais para esta tarefa: uma mente curiosa, alguma criatividade, a Matemática, e métodos e aparelhos de medida. As duas últimas permitem que a descrição e interpretação dos fenómenos seja objectiva e *exacta*, e nelas se baseiam as teorias sobre os diferentes fenómenos físicos. A observação e a experimentação são as chaves mestras do nosso conhecimento sobre o mundo físico, combinados com a lógica e a razão (a formulação de ideias em Física envolve certas quantidades de *pensamento “puro” e imaginação*).

Porém, o teste de qualquer teoria é sempre a Natureza e/ou a experimentação. Eis um de muitos exemplos: as leis do movimento e a lei da gravitação universal, associadas ao nome de Isaac Newton, são consideradas entre as mais altas realizações da espécie humana. Trezentos anos mais tarde continuamos a usar a dinâmica newtoniana para prever os eclipses, e para enviar, a milhares de quilómetros de distância da Terra, uma nave espacial a um ponto pré determinado na órbita de um corpo celeste (só com pequenas correcções devidas a Einstein). A precisão é extraordinária: sem sombra de dúvida, Newton sabia o que estava a fazer quando propôs as leis do movimento e a lei da gravitação universal.

A Física é mais do que um corpo de conhecimentos, é uma atitude, uma forma de pensar. Em cada geração há sempre um grupo de cientistas que não se contentam em deixar as coisas como estão. Com toda a persistência, procuram fendas na armadura dos conhecimentos vigentes. Foi assim com a Mecânica Newtoniana e, actualmente, passa-se o mesmo com a Teoria da Relatividade. Um dos *mandamentos* da Física, e da Ciência em geral, é “desconfiar das afirmações das sumidades”: não esquecer que os cientistas são primatas e, portanto, muito propensos a hierarquias de domínio. A Física dá, por vezes, as mais elevadas recompensas àqueles que convictamente refutam convicções estabelecidas.

O bom cientista não insiste na validade da sua teoria mas sim na sua utilidade. Nenhuma teoria, por muito bem concebida ou considerada que esteja, poderá suportar a existência de um só facto importante que seja contraditório. O que interessa não é se “é verdadeira?”, mas sim “funciona?”. O progresso surge quando se mantém a vontade de desacreditar ou modificar essa teoria ao primeiro sinal de falhanço. Os factos nunca estão enganados! Uma das causas de muitos equívocos é a diferença existente entre a impossibilidade teórica e a impossibilidade dos factos. Considere-se, a título de exemplo, a seguinte situação caricata: Um advogado procura tranquilizar o seu cliente dizendo “não se preocupe, eles não o podem prender por isso!”, respondendo o cliente “estou a telefonar-lhe da cadeia.” São as teorias e não os factos que caem por terra.

Por mais importante que seja uma teoria ela só corresponde a uma descrição completa

do fenómeno quando este tiver uma descrição físico-matemática. Por exemplo, apenas quando Kepler deu a descrição físico-matemática do movimento planetário e Newton derivou o mesmo resultado usando a sua teoria da gravitação universal se pôde dizer que foi feita a análise *completa* do movimento da Terra e dos planetas (conhecidos até então) em torno do Sol.

Os seres humanos anseiam por certezas absolutas e aspiram a elas. Contudo, a história da Física ensina-nos que o máximo que podemos esperar são melhoramentos sucessivos na nossa compreensão, sempre com a limitação de sabermos que a absoluta certeza nos escapará sempre. A Física não promete a verdade absoluta sobre a Natureza, pois é uma ciência experimental, e as experiências nunca são perfeitas. O nosso conhecimento da Natureza apresenta sempre alguma imperfeição, pois tem as suas fundações na medição experimental e na observação. O máximo que cada geração pode esperar é, aprendendo a partir dos nossos erros, reduzir um pouco as barras de erro, à medida que aumentamos a quantidade de dados aos quais elas se aplicam. A extensão e a precisão do nosso conhecimento da Natureza será, com certeza, maior no futuro.

1.2 O método científico e a linguagem da Física

A mera acumulação de factos não constitui conhecimento bastante para formar uma “boa” ciência. Para que do conhecimento destes factos resulte uma maior compreensão do Universo é necessário entender/descobrir as relações entre eles. Para tal utiliza-se o método científico: a interligação da observação, da razão e da experiência.

O progresso em ciência só ocorre como resultado da relação de simbiose que existe entre a informação observacional e a formulação de ideias/modelos que correlacionam os factos e nos permitem apreciar as inter-relações entre factos. Devemos estar sempre alerta para novas ideias e estar preparados para tirar vantagem de oportunidades inesperadas.

Na verdade, o método científico não é um método de facto, mas antes uma atitude ou *filosofia/postura* que se baseia na forma como inter-agimos com o mundo real e tentamos ganhar conhecimento sobre a forma como a Natureza funciona. Johannes Kepler (1571-1630) seguiu o método científico quando analisou um número incrível de observação sobre as posições dos planetas no céu.² A partir desses dados ele foi capaz de deduzir a correcta descrição do movimento planetário: os planetas movem-se em órbitas elípticas em torno do Sol. De facto, um dos passos mais significantes no sentido do nosso conhecimento do comportamento da Natureza foi a conclusão de que é a Terra que se move em torno do Sol e não o contrário. A simples afirmação de que a “Terra se move em torno do Sol” representa uma nova dimensão em termos

²Grande parte delas realizadas por Tycho Brahe (1546-1601).

do pensamento físico.

O procedimento de Kepler - *amassar* os dados e tentar várias hipóteses - até que se encontre uma que satisfaça toda a informação recolhida - não é o único meio de utilizar o método científico. Por vezes, os cientistas formulam uma descrição físico-matemática geral de um conjunto de possíveis eventos e/ou resultados. Isto é, há casos em que primeiro se propõe uma teoria/modelo para descrever um comportamento geral e só depois se faz a sua comparação com a realidade. Os trabalhos de Einstein, sobre a Relatividade, e de Schrodinger, sobre a Física Quântica, são dois exemplos deste procedimento.

1.3 Unidades fundamentais de medida

Muitos atributos de um fenómeno, de um corpo ou de uma substância, são susceptíveis de ser caracterizados qualitativamente e determinados quantitativamente. Em Física é corrente encontrar uma variedade de quantidades ou grandezas. Por exemplo, o comprimento, o tempo, a velocidade, a massa, o momento, a força, a aceleração, a energia. Estas quantidades/grandezas podem apresentar, para além da magnitude, dimensões e unidades.³ Por exemplo, não faz sentido dizer que um comprimento é 12. Devemos também especificar as unidades em que a magnitude apresenta este valor: dizer que o comprimento é 12 centímetros ou 12 quilómetros faz uma grande diferença.

É também necessário possuir padrões para as unidades das medidas físicas. Se se afirma que o tamanho de um lote de terreno é 30 passos por 60 passos, apenas ficámos com uma ideia grosseira da sua área. Se, contudo, se se afirmar que o tamanho é 20 metros por 40 metros, conhece-se precisamente a área porque o metro está bem definido e é um padrão da unidade de comprimento. Neste texto usa-se o sistema métrico de medidas físicas. As unidades métricas e as abreviaturas usadas são aquelas recomendadas pelas comissões do “Le Système International d’Unités” (de ora avante referidas como unidades SI).

Para expressar uma grandeza é necessário definir um sistema de unidades e um procedimento de medição para determinar o valor numérico. A expressão de uma grandeza comporta dois factores: a grandeza padrão (denominada tecnicamente a unidade) da mesma espécie que a grandeza que se pretende exprimir; o outro factor é o número de vezes que o padrão está contido na grandeza considerada (valor numérico da grandeza). A medição de uma grandeza corresponde à determinação, directa ou indirecta, da razão entre a grandeza e a sua unidade.

Muitas grandezas ficam completamente definidas apenas por um valor numérico, com ou sem unidades, conforme as grandezas sejam dimensionais ou adimensionais. Estas grandezas

³A dimensão de uma grandeza corresponde à relação de uma unidade com as unidades fundamentais.

são denominadas grandezas escalares. Exemplos: a área, o comprimento, a massa, a densidade. O mesmo já não acontece com outras grandezas como, por exemplo, a força. Se afirmámos que a força aplicada a um corpo é 3 newton (3 N), não expressamos uma informação suficiente pois necessitámos, também, de saber qual a direcção e o sentido segundo os quais actua a força para perceber/prever o seu efeito. Tal como a força, há outras grandezas como, por exemplo, a velocidade ou a aceleração, que só ficam completamente definidas se se conhecer o seu valor numérico, a sua direcção e o seu sentido. Estas grandezas são denominadas grandezas vectoriais. Para representar grandezas vectoriais temos que recorrer aos vectores. As características fundamentais dos vectores são:

- o módulo (ou intensidade) - valor numérico da grandeza que o vector representa;
- a direcção - recta sobre a qual o vector se apoia;
- o sentido - orientação do vector sobre a recta em que se apoia.

Pode-se, ainda, definir o ponto de aplicação do vector - ponto onde o vector está aplicado (não é considerada uma característica fundamental do vector).

1.3.1 Sistema Internacional de Unidades (SI)

Um sistema de unidades corresponde ao conjunto de unidades de base e de unidades derivadas coerentes definidas em conformidade com as regras dadas para um dado sistema de grandezas. O Sistema Internacional de Unidades (SI) foi criado em 1960 pela 11^a Conferência Geral de Pesos e Medidas (CGPM), com alterações posteriores, aprovadas pela CGPM em 1995, e adoptado em Portugal pelo Decreto-Lei n.º 427/83, de 7 de Dezembro, revisto posteriormente pelos Decretos-Lei n.º 238/94, de 19 de Setembro e n.º 254/2002, de 22 de Novembro, como o sistema legal de unidades de medida [2]. Foi determinado igualmente o uso dos múltiplos e submúltiplos daquele sistema, bem como as regras para a escrita dos símbolos. O SI é composto por: unidades de base e unidades derivadas (20^a CGPM de 1995, Resolução n.º 8, BIPM⁴).

As unidades de todas as quantidades podem ser expressas em termos das unidades básicas de comprimento, massa, tempo, temperatura, quantidade de matéria, intensidade de corrente eléctrica, e intensidade luminosa.

Unidades de base

As unidades de base do SI são sete, consideradas independentes do ponto de vista dimensional, definidas para a:

- Grandeza comprimento: a unidade SI é o metro, símbolo m. O metro é o comprimento do

⁴The International Bureau of Weights and Measures (BIPM).

trajecto percorrido pela luz no vazio, durante um intervalo de $1/(299\,792\,458)$ do segundo (17^a CGPM de 1983 - Resolução n.º 1).

- Grandeza tempo: a unidade SI é o segundo, símbolo s. O segundo é a duração de 9 192 631 770 períodos da radiação correspondente à transição entre os dois níveis hiperfinos do estado fundamental do átomo de césio 133 (17^a CGPM de 1983 - Resolução n.º 1).

- Grandeza massa: a unidade SI é o quilograma, símbolo kg.⁵ O quilograma é igual à massa do protótipo internacional do quilograma (3^a CGPM de 1901 - pág. 70 das actas).⁶

- Grandeza intensidade de corrente eléctrica: a unidade SI é o ampere, símbolo A. O ampere é a intensidade de uma corrente constante que, mantida em dois condutores paralelos, rectilíneos, de comprimento infinito, de secção circular desprezável e colocados à distância de 1 metro um do outro no vazio, produziria entre estes condutores uma força igual a 2×10^{-7} newton por metro de comprimento (9^a CGPM de 1948 - Resolução n.º 2).

- Grandeza temperatura termodinâmica: a unidade SI é o kelvin, símbolo K.⁷ O kelvin, unidade de temperatura termodinâmica, é a fracção $1/273,16$ da temperatura termodinâmica do ponto triplo da água (13^a CGPM de 1967 - Resolução n.º 3).

- Grandeza quantidade de matéria: a unidade SI é a mole, símbolo mol. A mole é a quantidade de matéria de um sistema contendo tantas entidades elementares quantos os átomos que existem em 0,012 quilograma de carbono 12. Quando se utiliza a mole, as entidades elementares devem ser especificadas e podem ser átomos, moléculas, iões, electrões, outras partículas ou agrupamentos especificados de tais partículas (14^a CGPM de 1971 - Resolução n.º 3).

- Grandeza intensidade luminosa: a unidade SI é a candela, símbolo cd. A candela é a intensidade luminosa, numa dada direcção, de uma fonte que emite uma radiação monocromática de frequência 540 terahertz e cuja intensidade energética nessa direcção é $1/683$ watt por esterradiano (16^a CGPM de 1979 - Resolução n.º 3).

Unidades Derivadas

As unidades derivadas são unidades que podem ser expressas a partir das unidades de base através dos símbolos matemáticos de multiplicação e de divisão. A algumas unidades derivadas foram atribuídos nomes e símbolos especiais que podem ser, eles próprios, utilizados com os

⁵Excepção: entre as unidades de base do SI, a unidade de massa é a única cujo nome, por razões históricas, contém um prefixo. Os nomes e os símbolos dos múltiplos e submúltiplos decimais da unidade de massa são formados pela junção dos prefixos à palavra “grama” e os símbolos correspondentes ao símbolo g.

⁶A relação entre a unidade de massa atómica (símbolo u) e o quilograma é conhecida com a precisão de apenas cerca de uma parte em 10 000. Esta precisão não é suficiente para se poder definir a unidade de massa em termos atómicos, como acontece para as unidades de tempo e de comprimento. Será necessário que os métodos de medida sejam melhoradas.

⁷Não confundir o símbolo de kelvin com o símbolo k do múltiplo quilo.

símbolos de outras unidades de base ou derivadas para exprimir unidades de outras grandezas.

O grupo de unidades derivadas do SI com nomes e símbolos especiais compreende: o ângulo plano, radiano, símbolo rad ($m \cdot m^{-1} = 1$); o ângulo sólido, esterradiano, símbolo sr ($m^2 \cdot m^{-2} = 1$); a temperatura Celsius, grau Celsius, símbolo °C (K).

Unidades não SI em uso com o Sistema Internacional

O International Committee for Weights and Measures (CIPM) de 1969 e, mais tarde, o de 1996 reconheceu que os utilizadores do SI terão necessidade de empregar conjuntamente certas unidades que, embora fora do sistema, estão em uso e têm um papel importante: minuto, min, 1 min=60 s; hora, h, 1 h=60 min=3 600 s; dia, d, 1 d=24 h=86 400 s; grau, °, $1^\circ = (\pi/180)$ rad; minuto, ', $1' = (1/60)^\circ = (\pi/10\ 800)$ rad; segundo, ", $1'' = (1/60)' = (\pi/648\ 800)$ rad; litro, l ou L, 1 l=1 dm³=10⁻³ m³; tonelada, t, 1 t=10³ kg; neper,⁸ Np, 1 Np=1; bel,⁹ B, 1 B=(1/2)ln10(Np).

Outras unidades não-SI em uso com o SI devido a necessidades específicas nos domínios comercial, jurídico ou científico: milha marítima, 1 milha marítima=1852 m; nó, 1 milha marítima por hora=(1852/3600) m/s=1,852 km/h=0,5144 m/s; are, a, 1 a=1 dam²=10² m²; hectare, ha, 1 ha=1 hm²=10⁴ m²; bar, bar, 1 bar=0,1 MPa=100 kPa=1000 hPa=10⁵ Pa.

Outras unidades não-SI admitidas pelo Decreto-Lei n.º 238/94, de 19 de Setembro: vergência dos sistemas ópticos, dioptria(*), 1 dioptria=1 m⁻¹; massa de pedras preciosas, carat métrico, 1 carat métrico=2×10⁻⁴ kg (200 mg); massa linear das fibras têxteis e dos fios, tex(*), tex, 1 tex=10⁻⁶ kg·m⁻¹; pressão sanguínea e pressão de outros fluidos corporais, milímetro de mercúrio(*), mm Hg(*), 1 mm Hg=133,322 Pa. (*) Estes nomes e símbolos não constam das listas estabelecidas pela CGPM (BIPM), mas foram adoptados pela Directiva 89/617/CEE e, por consequência, introduzidos na ordem interna portuguesa.

1.3.2 Regras para a escrita das unidades e das grandezas

Os símbolos usados para representar as grandezas são escritos em caracteres itálicos. Por exemplo, o símbolo da grandeza massa é *m* e não m (símbolo da unidade metro). Os símbolos

⁸O Neper (símbolo Np), mesmo estando fora do Sistema Internacional de Unidades (SI), é usado em conjunto como este. O neper é utilizado para expressar o valor de grandezas logarítmicas como o nível do campo, nível de potência, ou a pressão acústica. Os logaritmos naturais são utilizados para se obter os valores numéricos das grandezas expressas por nepers. Apesar do neper ser coerente com o SI, ainda não foi adotado como uma unidade do SI. O nome da medida foi dado em homenagem ao matemático John Napier, criador da tábua de logaritmos e do número neperiano.

⁹O bel (símbolo B) é uma escala relativa, sem dimensão (como a percentagem), que compara a intensidade de um sinal a uma referência. Sendo uma escala logarítmica, uma diferença de 1 bel corresponde a uma relação de 10 em potência. Utiliza-se geralmente seu sub-múltiplo, o decibel (dB). Uma diferença de 1 decibel corresponde a uma relação de 101/10, ou seja, aproximadamente 1,259. O bel é utilizado para exprimir o valor de grandeza logarítmicas como o nível de campo, de potência, de intensidade sonora, de pressão acústica ou de atenuação. Os logaritmos de base dez são utilizados para se obterem os valores numéricos das grandezas expressas em bel. O bel tem seu nome em homenagem ao físico Alexander Graham Bell.

para as grandezas vectoriais são escritos em itálico negro ou itálico normal com uma seta “em cima” (símbolo de vector): \vec{v} . Os símbolos dos valores de grandezas vectoriais são escritos em itálico normal: $v = |\vec{v}|$. Ter presente que muitas vezes é necessário especificar o sinal algébrico (+ ou -) da quantidade, e também os prefixos e os símbolos dos prefixos adoptados para formar os nomes e os símbolos dos múltiplos e submúltiplos decimais das unidades SI.

Símbolos das unidades SI

1. Os símbolos das unidades são impressos em caracteres romanos (direitos). Em geral, os símbolos das unidades são escritos em minúsculas, mas, se o nome da unidade deriva de um nome próprio, a primeira letra do símbolo é maiúscula. Exemplos: hertz, Hz; joule, J. O nome da unidade propriamente dita começa sempre por uma minúscula, salvo se se trata do primeiro nome de uma frase ou do nome “grau Celsius”. Exemplos: watt, tesla.

2. Os símbolos das unidades ficam invariáveis no plural. Exemplos: 1 Pa e 10 Pa.

3. Os símbolos das unidades não são seguidos de um ponto, salvo se estão no fim de uma frase e o ponto tem a função habitual da pontuação.

Expressão algébrica dos símbolos das unidades SI

1. Quando uma unidade derivada é formada pelo produto de duas ou mais unidades, pode ser indicado com os símbolos das unidades separadas por pontos a meia altura ou por um espaço. Por exemplo: N·m ou N m.

2. Quando uma unidade derivada é formada dividindo uma unidade por outra, pode utilizar-se uma barra oblíqua (/) ou expoentes negativos. Por exemplo: m/s ou $m \cdot s^{-1}$.

3. Nunca deve ser utilizado na mesma linha mais que uma barra oblíqua, a menos que sejam adicionados parêntesis, a fim de evitar qualquer ambiguidade. Em casos complicados devem ser utilizados expoentes negativos ou parêntesis. Por exemplo: m/s^2 ou $m \cdot s^{-2}$, mas não m/s/s.

Regras de utilização dos prefixos SI

1. Os símbolos dos prefixos são impressos em caracteres romanos direitos, sem espaço entre o símbolo do prefixo e o símbolo da unidade. Exemplos: kK, km, THz.

2. O conjunto formado pela junção do símbolo de um prefixo ao símbolo de uma unidade constitui um novo símbolo inseparável, que pode ser elevado a uma potência positiva ou negativa e que pode ser combinado com outros símbolos de unidades para formar símbolos de unidades compostas. Por exemplo: $1 \text{ cm}^3 = (10^{-2} \text{ m})^3 = 10^{-6} \text{ m}^3$; $1 \text{ cm}^{-1} = (10^{-2} \text{ m})^{-1} = 10^2 \text{ m}^{-1}$.

3. Não são empregues prefixos compostos, ou seja, formados pela justaposição de vários prefixos. Por exemplo: 1 nm, mas não 1 mmm; 1 MΩ e não 1 kκΩ.

4. Um prefixo não pode ser empregue sem uma unidade a que se refira. Por exemplo: $10^6/m^3$, mas não M/m³.

1.4 Aproximações e estimativas

Todas as grandezas com dimensões têm unidades. Quando fazemos uma afirmação numérica ou escrevemos equações numéricas relacionando quantidades físicas, devemos sempre incluir ou ter presente as unidades das quantidades envolvidas. Uma forma de confirmar se uma dada equação está correcta é verificar se as unidades nos dois membros são as mesmas (ou equivalentes, no sentido em que estão relacionadas por factores de conversão): se forem diferentes, alguma coisa está errada.

Embora a Física procure descrever os fenómenos naturais em termos o mais precisos possível, em muitas ocasiões é perfeitamente aceitável uma aproximação ou mesmo uma estimativa grosseira. Por exemplo, se quisermos descrever o movimento da Terra em torno do Sol, não é necessário tomar em conta as características geológicas da Terra ou a sua estrutura interna. Obtém-se uma boa representação do fenómeno fazendo a aproximação de que a Terra é uma partícula, i.e., que o seu tamanho não é importante para os efeitos em consideração. Se deslocarmos o nosso interesse para o estudo dos terremotos ou até das marés, a estrutura da Terra já é de crucial importância.

Qualquer fenómeno/problema deve ser examinado com cuidado para se poder determinar correctamente que aproximações são aceitáveis, de forma a simplificar o seu tratamento, sem, contudo, por em causa a correcta descrição do fenómeno. Assim, quando estudamos um fenómeno devemos perguntar sempre: que características deste fenómeno ou evento podem ser negligenciadas de forma a tomar os cálculos ou a análise do problema mais simples? Cada situação requer a sua análise. Por exemplo, podemos desprezar o atrito numa situação, mas incluir os efeitos da gravidade. Noutro problema o atrito pode ser importante e os efeitos da gravidade negligenciados. Antes de começar um cálculo longo ou complexo, é muitas vezes vantajoso obter uma estimativa do resultado fazendo aproximações tais como $3,7+5,4 \cong 10$, $\pi \cong 3$, $\sqrt{2} \cong 1,5$. É, também, importante ir verificando se um cálculo vai no bom caminho, fazendo aproximações numéricas e calculando coeficientes. Combinando potências de 10, é possível verificar se a resposta será razoável ou não. É muito útil desenvolver a capacidade de fazer estimativas. Se, por exemplo, num problema para determinar a dimensão de um átomo o resultado é 2×10^{-3} m, não vale a pena tentar melhorar a *exactidão* do cálculo até que se corrija o erro grosseiro que está na origem deste valor incorrecto.

1.4.1 Exercícios

Os exemplos que se seguem servem para treinar a capacidade de fazer estimativas. Para fazer os cálculos aproximados pedidos, apenas precisa de usar papel e lápis, e a informação disponível

em resultado da sua vivência como cidadão:

- Qual é o número típico de carros envolvidos numa fila de trânsito com dois quilómetros, numa via de três faixas? (~ 1500)
- Quantas bolas de golfe podem ser colocadas num quarto típico? (7×10^5)
- Quantos barris de petróleo são necessários para satisfazer as necessidades anuais em gasolina automóvel da população portuguesa? (1×10^8 barris, 1 barril corresponde a 120 litros.)
- Quantos euros custaria esse petróleo hoje?
- Se cada português adulto ganhar por mês 750 euros, pagar 20% deste valor em impostos e 250 euros de renda de casa, e gastar 100 euros por semana em comida, quanto arrecada o Ministério das Finanças em cada ano civil?
- Se 15% do valor arrecadado for destinado ao Ministério da Saúde, qual é o orçamento deste Ministério?
- Seguindo o mesmo raciocínio, estime o orçamento do Ministério da Saúde espanhol?

1.5 Bibliografia

- [1] *General Physics with Bioscience Essays*, capítulo 1, J. B. Marion and W. F. Hornyak, John Wiley & Sons, NY, 1985.
- [2] *O Sistema Internacional de Unidades (SI)*, <http://www.ipq.pt/museu/sistema/index.htm>.
- [3] *Cosmos*, Carl Sagan, Gradiva, 1980.
- [4] *Um Mundo Infestado de Demónios*, Carl Sagan, Gradiva 1997.

Capítulo 2

Mecânica

¹A mecânica é a parte da Física que tem por objecto o estudo dos movimentos dos corpos, das forças que produzem esses movimentos e do equilíbrio das forças sobre um corpo em repouso, bem como da teoria da acção das máquinas (mecânica aplicada); ~ celeste: teoria do movimento dos corpos celestes nos seus campos de gravitação mútuos; ~ ondulatória: teoria formulada em 1924 por Luís de Broglie, físico francês (1892-1987), prémio Nobel em 1929, que estende a todos os elementos do mundo material a dualidade de onda-corpúsculo afirmada a respeito da luz. (Do gr. *mekhaniké* [tékhne], «arte da construção de máquinas», pelo lat. *mechanica*-, «id.»)

Neste capítulo são apresentadas as noções básicas para a caracterização dos possíveis estados de movimento dos corpos, as leis de Newton do movimento, as leis conservação de momento linear e angular e da energia. Os conceitos são tratados apresentando aplicações em que o corpo humano ou partes dele são o objecto de estudo.

2.1 Noções de cinemática

A cinemática é a parte da mecânica que estuda o movimento independentemente das forças que o produzem ou modificam (Do gr. *kínema*, -atos, «movimento» + -ica).

Para se descrever inequivocamente um movimento, um observador deve definir um sistema de referência em relação ao qual analise esse movimento. A um sistema de referência associa-se um sistema de coordenadas. O sistema de coordenadas mais comum para representar posições no espaço é o sistema de coordenadas rectangulares ou cartesianas, que é baseado em três eixos espaciais perpendiculares, geralmente designados x , y e z : $Oxyz$, onde O representa a origem do referencia (ponto de intersecção dos três eixos). Em geral, o plano definido pelos eixos x e y é paralelo ao plano tangente à superfície da Terra na origem do referencial, e o eixo z aponta no sentido oposto ao sentido geocêntrico. Imaginado que estamos de pé com os braços estendido e paralelos à superfície da Terra, formando entre eles um ângulo recto, o eixo z coincide com

¹Notas de Biofísica, José Figueiredo, Departamento de Física da Universidade do Algarve, 2005

o eixo do nosso corpo em que o sentido positivo é o sentido dos pés para a cabeça (versor \hat{k}),² os sentidos positivos dos eixos x e y são os indicados pelas nossas mãos (versores \hat{i} e \hat{j} , respectivamente).

Um objecto ao deslocar-se, em relação a um determinado referencial, vai ocupando sucessivas posições: estas posições definem uma linha que se designa por **trajectória** do objecto. Qualquer ponto P da trajectória pode ser representado por três quantidades algébricas, normalmente escritas na forma (x, y, z) , onde cada coordenada segundo um dado eixo é a distância do ponto P ao plano formado pelos outros dois eixos,³ isto é, a posição de um ponto é especificada por um vector de posição $\vec{r} = (x, y, z)$, que pode também ser expresso em termos dos valores das coordenadas segundo cada eixo e dos vectores unitários \hat{i} , \hat{j} e \hat{k} , associados aos eixos, isto é, $\vec{r} = (x, y, z) = x\hat{i} + y\hat{j} + z\hat{k}$.

No que se segue considera-se que os corpos têm dimensões desprezáveis em face das medidas das suas trajectórias. Tais corpos designam-se, genericamente, por partículas (móveis de dimensões desprezáveis em relação à medida da trajectória). Os corpos analisados neste capítulo são considerados rígidos e indeformáveis, isto é, tais que a distância entre dois quaisquer dos seus pontos não varia no decurso do tempo. Os movimentos dos corpos rígidos podem ser simples (translação pura e rotação pura) ou compostos (translação e rotação simultâneas). No caso de movimento de translação todos os pontos do corpo descrevem trajectórias iguais e paralelas e, num dado instante, todos os pontos têm as mesmas características cinemáticas, em particular a mesma *velocidade* e *aceleração*. Para descrever o movimento de translação de um corpo rígido basta, portanto, descrever o movimento de um qualquer dos seus pontos. Por isso, iremos, com frequência, substituir os corpos em translação por partículas, considerando aplicadas nestas todas as forças exteriores que actuam nesses corpos. Reduz-se, assim, o estudo do movimento de translação de um corpo ao estudo do movimento de uma partícula sua constituinte.

2.1.1 Vector posição e vector deslocamento

O objectivo da cinemática circunscreve-se, fundamentalmente, à resolução do problema seguinte: partindo da posição presente do móvel, num dado referencial (e, portanto, para um determinado observador), determinar a sua posição futura no mesmo referencial (para o mesmo observador).

Especificar a posição de um objecto é essencial para descrever o movimento do objecto. Uma partícula está animada de um movimento relativo, em relação a uma outra partícula, se a sua posição, em relação a esta segunda partícula, varia com o tempo; uma partícula está em repouso

²Versor s. m. (mat.) vector de módulo igual à unidade (Do lat. versu-, «mudado» + -or).

³Distância s. f. espaço que medeia entre dois pontos, dois lugares ou dois objectos; \sim entre dois pontos: (mat.) comprimento do segmento de recta definido por esses dois pontos (Do lat. distantia-, «id.»).

relativo, relativamente a uma outra partícula, se a sua posição, em relação a esta partícula, não varia com o tempo. Exemplo: um comboio em andamento está em movimento em relação a uma qualquer árvore que se situe ao longo da via férrea mas, um passageiro que se transporte no comboio pode afirmar que essas árvores estão em movimento em relação ao comboio. Para movimentos segundo uma linha recta (movimento numa dimensão) é comum identificar “a linha recta” com um dos eixos do sistema de coordenadas rectangular, por exemplo, o eixo x . Neste caso, a posição do objecto em função do tempo t é representada por $x(t)$. Quando o movimento se efectua num plano, consideram-se apenas dois dos eixos, os eixos x e z , por exemplo, e o vector posição em função do tempo é dado por $\vec{r}(t) = x(t)\hat{i} + z(t)\hat{k}$. Para o caso geral do movimento no espaço, o vector posição em função do tempo toma a forma $\vec{r}(t) = x(t)\hat{i} + y(t)\hat{j} + z(t)\hat{k}$.

O vector variação da posição de um objecto em função do tempo é designado **vector deslocamento** ou simplesmente **deslocamento**, isto é, o deslocamento $\Delta\vec{r}$ de um objecto é definido como o vector diferença entre a posição final, $\vec{r}_f = \vec{r}(t_f)$, e a posição inicial, $\vec{r}_i = \vec{r}(t_i)$, do objecto: $\Delta\vec{r} = \vec{r}_f - \vec{r}_i$. Dito de outro modo, o deslocamento de uma partícula entre dois instantes t_i e t_f corresponde ao vector $\Delta\vec{r}(t_i, t_f)$ que liga as posições correspondentes a esses instantes: $\Delta\vec{r} = \vec{r}_f - \vec{r}_i$. A magnitude do deslocamento $|\Delta\vec{r}(t)|$ corresponde à distância entre os pontos inicial e final do percurso (comprimento do segmento de recta definido por esses dois pontos). A magnitude do deslocamento $|\Delta\vec{r}(t)|$ é, portanto, diferente do espaço Δs percorrido pelo objecto, excepto no caso do objecto se deslocar em linha recta sempre no mesmo sentido.

Consideremos um objecto que se desloca de um ponto A para um ponto B numa dada região do espaço (por exemplo, a deslocação entre o Campus de Gambelas e o Campus da Penha, passando pela ESSaF). Há que distinguir o espaço Δs percorrido ao longo do trajecto AB do deslocamento $\Delta\vec{r}$ no percurso AB. Como referido, o deslocamento $\Delta\vec{r}$ é a diferença entre as coordenadas do ponto final do percurso (neste caso, o ponto B), $\vec{r}_B = (x_B, y_B, z_B)$, e o ponto inicial (neste caso, o ponto A), $\vec{r}_A = (x_A, y_A, z_A)$: $\Delta\vec{r} = \vec{r}_B - \vec{r}_A = (x_B, y_B, z_B) - (x_A, y_A, z_A)$. No exemplo considerado, a medida $|\Delta\vec{r}(t)|$ do deslocamento é menor do que o espaço Δs percorrido ao longo do trajecto, como facilmente podemos comprovar se fizermos o percurso a pé. No caso particular de se voltar ao Campus de Gambelas (percurso fechado), o deslocamento é nulo, enquanto o espaço percorrido é diferente de zero.

2.1.2 Celeridade, velocidade e aceleração

O conceito corrente de velocidade é-nos bastante familiar.⁴ Corresponde à rapidez com que qualquer corpo se desloca no espaço. Por exemplo, o velocímetro de um automóvel indica a rapidez instantânea do veículo. Embora, este conceito traduza a taxa de deslocação do corpo, não dá qualquer indicação da direcção e do sentido.

Em Física, o conceito de velocidade corresponde a uma grandeza vectorial que caracteriza com detalhe a taxa temporal de variação do deslocamento do corpo, indicando para além da medida, uma direcção e um sentido.

Celeridade média

Define-se celeridade⁵ ou rapidez média $\langle u \rangle$ como a razão entre o espaço Δs percorrido no trajecto AB e o intervalo de tempo $\Delta t = t_B - t_A$ necessário para descrever o percurso AB:

$$\langle u \rangle = \frac{\Delta s}{\Delta t}. \quad (2.1)$$

Se o movimento é numa dimensão, ao longo do eixo dos xx, por exemplo, podendo o objecto deslocar-se no sentido positivo ou negativo do eixo, tem-se

$$\langle u \rangle = \frac{|x_B - x_A|}{t_B - t_A}. \quad (2.2)$$

A celeridade é uma grandeza escalar que mede o espaço percorrido, em média, por unidade de tempo. É, portanto, uma medida da rapidez com que o móvel percorre a trajectória e, no SI, exprime-se em m/s. Notar que a celeridade média é sempre positiva independentemente do tipo de deslocamento, isto é, qualquer que seja o deslocamento. A celeridade média é a grandeza que, de facto, conta, por exemplo, no problema do consumo de energia por um atleta quando este participa numa corrida.

Velocidade média

Define-se velocidade média $\langle \vec{v} \rangle$ como a razão entre o vector deslocamento, neste caso $\Delta \vec{r}_{AB}$, e o intervalo de tempo Δt necessário para descrever o percurso AB:

⁴Velocidade s. f. espaço ou *distância* percorrida em certa unidade de tempo, sendo a medida correspondente referida em quilómetros por hora; qualidade do que é veloz; celeridade; presteza; ligeireza; rapidez; ~ da luz: velocidade de 299 792,5 km/s (no vazio); ~ de grupo: velocidade de propagação da energia transportada por ondas; ~ instantânea: limite da velocidade média quando o intervalo de tempo tende para zero; ~ média: quociente do espaço percorrido por um móvel pelo tempo que demorou a percorrê-lo. (Do lat. *velocitate*-, «id.»)

⁵Celeridade s. f. qualidade do que é célere; rapidez; velocidade; presteza; termo utilizado em mecânica para indicar a grandeza de uma velocidade. (Do lat. *celeritate*-, «rapidez»)

$$\langle \vec{v} \rangle = \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t}. \quad (2.3)$$

A velocidade média mede a rapidez com que, em média, o móvel muda de posição e, no SI, mede-se em m/s.

No caso do movimento ser efectuado numa dimensão, ao longo do eixo dos xx , por exemplo, podendo o objecto deslocar-se no sentido positivo ou negativo do eixo, obtém-se

$$\langle v \rangle = \frac{x_B - x_A}{t_B - t_A}. \quad (2.4)$$

Notar que neste caso, o valor da velocidade média pode ser positivo ou negativo, dependendo do valor algébrico do deslocamento ($x_B - x_A$), isto é, consoante o deslocamento se realiza no sentido positivo ou negativo do eixo dos xx (comparar equações 2.2 e 2.4).

Velocidade instantânea ou velocidade

As grandezas instantâneas determinam-se a partir das grandezas médias pela operação de passagem ao limite, ou seja pela operação derivada do espaço percorrido ou do vector posição em ordem ao tempo. Define-se velocidade instantânea ou simplesmente velocidade \vec{v} , como a razão entre o deslocamento $\Delta \vec{r}$ e o intervalo de tempo Δt necessário para descrever o percurso AB, quando o intervalo de tempo Δt considerado tende para zero, isto é,

$$\vec{v} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \langle v \rangle = \frac{d\vec{r}}{dt}. \quad (2.5)$$

A velocidade instantânea $\vec{v}(t)$ ou velocidade no instante t , isto é, na posição $\vec{r}(t)$, é um vector tangente à trajectória na posição $\vec{r}(t)$, e tem como expressão vectorial a derivada, em ordem ao tempo, do vector deslocamento.

O módulo (ou medida) da velocidade coincide com a celeridade instantânea, porque à medida que o intervalo de tempo tende para zero, os comprimentos dos arcos vão se aproximando, cada vez mais, dos comprimentos das secantes, que são as medidas dos deslocamentos. Assim, não é preciso distinguir entre celeridade instantânea e a medida da velocidade, porque, em cada instante, a rapidez com que o móvel muda de posição (dr/dt) é igual à rapidez com que se move na trajectória (ds/dt).

Aceleração média

Define-se aceleração⁶ média $\langle \vec{a} \rangle$ de uma partícula, num dado intervalo de tempo Δt , como a taxa de variação da sua velocidade por unidade de tempo, isto é, a razão entre a variação da

⁶Aceleração s. f. acto ou efeito de acelerar; aumento de velocidade; ligeireza; prontidão; (fís.) limite da variação da velocidade vectorial por unidade de tempo. (Do lat. *acceleratióne*-, «id.»)

velocidade $\Delta\vec{v}$ entre os instantes t e $t + \Delta t$, e o intervalo de tempo Δt :

$$\langle \vec{a} \rangle = \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t}. \quad (2.6)$$

No caso de movimento a uma dimensão, segundo o eixo x , por exemplo, tem-se

$$\langle a \rangle = \frac{v_B - v_A}{t_B - t_A}. \quad (2.7)$$

A aceleração média mede a rapidez com que, em média, o móvel muda de velocidade e, no SI, mede-se em m/s^2 .

Aceleração instantânea ou aceleração

Define-se aceleração instantânea ou simplesmente aceleração \vec{a} como a razão entre a variação de velocidade $\Delta\vec{v}$ e o intervalo de tempo Δt em que essa variação ocorre, quando o intervalo de tempo considerado tende para zero, isto é,

$$\vec{a} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \langle \vec{a} \rangle = \frac{d\vec{v}}{dt} \equiv \frac{d^2\vec{r}}{dt^2}. \quad (2.8)$$

Efeitos da aceleração no corpo humano

Os efeitos das acelerações no corpo humano têm sido estudados em veículos de alta velocidade, seguidas de travagens bruscas, e em grandes máquinas centrífugas. Os valores da aceleração e do tempo de aceleração têm efeitos que podem ser catastróficos para o corpo humano:

- aceleração nula, portanto, velocidade constante, por muito grande que seja a sua medida, não tem qualquer efeito no corpo humano;

- acelerações até cerca de $4g$ (onde g representa a aceleração devida à gravidade), são suportáveis;

- acelerações superiores a de $4g$ podem ser suportadas durante pouco tempo:

- se a aceleração se verifica ao longo do eixo do corpo e o sentido é o da cabeça, ocorre a chamada «sensação visual de escuro»; quando o sentido é o dos pés, ocorre a chamada «sensação visual de vermelho», provocada por excessiva quantidade de sangue na cabeça e, em particular na retina; se tiver o valor de cerca de $10g$, a coluna vertebral pode partir-se;

- se a aceleração se verificar no sentido ântero-posterior - é tolerável, se tiver valores até cerca de $10g$ durante curtos períodos; o limite de tolerância é de cerca de $30g$.

A título de exemplo, informa-se que os astronautas, na largada e na chegada, são submetidas a uma aceleração de cerca de $10g$, mas esta aceleração é no sentido das costas.

2.1.3 Tipos de movimento

Considere-se o movimento de uma partícula numa trajectória rectilínea (por exemplo, o eixo x do referencial $Oxyz$, e o sentido positivo correspondente ao sentido do versor \hat{i}). Nestas condições, a velocidade da partícula, em cada instante t , é uma grandeza vectorial $\vec{v} = v\hat{i}$, onde o escalar v , componente da velocidade no eixo a que a trajectória pertence, é um escalar algébrico: $v > 0$, se a velocidade tem o sentido positivo (o de \hat{i}); $v < 0$, se a velocidade tem o sentido negativo (aposto a \hat{i}). Um movimento diz-se **acelerado** se a medida ou módulo da velocidade aumenta, isto é, se a aceleração tem o sentido da velocidade; o movimento é **retardado**, quer dizer, a medida ou módulo da velocidade diminui, se a aceleração tem o sentido oposto ao da velocidade.

Movimento uniforme e rectilíneo

Quando uma partícula se move com movimento uniforme e rectilíneo (m.u.r.), os deslocamentos $\Delta\vec{r}$ da partícula efectuaem-se segundo um linha recta, não mudam de sentido e os seus módulos (ou medidas) são proporcionais aos tempos em que ocorrem, isto é, no movimento rectilíneo e uniforme a velocidade é constante (em módulo, direcção e sentido) e, portanto, a aceleração é nula: $\vec{v} = \vec{conste}$ e $\vec{a} = \vec{0}$.

Tendo presente que

$$\frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t} = \frac{(\vec{r} - \vec{r}_0)}{(t - t_0)} = \vec{v}, \quad (2.9)$$

a equação geral do movimento rectilíneo e uniforme toma a forma

$$\vec{r} = \vec{r}_0 + \vec{v}(t - t_0), \quad (2.10)$$

podendo escrever-se as equações escalares no caso do movimento numa dimensão: $x = x_0 + v(t - t_0)$ ou $s = s_0 + v(t - t_0)$. Isto é, no movimento rectilíneo e uniforme, os espaços percorridos são proporcionais aos tempos gastos a percorrê-los: $\Delta s = s - s_0 = v(t - t_0)$.

Movimento uniformemente variado

No movimento uniformemente variado, as variações da velocidade do móvel $\Delta\vec{v}$ efectuaem-se sempre na mesma direcção e são, em módulo, proporcionais aos tempos em que ocorrem: $\Delta\vec{v}/\Delta t = \langle \vec{a} \rangle = \vec{conste}$. Sendo o limite de uma constante essa própria constante, tem-se, por definição de aceleração,

$$\vec{a} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \langle \vec{a} \rangle = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t} = \vec{conste}, \quad (2.11)$$

isto é, no movimento rectilíneo uniformemente variado, a aceleração é constante (em módulo, direcção e sentido).

Designando por \vec{v}_0 a velocidade no instante t_0 e por \vec{v} a velocidade no instante genérico t , tem-se, a partir da definição de aceleração e para este tipo de movimento, $\Delta\vec{v}/\Delta t = (\vec{v} - \vec{v}_0)/(t - t_0) = \vec{a}$, donde resulta a equação vectorial das velocidades

$$\vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{a}(t - t_0). \quad (2.12)$$

A equação escalar⁷ das velocidades toma a forma $v = v_0 + a(t - t_0)$: no movimento uniformemente variado, o valor da velocidade varia linearmente no tempo.

Uma vez que a velocidade é a derivada do vector posição em ordem ao tempo, $\vec{v} = d\vec{r}/dt$, podemos obter a equação do movimento $\vec{r} = f(t)$, permitindo a equação das velocidades $\vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{a}(t - t_0)$, obtendo-se a expressão geral do movimento

$$\vec{r} = \vec{r}_0 + \vec{v}_0(t - t_0) + \frac{1}{2}\vec{a}(t - t_0)^2. \quad (2.13)$$

A equação escalar das posições, válida apenas para movimento rectilíneo, tem a forma: $x = x_0 + v_0(t - t_0) + \frac{1}{2}a(t - t_0)^2$ ou $s = s_0 + v_0(t - t_0) + \frac{1}{2}a(t - t_0)^2$.

Na maioria dos casos considera-se que o instante inicial do movimento t_0 coincide com o início da contagem dos tempo, isto é, $t_0 = 0$ s. Considerando que no instante t a velocidade é v , $t = (v - v_0)/a$. Substituindo t na equação escalar das posições, tem-se $s = s_0 + v_0(v - v_0)/a + \frac{1}{2}a[(v - v_0)/a]^2$, obtendo-se

$$v^2 = v_0^2 + 2a\Delta s. \quad (2.14)$$

Movimento plano com aceleração constante - o movimento dos projecteis

Num campo gravítico os corpos estão sujeitos a uma aceleração $\vec{a} = \vec{g}$ (g é o símbolo da aceleração devida à gravidade) dirigida para o centro do corpo que origina o campo gravítico. No caso do campo gravítico terrestre, $\vec{g} = -g\hat{k}$, isto é, \vec{g} é dirigido para o centro da Terra, e em regiões próximas da superfície tem o valor aproximado de $9,8 \text{ ms}^{-2}$ (muitas vezes usa-se um valor próximo deste, 10 ms^{-2}).

Seja um grave lançado obliquamente, fazendo um ângulo θ com a horizontal, e com velocidade inicial $\vec{v}_0 = v_{0,x}\hat{i} + v_{0,z}\hat{k}$, onde $v_{0,x} = v_0 \cos \theta$ e $v_{0,z} = v_0 \sin \theta$. Isto é, uma vez lançado, o grave descreve uma trajectória no plano definido pelos eixos x e z do referencial ortonormado Oxyz. Este movimento corresponde, por exemplo, a uma pedra que se arremessa ou um pontapé numa bola. No que se segue despreza-se a resistência do ar. Ter presente que uma vez lançado, o grave fica apenas sujeito à força da gravidade.

⁷As equações escalares são válidas apenas no caso de o movimento ser rectilíneo, enquanto que as equações vectoriais aqui apresentadas são válidas para todos os movimentos com aceleração constante.

O movimento de um grave lançado obliquamente é um movimento composto, isto é, resulta da sobreposição de dois movimentos, sendo um uniforme e o outro uniformemente acelerado e vertical. De acordo com o princípio da independência das forças de Galileu (quando várias forças actuam sobre a mesma partícula, cada força actua independente das demais),⁸ resulta a lei da independência ou sobreposição dos movimentos simultâneos. Segundo esta lei, os vários movimentos simultâneos que um móvel tenderia a possuir, por acção ou ausência de forças, sobrepõem-se de tal modo que a posição final do móvel é a mesma que viria a ocupar se descrevesse, sucessiva e isoladamente, a cada um desses movimentos (chamados movimentos compostos).

Aplicando esta lei ao caso do lançamento oblíquo de um grave com velocidade inicial $\vec{v}_0 = v_{0,x}\hat{i} + v_{0,z}\hat{k}$, pode-se afirmar o seguinte:

- a componente horizontal \vec{v}_x da velocidade mantém-se constante $\vec{v}_x = v_{0,x}\hat{i} = v_0 \cos \theta \hat{i}$, porque a força que actua no grave lhe é perpendicular e, portanto, não tem componente segundo a horizontal.

- a componente vertical \vec{v}_z da velocidade varia com o decorrer do tempo $\vec{v}_z = (v_{0,z} - gt)\hat{k} = (v_0 \sin \theta - gt)\hat{k}$, porque a força que actua no grave tem a mesma direcção e só tem componente segundo a vertical.

Pela lei da independência ou sobreposição dos movimentos simultâneos, o grave estará, num instante t , na posição P cujas coordenadas são:

$$x = x_0 + v_{0,x}t \quad (2.15)$$

$$z = z_0 + v_{0,z}t - \frac{1}{2}gt^2, \quad (2.16)$$

onde x_0 e z_0 representam as coordenadas da posição de lançamento, isto é, a posição do grave no instante $t = 0$.

A equação geral do movimento é:

$$\vec{r} = (x_0 + v_{0,x}t)\hat{i} + (z_0 + v_{0,z}t - \frac{1}{2}gt^2)\hat{k} = (x_0 + v_0 \cos \theta \cdot t)\hat{i} + (z_0 + v_0 \sin \theta \cdot t - \frac{1}{2}gt^2)\hat{k}. \quad (2.17)$$

Da análise das equações do movimento, pode concluir-se que a trajectória de um grave lançado obliquamente com velocidade inicial \vec{v}_0 é parabólica, isto é, no seu movimento o grave descreve uma parábola. Convém referir que, considerando o efeito do ar e a baixa altitude, a trajectória do grave é diferente da trajectória prevista pelo modelo descrito acima, pois a resistência do ar reduz a altura e o alcance atingidos pelo móvel. Acresce ainda, que a resistência do ar varia com a forma do projectil, a velocidade deste, o grau de humidade do ar, a nebulosidade da atmosfera e a temperatura do ar.

⁸Em Física, os princípios ou leis fundamentais são induzidos da observação e da experimentação.

2.1.4 Cinemática da rotação

Considere-se o caso especial em que a trajectória é uma circunferência de raio R . A velocidade \vec{v} , sendo tangente à trajectória, é perpendicular ao vector $\vec{r} = \vec{R}$. A medida algébrica do arco descrito é $s(t)$. Em radianos,

$$s(t) = \theta(t)R, \quad (2.18)$$

onde $\theta(t)$ representa o deslocamento angular. Derivando $s(t) = \theta(t)R$, em ordem ao tempo, obtém-se:

$$\frac{ds}{dt} = \frac{d(R\theta)}{dt} = R\frac{d\theta}{dt}. \quad (2.19)$$

Como $ds/dt = v$, a equação 2.19 pode escrever-se como:

$$v = R\frac{d\theta}{dt} = R\omega. \quad (2.20)$$

A grandeza $\omega = d\theta/dt$ denomina-se velocidade angular.

A velocidade angular $\vec{\omega}$ é uma grandeza vectorial, cuja direcção é perpendicular ao plano do movimento e cujo sentido é dado pela regra do saca rolhas:

$$\vec{v} = \vec{\omega} \times \vec{r}. \quad (2.21)$$

Quando a velocidade angular de uma partícula varia com o tempo, a taxa de variação temporal da velocidade angular designa-se aceleração angular $\vec{\alpha}$:

$$\vec{\alpha} = \frac{d\vec{\omega}}{dt}. \quad (2.22)$$

A aceleração linear \vec{a} é dada por:

$$\vec{a} = \vec{\alpha} \times \vec{r}. \quad (2.23)$$

Se o movimento é circular uniforme, a partícula percorre arcos de circunferência de medida igual em períodos de tempo iguais e, portanto, os comprimentos de arco Δs são proporcionais aos tempos Δt em que foram percorridos: $\Delta s/\Delta t = cont^{te}$, isto é, a $\vec{\omega}$ é constante e, por isso, o movimento é periódico de período T (ou frequência $f = 1/T$).

O período T é o tempo necessário para que o móvel, com movimento circular e uniforme, dê uma volta completa. A frequência f é o número de voltas completas efectuadas na unidade de tempo. O período e a frequência estão relacionadas pela expressão $f = 1/T$.

Se $\vec{\alpha}$ é constante (diferente de zero), o movimento é circular e uniformemente acelerado. As equações escalares deste movimento são:

$$\omega = \omega_0 + \alpha t. \quad (2.24)$$

e

$$\Delta\theta = \Delta\theta_0 + \omega_0 t + \frac{1}{2}\alpha t^2. \quad (2.25)$$

2.1.5 Exercícios

Nesta secção são apresentados alguns exercícios e tratadas questões acerca dos movimentos.

Deslocamento, velocidade, aceleração, e tipos de movimento

1. Um pessoa faz a viagem Faro-Lisboa de avião seguindo até Beja, e a partir daí até Lisboa. Na primeira parte do percurso viaja a 600 km/h durante um quarto de hora, enquanto que o resto do percurso efectuado a 600 km/h, demora 10 min.

1.1 Qual celeridade média e a velocidade média em unidades SI no percurso Faro-Lisboa?

1.2 Determine o espaço percorrido e o deslocamento, sabendo que as distâncias Faro-Beja, Beja-Lisboa e Faro-Lisboa são, respectivamente, 150 km, 200 km e 300 km?

1.3 Se a pessoa regressar a Faro, seguindo directamente de Lisboa para Faro viajando a 700 km/h durante 25 min, determine a celeridade média e a velocidade média?

1.4 Qual é o espaço percorrido, o deslocamento efectuado, a celeridade média e a velocidade média durante o percurso Faro-Lisboa-Faro?

2. A velocidade de um automóvel comum pode *passar* dos 0 km/h aos 100 km/h em cerca de 10s. Determine a aceleração que o motor imprime ao automóvel, o espaço percorrido e o deslocamento. Qual a velocidade 5 s após se ter iniciado o movimento?

RESOLUÇÃO:

Admitindo que a variação de velocidade ocorre com aceleração constante, e igual ao seu valor médio, a aceleração é

$$a = \langle a \rangle = \frac{\Delta v}{\Delta t} \simeq (28 \text{ m/s}) / (10 \text{ s}) = 2,8 \text{ m/s}^2 \simeq 28\%g \simeq \frac{1}{4}g \quad (2.26)$$

Como se trata de um movimento uniformemente acelerado, o espaço percorrido coincide com a medida do deslocamento. O espaço percorrido pode ser determinado usando a expressão escalar da equação do movimento, tomando $s_0 = 0 \text{ m}$ e $v_0 = 0 \text{ m/s}$:

$$s = \frac{1}{2} \langle a \rangle t^2 \simeq 140 \text{ m} \quad \text{ou} \quad s = \frac{v^2}{2 \langle a \rangle} \simeq 140 \text{ m}. \quad (2.27)$$

Assumindo que o automóvel se desloca segundo o eixo dos x, as equações do movimento são dadas por $v = v_0 + at$ e $x = x_0 + v_0(t - t_0) + \frac{1}{2}a(t - t_0)^2$, obtendo-se $v = +at$ e $x = \frac{1}{2}at^2$. A velocidade é, portanto, $v = +at = 2,8 \text{ m/s}^2 \cdot 5 \text{ s} = 14 \text{ m/s}$ (50,4 km/h).

Velocidade em corridas

Quão rápido pode uma pessoa correr? Para corredores do sexo masculino a velocidade máxima é de aproximadamente 10,5 m/s. Um ser humano não consegue manter a sua velocidade máxima

indefinidamente pelo facto do fornecimento de oxigénio ser inadequado. O corpo contém oxigénio armazenado nos músculos e adquire e adquire mais oxigénio através da respiração. Quando corre à velocidade máxima, o oxigénio obtido através da respiração não é suficiente para suprir as necessidades do corredor, pelo que o oxigénio armazenado nos músculos é consumido. O atleta só consegue manter a velocidade máxima até o oxigénio inicialmente armazenado nos músculos se esgotam, o que acontece ao fim de cerca de 300 m, Figura 2.1. Quanto mais longa a corrida, menor deve ser a velocidade de “cruzeiro” do atleta de modo que o fornecimento de oxigénio seja adequado à corrida inteira. A velocidade média aumenta para corridas entre os 50 m e os 300 m, e depois diminui. Porquê?

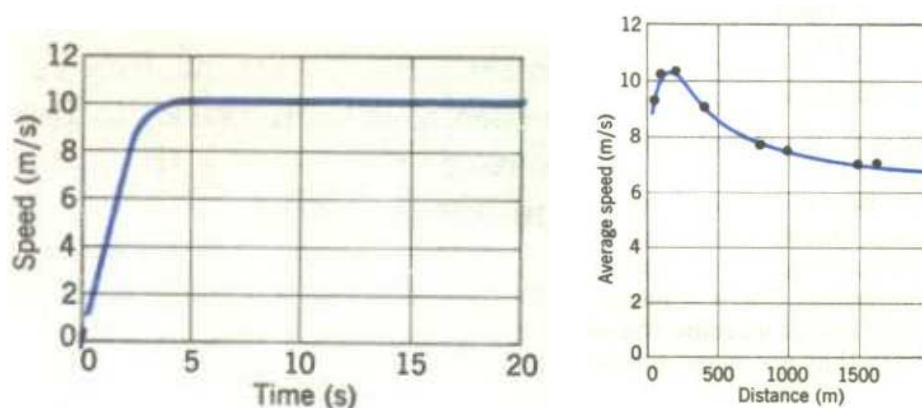


Figura 2.1: Velocidade de um atleta em função do tempo e da *distância* [2].

3. Um atleta consegue correr à velocidade máxima de 10,5 m/s. Numa corrida de 800 m, deverá o atleta correr sempre à velocidade máxima? Justifique de forma sucinta a resposta.

4.1 Um atleta de alta competição é capaz de acelerar uniformemente de 0 m/s até 10,2 m/s em 1,8 s. Assumindo que consegue manter esta velocidade durante uma corrida de 200 m, quanto tempo demora a cortar a meta? (resposta: 20,5 s)

4.2 Um atleta consegue acelerar uniformemente do repouso até à velocidade máxima em 1,7 s e manter essa velocidade até ao fim de uma corrida de 200 m. Qual deve ser a velocidade máxima do atleta se este pretender terminar a corrida em 19,5 s? (resposta: 10,72 m/s)

Queda de corpos no campo gravítico terrestre

5. Seja um corpo largado de uma altura H . Quanto tempo t_d decorre até o corpo a atingir o solo, e qual a sua velocidade $v(t = t_d)$ imediatamente antes de atingir o solo?

Resolução:

Assumindo que o corpo é largado da altura H , $z_0 = H$, sem velocidade inicial, $v_0 = 0$, o movimento é uniformemente acelerado com $a = -g$ até o corpo atingir o solo ($z = 0$ m).

Considerando-se que o corpo se move no sentido negativo do eixo z de um sistema de coordenadas cartesiano, a equação escalar das posições toma a forma $z = z_0 + v_0t + \frac{1}{2}at^2$. Tomando $z = 0$ m, $z_0 = H$ m, $v_0 = 0$ m/s e $a = -g = 9,8 \text{ ms}^{-2}$, obtém-se $0 = H - \frac{1}{2}gt_d^2$, resultando $t_d = \sqrt{2H/g}$.

A velocidade do corpo no instante t_d^- imediatamente antes de atingir o solo, isto é, $t = t_d \simeq t_d^-$, considerando a equação escalar das velocidades $v(t = t_d) = v_0 - gt_d$, é $v(t_d) = -\sqrt{2gH}$.

5.1 Exemplo numérico: assumindo $H = 5$ m, calcule os valores do tempo de queda, da aceleração e da velocidade imediatamente antes de embater no solo.

5.2 Se o corpo for lançado de uma altura de 5 m, com velocidade inicial de 10 m/s dirigida no sentido oposto à aceleração da gravidade, caracterize o movimento até o corpo atingir o solo. Considere a aceleração devida à gravidade 10 m s^{-2} .

RESOLUÇÃO:

O movimento é uniformemente retardado durante a subida do corpo até a velocidade se anular, o que acontece ao fim de um segundo, atingindo o corpo a altura total de 10 m. A partir deste instante, o movimento é uniformemente acelerado, atingindo o solo 2,4 segundos após ter sido lançado. A velocidade do corpo imediatamente antes de atingir o solo é 14 m/s.

2.2 Noções de dinâmica

A dinâmica é a parte da mecânica que estuda as relações entre as forças e os movimentos por elas produzidos; (psic.) estudo da acção dos fenómenos inconscientes sobre o comportamento humano (Do gr. *dünamis*, «força»).⁹

Nesta secção iremos introduzir a noção de momento linear, força e tratar das leis do movimento e das leis de força. Igualmente serão explicados os fenómenos que decorrem do movimento, tornando-os inteligíveis.

2.2.1 Momento linear e centro de massa

Define-se a grandeza momento linear de uma partícula, \vec{p} , como o produto da massa da partícula pela velocidade da partícula:

$$\vec{p} = m\vec{v}, \quad (2.28)$$

onde a grandeza m representa a quantidade de matéria da partícula. Ocorre variação de momento linear da partícula quando há variação da massa ou de velocidade: $\Delta\vec{p} = \Delta m\vec{v} + m\Delta\vec{v}$.

Tanto no movimento de um sistema discreto de partículas como no movimento de um corpo, trate-se de uma translação, de uma rotação ou de um movimento misto, há um ponto do corpo ou

⁹Força (fís.) toda a causa capaz de produzir deformações ou modificar o estado de repouso ou de movimento de um corpo.

do sistema de partículas que goza de propriedades especiais. A mais fundamental, é a seguinte: tal ponto desloca-se como se deslocaria uma partícula com a massa do corpo ou do sistema na qual se aplicassem as forças exteriores a que está submetido o corpo ou o sistema. Tal ponto é muito importante, porque as suas propriedades permitem simplificar o estudo do movimento do sistema ou corpo, e chama-se **centro de massa** (CM). A propriedade fundamental enunciada designa-se lei do movimento do centro de massa (CM).

O centro de massa (CM) de um sistema discreto de n partículas ou de um corpo é um ponto cujas coordenadas são a média ponderada das coordenadas das partículas do sistema. O vector posição de CM é, por isso, dado pela equação vectorial

$$\vec{r}_{CM} = \frac{\sum_{i=1}^n m_i \vec{r}_i}{\sum_{i=1}^n m_i}. \quad (2.29)$$

Para determinar a posição do centro de massa de um corpo, divide-se este em porções infinitésimas de volume dV , a que correspondem as massas elementares dm , e aplicam-se as fórmulas escritas, substituindo os somatórios por integrais. O centro de massa para um sistema rígido, é um ponto único e não varia relativamente a um referencial fixo no sistema. Para um corpo com distribuição de massa uniforme, o centro de massa coincide com o centro geométrico do corpo. Assim, o centro de massa de uma esfera homogénea, por exemplo, coincide com o centro da esfera.

Como referido, a propriedade fundamental do CM traduz o facto do CM se mover como se fosse uma partícula com a massa m do sistema sujeita às forças exteriores que actuam no sistema. O momento linear \vec{p}_s de um sistema - soma dos momentos lineares dos seus constituintes - é igual ao momento linear do seu centro de massa CM, se se considerar este como uma partícula com a massa igual à do sistema:

$$\vec{p}_s = m\vec{v}_{CM}. \quad (2.30)$$

Daqui resulta que é nulo o momento linear de um sistema em relação a um referencial ligado ao centro de massa:

$$\sum_{i=1}^n m_i \vec{v}_{i,CM} = \vec{0}, \quad (2.31)$$

isto é, é nulo o momento linear total das partículas do sistema em relação ao seu centro de massa.

EXEMPLO 1:

Considere-se o sistema formado pela Terra e pela Lua. Calcule a distribuição do centro de massa deste sistema relativamente ao centro da Terra (massa da Terra $5,98 \times 10^{24}$ kg, raio da Terra 6380 km; massa da Lua $7,35 \times 10^{22}$ kg, raio da Lua 1738 km; distância da Terra-Lua

$3,84 \times 10^8$ m). (resposta: o centro de massa está localizado na linha que une os dois corpos celestes, à distância de 4 729 km do centro da Terra, isto é, a 1 650 km no interior da Terra, do lado *virado* para a Lua)

EXEMPLO 2:

Determine o centro de massa de uma barra formada por duas componentes de madeira diferente, o primeiro tem massa 6 kg e comprimento 4 m, e o segundo tem massa 4 kg e comprimento 3 m. (resposta: considerando a barra alinhada segundo o eixo x, o centro de massa dista da extremidade livre do primeiro segmento de 3,6 m)

Distribuição de massa no corpo humano

Vários estudos têm sido realizados para determinar a distribuição de massa no corpo de um humano médio. Num humano típico de pé, o centro de massa encontra-se a cerca de 55% da altura do indivíduo, ligeiramente a acima da segunda vértebra sacra [2], Figura 2.2. Para uma pessoa com 1,70 m de altura, em pé, o centro de massa localiza-se a cerca de 95 cm do solo.

2.2.2 Leis de Newton do movimento

Antes de introduzir as leis de Newton, convém estabelecer o valor epistemológico das leis básicas da Física. As leis físicas são afirmações que de momento se revelam correctas acerca do modo como ocorrem os fenómenos. Saliente-se o princípio geral seguido em Ciência: uma lei não tem carácter eterno. Nunca é de mais insistir no carácter útil e momentâneo das leis físicas. Basta lembrar que no passado, Aristóteles julgava ter descoberto uma lei da Natureza ao afirmar que os corpos mais *pesados* (isto é, de maior massa) caem para a Terra mais rapidamente do que os corpos mais leves (isto é, de menor massa). A lei da Natureza que actualmente se refere a esta situação foi descoberta por Galileu apenas no século XVII, isto é, cerca de 2000 anos depois, e, segundo ela, todos os corpos caem para a Terra com a mesma aceleração, independentemente da sua massa. São dois os critérios principais que presidem ao estabelecimento das leis física: o critério da simplicidade e o critério da generalidade.

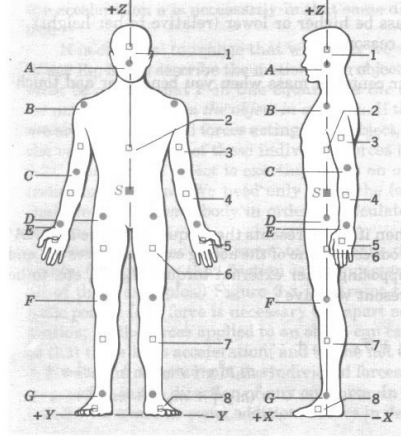
Lei da inércia e referenciais de inércia

Sabe-se, por experiência própria, que só a actuação de forças pode alterar o estado cinético de um corpo. Contudo, não se pode partir deste ponto de vista correcto para afirmar que o movimento de um corpo exige a interacção dele com outros corpos, isto é, um corpo só pode estar em movimento se for actuado por forças.

A partir quer de experiências reais quer conceptuais, Galileu chegou à conclusão de que um corpo, desde que não seja actuado por forças, se move eternamente, em linha recta, com

Distribution of Mass in the Human Body

Several studies have been made of the distribution of mass in the average human body. The following diagram and the table show the results obtained by the National Aeronautics and Space Administration (NASA) using data for male U.S. Air Force personnel. These figures will therefore differ slightly from those for females and for males from the population at large. (The solid circles labeled with letters represent the hinge points; the open squares labeled with numbers represent the centers of mass of the various body parts; the solid squares and the letter *S* show the position of the center of mass of the entire body.)



Symbol		Coordinates of point (percentage of height)			Mass (percentage of total body mass)
		x	y	z	
Hinge Points					
A	Base of skull on spine	0.0	0.0	91.23	
B	Shoulder joints	0.0	± 10.66	81.16	
C	Elbows	0.0	± 10.66	62.20	
D	Hips	0.0	± 5.04	52.13	
E	Wrists	0.0	± 10.66	46.21	
F	Knees	0.0	± 5.04	28.44	
G	Ankles	0.0	± 5.04	3.85	
Centers of Mass					
1	Head	0.0	0.0	93.48	6.9
2	Trunk-neck	0.0	0.0	71.09	46.1
3	Upper arms	0.0	± 10.66	71.74	6.6
4	Lower arms	0.0	± 10.66	55.33	4.2
5	Hands	0.0	± 10.66	43.13	1.7
6	Upper legs	0.0	± 5.04	42.48	21.5
7	Lower legs	0.0	± 5.04	18.19	9.6
8	Feet	3.85	± 6.16	1.78	3.4
S	Total (whole body)			57.95	100.00

Figura 2.2: Distribuição de massa no corpo humano [2].

velocidade constante. Segundo Newton “todo o corpo continua em estado de repouso ou de movimento uniforme, em linha recta, a menos que seja compelido a mudar esse estado por forças que lhe sejam aplicadas.”

Resulta desta lei o conceito mecânico de força como entidade responsável pela alteração do estado cinético dos corpos. O conceito de inércia como propriedade intrínseca de todos os corpos. Esta propriedade consiste na tendência que cada corpo tem para manter o seu estado cinético, ou seja para manter a sua velocidade. É precisamente devido à inércia que, ao saltarmos na direcção vertical, quando estamos numa viatura em movimento uniforme, acabamos por cair no mesmo ponto desta. (Explicar porquê.) Em resumo: um corpo não actuado por forças (ou, o que é equivalente, actuado por forças que se equilibram) está em repouso ou em movimento

rectilíneo uniforme. Todavia, esta ideia contém em si uma insuficiência: o corpo está em repouso ou em movimento rectilíneo uniforme, mas em que referencial?

Todo o corpo não actuado por forças está em repouso ou em movimento rectilíneo uniforme relativamente a determinados referenciais, que designamos genericamente por referenciais de inércia. Os referenciais de inércia são referenciais que se movem sem aceleração. Mas existem no Universo referenciais inerciais?

A Terra não é um referencial de inércia: sabe-se que a Terra roda em torno do seu eixo com uma aceleração de $3,4 \times 10^{-2} \text{ m/s}^2$ e no movimento de translação em torno do Sol tem uma aceleração de $0,6 \times 10^{-2} \text{ m/s}^2$. O movimento do Sol em torno do centro da nossa galáxia implica uma aceleração da ordem de $3 \times 10^{-10} \text{ m/s}^2$ e, portanto, em termos absolutos o Sol também não é um referencial de inércia porque acelera (como, aliás, aceleram todos os corpos do Universo), embora esta aceleração seja por demais insignificante, mesmo para movimentos celestes duradouros.

O efeito de acelerações tão pequenas é perfeitamente desprezável para movimentos de curta duração. Nestas condições, é legítimo considerar a Terra como referencial de inércia na grande maioria das situações com que se vai trabalhar. Porém, no estudo dos movimentos celestes, o efeito da rotação da Terra já se faz sentir.

Newton tentou superar estas dificuldades “inventando” um espaço absoluto e um tempo absoluto. Hoje aceita-se que espaço e tempo estão indissociavelmente ligados: o espaço absoluto e o tempo absoluto não existem. Assim, os referenciais considerados inerciais são definidos, de modo pragmático, para cada fenómeno. Por outras palavras: um referencial pode ser considerado de inércia para um dado fenómeno e não o ser para outro fenómeno.

Lei fundamental da dinâmica ou segunda lei de Newton do Movimento

A força, aplicada numa partícula ou num corpo, é nos referenciais inerciais, um modo de exprimir a interacção da partícula ou do corpo com o resto do Universo. Desta interacção resulta uma variação de momento linear da partícula ou do corpo, sendo a relação entre a interacção e o momento linear dada pela lei fundamental da dinâmica. Tomando por base, principalmente, o princípio da independência das forças simultâneas, de Galileu, as observações deste cientista e as suas próprias conjecturas sobre a variação do momento linear dos corpos, Newton estabeleceu a seguinte lei fundamental do movimento: a taxa temporal de variação do momento linear de uma partícula é igual à força que actua na partícula:

$$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt} \quad (\text{ou } \langle \vec{F} \rangle = \frac{\Delta\vec{p}}{\Delta t}). \quad (2.32)$$

A grandeza escalar positiva m , que figura da expressão da lei fundamental $\vec{F} = d\vec{p}/dt = d(m\vec{v})/dt$, mede a inércia do corpo, e designa-se massa inercial. O caso particular desta relação $\vec{F} = m\vec{a}$ mostra que para um corpo, sujeito a uma dada força, de intensidade F , a aceleração adquirida a , será tanto menor quanto maior for a massa m , que é uma característica do corpo. Uma vez que tal aceleração a é também tanto menor quanto maior for a inércia do corpo (oposição à variação de velocidade), pode-se definir, conceptualmente, a massa inercial, m , de um corpo como sendo a medida da sua inércia.

Se a massa da partícula não varia no decurso do movimento, o que acontece na grande maioria dos casos das partículas que se movem a velocidades inferiores a 1% do valor da velocidade da luz no vácuo, pode-se escrever a lei fundamental como

$$\vec{F} = m\vec{a} \quad (\text{ou } \langle \vec{F} \rangle = m \langle \vec{a} \rangle). \quad (2.33)$$

No caso de a partícula ser actuada por um sistema de forças, isto é, por várias forças simultâneas, chama-se **resultante** do sistema de forças a força que, só por si, é capaz de provocar na partícula o mesmo efeito (no sentido do mesmo deslocamento) que as forças do sistema, actuando conjuntamente. A força resultante é dada pelo vector soma dos vectores representativos das forças componentes do sistema. A aceleração é a soma das acelerações produzidas por cada uma das forças separadamente.

Finalmente, se a partícula de massa invariável, m , ou não é actuada por forças ou a resultante destas é zero ($\vec{F} = \vec{0}$), a lei fundamental indica-nos que a aceleração é nula ($\vec{a} = \vec{0}$), isto é, a partícula ou está em repouso ou em movimento rectilíneo e uniforme. Conclui-se que a lei fundamental implica, para os observadores inerciais (observadores fixos em referenciais inerciais), a verificação da lei da inércia. Esta lei é, pois, uma particularização da lei fundamental para tais observadores, no estudo do movimento das partículas de massa invariável.

A definição newtoniana de força, $\vec{F} = d\vec{p}/dt$, tem a vantagem de ser extensível às forças que, como as forças de inércia, não resultam de interacções. É válida, além disso, quer em Física Clássica quer em Física Relativista (onde m varia com a velocidade). Nesta última situação, a força apresenta duas componentes - uma segundo a linha de acção da aceleração e outra segundo a linha de acção da velocidade, porque

$$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt} = m \frac{d\vec{v}}{dt} + \frac{dm}{dt} \vec{v}. \quad (2.34)$$

Excluindo as forças de inércia, que pertencem ao universo dos referenciais acelerados, todas as demais forças resultam de interacções fundamentais (gravitacionais ou electromagnéticas) entre as partículas dos corpos e os campos dos outros corpos. E isto é tão certo na situação

de um grave atraído para a Terra como nas situações em que há contacto macroscópico entre corpos. Também nestes casos as forças não se traduzem em “puxões” ou “empurrões”: traduzem, isso sim, acções de campo a nível microscópico.

Como referido anteriormente, o momento linear \vec{p}_s de um sistema - soma dos momentos lineares dos seus constituintes - é igual ao momento linear do seu centro de massa CM, se se considerar este como uma partícula com a massa igual à do sistema:

$$\vec{p}_s = m\vec{v}_{CM}. \quad (2.35)$$

Daqui resulta que é nulo o momento linear de um sistema em relação a um referencial ligado ao centro de massa:

$$\sum_{i=1}^n m_i \vec{v}_{i,CM} = \vec{0}, \quad (2.36)$$

isto é, é nulo o momento linear total das partículas do sistema em relação ao seu centro de massa. A aceleração do centro de massa de um sistema de partículas é o quociente da resultante das forças exteriores pela massa do sistema:

$$\vec{a}_{CM} = \frac{\sum_{i=1}^n \vec{F}_{ext}}{\sum_{i=1}^n m_i}. \quad (2.37)$$

A lei fundamental do movimento aplicada aos sistemas de partículas toma a forma:

$$\sum_{i=1}^n \vec{F}_{ext} = \frac{d\vec{p}_s}{dt}. \quad (2.38)$$

Convém recordar a **lei do movimento do centro de massa**: o movimento do centro de massa é o movimento de uma partícula com massa igual à do sistema, onde estejam aplicadas todas as forças exteriores que actuam no sistema, isto é, o centro de massa de um sistema tem o movimento que teria uma partícula com a massa total do sistema e onde estivessem aplicadas todas as forças exteriores que actuam no sistema. Exemplo: quando uma bailarina durante um salto oblíquo levanta os braços, o seu centro de massa fica mais perto da cabeça. Contudo, o centro de massa, indiferente a esse gesto ou a qualquer outro, descreve uma parábola por ser esta a trajectória de uma partícula lançada obliquamente e meramente sujeita à acção da força gravítica (única força significativa exterior).

Lei da acção e reacção

Para Newton, toda a força que actua num corpo tem de resultar da interacção dele com outro corpo. Newton não concebia a possibilidade de uma força actuar num corpo sem haver outro corpo que estivesse na origem dessa força. Assim, Newton concebe uma lei fundamental - a lei da acção e reacção - que se enuncia como: “para cada acção existe uma reacção igual (em

módulo) e apostas; por outras palavras, as acções de dois corpos um sobre o outro são iguais (em módulo), mas de sentidos contrários.”

As forças que resultam da interacção de dois corpos A e B, isto é, acção e reacção, nunca estão aplicadas num só dos corpos que interagem mas, antes, repartidas uma por cada corpo. Toda a acção, \vec{A} , exercida num corpo, desencadeia, como resposta deste, uma reacção simétrica da acção: $\vec{A} = -\vec{R}$. Acção e reacção estão sempre aplicadas em corpos diferentes. A acção precede a reacção, mas, logo que esta aparecer, os seus nomes podem permutar-se, visto que, estruturalmente, são indistintas.

Exemplo: força “peso do corpo”

A título de exemplo, consideremos um corpo em repouso à superfície da Terra, Fig. 2.4a. O corpo está sujeito à força \vec{F}_g devido ao “puxão” gravitacional da Terra (ver subsecção 2.2.3). A força de reacção a esta força é $-\vec{F}_g$ e corresponde à acção gravitacional exercida pelo corpo na Terra. O par de forças \vec{F}_g e $-\vec{F}_g$ constitui um par acção-reacção. A tendência do corpo em acelerar no sentido do centro da Terra devido à força \vec{F}_g dá origem à força \vec{P} , Fig. 2.4b, força que a superfície do corpo exerce (acção do corpo) na superfície da Terra.

Se o corpo exerce na superfície da Terra a força \vec{P} , a superfície sólida da Terra reage exercendo uma força \vec{N} no corpo que contrabalança a força \vec{P} , Fig. 2.4b. A força \vec{N} designa-se força normal e é a reacção a \vec{P} : \vec{P} e \vec{N} constituem um par acção-reacção, $\vec{N} = -\vec{P}$. É a acção que o corpo exerce na superfície da Terra (ou suporte) que corresponde à força “peso do corpo”.

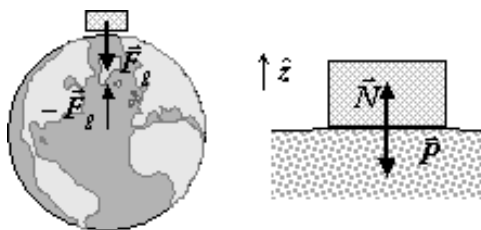


Figura 2.3: a) \vec{F}_g e $-\vec{F}_g$: par acção-reacção devido à interacção gravitacional entre o corpo e a Terra. b) \vec{P} e \vec{N} : par acção-reacção em resultado da interacção entre as superfícies do corpo e da Terra.

Em conclusão, no corpo actuam duas forças, a força \vec{F}_g , apontando para o centro da Terra e a força \vec{N} , no sentido oposto. Uma vez que o corpo está em repouso relativamente à Terra, $\vec{a} = \vec{0}$, é nula a resultante das forças que actuam no corpo. Em consequência, as forças \vec{F}_g e \vec{N} que actuam no corpo - em pontos de aplicação diferentes - têm a mesma intensidade e orientações opostas. De forma similar, as duas forças que actuam na Terra, $-\vec{F}_g$ e \vec{P} , têm também a mesma magnitude, $|\vec{P}| = |-\vec{F}_g|$, sentidos opostos e pontos de aplicação distintos.

2.2.3 Leis de força

Quando conhecemos a aceleração \vec{a} , a velocidade \vec{v}_0 e a posição \vec{r}_0 de uma partícula num dado instante t_0 , é possível, por integração, determinar a equação de movimento da partícula $\vec{r} = f(t)$, isto é, prever as características do movimento em qualquer instante. A aceleração pode obter-se a partir da equação fundamental $\vec{F} = m\vec{a}$, desde que se conheçam as leis de força a que obedecem as forças aplicadas na partícula e a massa da partícula não varie durante o movimento.

As leis de força traduzem matematicamente o modo como as partículas interagem com a vizinhança, ou seja, mas precisamente, o modo como as forças dependem das grandezas físicas que, variando durante a interacção, se utilizam para definir e/ou determinar a força.

Lei de força da força de gravitação: lei da atracção universal de Newton

Desde que Isaac Newton propôs a lei da Gravitação Universal que se aceita que a interacção gravitacional entre massas é universal e apenas depende das quantidades de matéria em interacção e da distância que separa os seus centros de massa. A partir dos trabalhos de Kepler e de Galileu, Newton concluiu que a força da gravidade \vec{F}_g que a Terra exerce num corpo de massa m , consequência da interacção gravitacional do corpo com o planeta Terra, é dada por

$$\vec{F}_g = -\frac{GMm}{|\vec{r}|^2} \frac{\vec{r}}{|\vec{r}|}, \quad (2.39)$$

isto é, matéria atrai matéria na razão directa das massas e na razão inversa do quadrado da distância que separa os seus centros de massa. Na expressão 2.39, G representa a constante gravitacional ($6,67 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2\text{kg}^{-2}$), M é a massa da Terra ($5,8 \times 10^{24} \text{ kg}$), \vec{r} é o vector posição com origem no centro de massa da Terra e extremidade no centro de massa do corpo. A força da gravidade que a Terra exerce num corpo \vec{F}_g pode ser escrita como o produto da

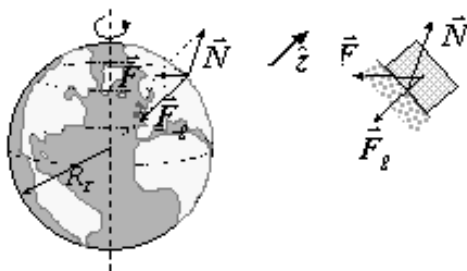


Figura 2.4: Forças que actuam no corpo em repouso na superfície sólida da Terra, a uma dada latitude: a força \vec{F} é a resultante da força da gravidade \vec{F}_g que actua no corpo e da acção da superfície da Terra \vec{N} no corpo.

massa m do corpo pela aceleração devida à gravidade \vec{g} , $\vec{F}_g = m\vec{g}$; a grandeza $\vec{g} = -\frac{GM}{|\vec{r}|^2} \frac{\vec{r}}{|\vec{r}|}$ corresponde à aceleração que o corpo adquire quando sujeito unicamente à acção do campo gravitacional da Terra. Junto à superfície da Terra, $|\vec{r}| = R = 6300$ km, \vec{g} é praticamente constante e, aproximadamente, igual $9,8$ m s⁻².

Centro de gravidade

O **Centro de gravidade** de um corpo ou de um sistema é o ponto onde podemos supor aplicada a resultante das forças de gravidade que actuam em cada um dos pontos materiais de que supomos constituído o corpo ou o sistema. O centro de gravidade de um sólido é um ponto, pertencente ou não ao sólido, definido pelo vector posição:

$$\vec{r}_G = \frac{\sum_{i=1}^n m_i \vec{r}_i}{\sum_{i=1}^n m_i}. \quad (2.40)$$

Trata-se do centro de forças gravíticas paralelas que actuam sobre cada uma das partículas que constituem o sólido. Atente-se que o centro de gravidade de um corpo coincide sempre com o centro de massa. Contudo, o conceito de centro de massa é mais geral do que o conceito de centro de gravidade.

A resultante de todas as forças gravíticas paralelas é a força gravítica \vec{F}_g aplicada no corpo. A linha de acção desta força tem a direcção da vertical geocêntrica (dirigida para o centro da Terra) e passa pelo centro de gravidade do corpo, que é o centro de forças gravíticas paralelas. Na prática, considera-se a força gravítica resultante \vec{F}_g como a força aplicada no centro de gravidade do corpo, embora possamos também considerar aplicada em qualquer ponto do corpo que pertença à sua linha de acção, por se tratar de uma resultante de forças paralelas.

Leitura complementar

A intensidade da força da gravidade pode ser medida com auxílio de um dinamómetro ou de uma balança-dinamómetro, assegurando que o corpo e o dinamómetro estão em repouso em relação à Terra. Esta afirmação requer alguns esclarecimentos. Considere-se um corpo em repouso relativamente à superfície da Terra a uma dada latitude, Fig. 2.4. O corpo é actuado por duas forças: a força da gravidade \vec{F}_g , apontando para o centro da Terra, e a força de reacção \vec{N} que a superfície da Terra (ou do suporte) exerce sobre a superfície do corpo. A direcção de \vec{N} é determinada pela força da gravidade e pela rotação da Terra em torno do seu eixo. Tendo presente a segunda lei de Newton da Dinâmica (a resultante das forças que actuam num corpo é igual à taxa temporal de variação do momento linear do corpo, $\vec{F} = d(m\vec{v})/dt$), a resultante \vec{F} destas duas forças assegura a rotação diária do corpo segundo o paralelo que passa pela posição deste. Como consequência apenas deste efeito, as direcções de \vec{F}_g e de \vec{g} “medidas” diferem ligeiramente da direcção do centro da Terra - excepto nos pólos e no equador - em um ângulo cuja amplitude é inferior $0,1^\circ$. Verifica-se também que, devido à aceleração centrípeta do corpo, a intensidade de \vec{F}_g indicada na balança ou no dinamómetro é inferior, excepto nos pólos, ao valor dado pela equação 2.39. Acresce ainda que as *irregularidades* da superfície e as variações de densidade nas diferentes regiões que constituem a Terra dão origem a um campo gravitacional não exactamente central pelo menos nas proximidades da superfície da Terra e, portanto, a variações na direcção e na intensidade de \vec{g} .

Ao longo do resto do texto considera-se que a Terra é uma esfera homogénea e desprezam-se os efeitos da rotação em torno do seu eixo e da translação em torno do Sol, e de quaisquer outros movimentos,

devido aos pequenos valores das acelerações linear e angular da Terra quando comparados com aceleração devida à gravidade ou a outras forças aplicadas. Isto é, a Terra é considerada em repouso durante os tempos característicos dos fenómenos aqui analisados. É desprezado também o efeito da atmosfera no corpos.

Lei de força da força eléctrica: lei de Coulomb

Carga eléctrica atrai carga eléctrica na razão directa das cargas e na razão inversa do quadrado da distância que a separa os seus centros:

$$\vec{F}_e = k \frac{q_1 q_2}{|\vec{r}|^2} \frac{\vec{r}}{|\vec{r}|}, \quad (2.41)$$

onde $k = 9 \times 10^9 \text{ Nm}^2/\text{C}^2$ é a constante de electrostática no vácuo, \vec{r} é o vector posição da carga q_2 relativamente ao centro da carga q_1 . Nesta expressão, a força repulsiva tem valor algébrico positivo, e a força atractiva tem valor algébrico negativo.

Lei de força da força elástica

A força elástica é uma força de intensidade proporcional ao deslocamento da partícula relativamente à sua posição de equilíbrio, e está sempre orientada para esta posição. A sua expressão vectorial é:

$$\vec{F}_{el} = -k_{el}\vec{r} \quad (F_{el} = -k_{el}x), \quad (2.42)$$

onde k_{el} é o parâmetro elástico e $\vec{r}(x)$ representa a posição da partícula em relação à posição de equilíbrio. Tratando-se da força que uma dada mola elástica exerce numa partícula ligada à sua extremidade, o parâmetro elástico depende da flexibilidade da mola e exprime-se, no SI, em N/m.

Lei de força da força resistente num fluido

Esta força depende da velocidade do corpo em relação ao fluido e está dirigida em sentido contrário ao da velocidade. Exprime-se, vectorialmente, do modo seguinte:

$$\vec{F}_r = -k_r\vec{v} \quad (F_r = -k_r v). \quad (2.43)$$

O coeficiente k_r é um coeficiente positivo, característico do corpo e do fluido (gás ou líquido) onde o corpo se move. Para altas velocidades \vec{F}_r varia com uma potência de \vec{v} .

Lei de força da força de atrito

A força de atrito entre dois corpos é uma reacção tangencial nas superfícies de contacto, e opõe-se ao movimento relativo dos corpos que contactam.

A força de atrito estático ou força de arranque não depende da extensão da superfície de contacto mas, apenas, da sua natureza (grau de rugosidade e materiais que contactam). É proporcional à componente normal \vec{R}_n da reacção \vec{R} da superfície à acção que o corpo exerce nesta:

$$\vec{F}_{ae} = \mu_e \vec{R}_n. \quad (2.44)$$

A constante de proporcionalidade μ_e chama-se coeficiente de atrito estático.

A força de atrito cinético, desenvolvida durante o movimento, é menor que a força de atrito estático, e também não depende da extensão da superfície de contacto mas, apenas, da sua natureza (grau de rugosidade e materiais que contactam). É também proporcional à componente normal da reacção:

$$\vec{F}_{ac} = \mu_c \vec{R}_n. \quad (2.45)$$

A constante de proporcionalidade μ_c chama-se coeficiente de atrito cinético. Note que $\mu_c < \mu_e$.

A força de atrito apresenta, em geral, desvantagens, pois é uma força resistente dissipativa, isto é, contribui para a dissipação de energia em todos os processos em que intervém. Apesar disso, a sua existência é fundamental para as actividades da vida diária, pois, sem ela, começávamos por ter de prescindir do nosso processo de locomoção, porque não éramos capazes de caminhar. Com efeito as solas dos sapatos escorregariam no chão e nem sequer nos conseguiríamos manter de pé. Mais: sem atrito, as correias sem-fim não fariam mover as máquinas, os pregos e os parafusos não se manteriam presos na madeira, veríamos as bicicletas e os automóveis em funcionamento, com as respectivas rodas a rodar, mas sem progredirem! Estas vantagens pagam-se com energia, que é dissipada de modo irrecuperável. Ter presente que somente as forças exteriores intervêm nos movimentos de translação de um sistema (corpo, partícula, etc), quer favorecendo-os quer, sendo opostas a estes, resistindo a eles.

2.2.4 Força peso de um corpo

Em geral, há grande confusão entre os conceitos de massa e de força “peso de um corpo” (rever secções 2.2.1 e 2.2.2). Com frequência, considera-se que as missões do vaivém espacial ou a actividade na estação espacial internacional ISS, correspondem a situações em que a “gravidade é zero” (ou muito pequena, daí o uso do termo “microgravidade”), e, portanto, “sem peso”, isto é, são eventos que ocorrem fora da influência gravitacional da Terra ou de outro corpo celeste. Contudo, fica-se, muitas vezes, surpreendido quando se percebe que durante uma missão do vaivém espacial ou na estação espacial internacional a aceleração devida à gravidade terrestre a que ficam sujeitos os astronautas é apenas 12% inferior à que experimentam à superfície da Terra.

O que os seres humanos e a restante matéria experimentam como “peso” não é a força da gravidade. A sensação de “peso” é devida à força normal que os suportes exercem nos corpos, constringindo-os de forma a contrariar a força (“peso”) que eles exercem nos suportes. Uma evidência deste facto ocorre quando uma pessoa em cima de uma balança-dinamómetro verifica que o valor indicado por esta (a intensidade do “peso”) varia sempre que flexiona as pernas sem perder o contacto com a superfície da balança. Outra manifestação ocorre quando um elevador a descer, trava para parar: uma pessoa sente um acréscimo de pressão nas pernas e nos pés. Estas variações não podem ser atribuídas à força da gravidade, porque a distância entre os centros de massa da Terra e da pessoa praticamente não se alterou, assim como as respectivas massas. (Rever terceira lei de Newton do movimento - lei da acção-reacção.)

Consideremos o corpo pendurado num dinamómetro ou colocado no prato de uma balança-dinamómetro. Quando o corpo é colocado na balança, a mola da balança é comprimida (no caso do dinamómetro seria distendida) e a sua deformação é comunicada ao ponteiro da escala da balança, porque o corpo tem tendência a acelerar no sentido do centro da Terra. O corpo exerce uma acção no prato da balança e através deste na mola. O ponteiro indica a magnitude da força “peso do corpo” \vec{P} , força exercida **na** superfície do prato da balança **pela** superfície do corpo.

Se o corpo e a balança estiverem em repouso em relação à Terra então, e como anteriormente, a intensidade da força “peso do corpo”, que actua na balança, iguala a magnitude da força da gravidade que actua no corpo, $|\vec{P}| = |\vec{F}_g|$; a igualdade verifica-se também no caso do corpo e da balança estarem em movimento uniforme e rectilíneo relativamente a um referencial ligado à Terra.

Leitura complementar

Será que a relação $|\vec{P}| = |\vec{F}_g|$ permanece válida se o corpo e o seu suporte estiverem em movimento acelerado em relação à Terra? Qual é a indicação da balança nesta situação?

Força peso de um corpo num referencial acelerado

Imaginemos agora o corpo colocado no prato de uma balança fixa no pavimento de um elevador. Quando o elevador acelera com uma aceleração \vec{a} , o corpo move-se em conjunto com a balança e o elevador, enquanto estiver em contacto com a balança. No corpo actuam duas forças: a força da gravidade \vec{F}_g e a reacção \vec{N} da balança à força “peso do corpo” \vec{P} . De acordo com a segunda lei de Newton da Dinâmica e assumindo que a massa m do corpo não varia, a resultante das forças que actuam no corpo é igual ao produto da massa m e da aceleração \vec{a} do corpo, isto é,

$$m\vec{a} = \vec{F}_g + \vec{N}. \quad (2.46)$$

Uma vez que a força “peso do corpo” \vec{P} e a reacção \vec{N} da superfície da balança formam um par acção-reacção, $\vec{P} = -\vec{N}$, podemos rescrever a equação 2.46 como

$$\vec{P} = m\vec{g} - m\vec{a}. \quad (2.47)$$

Ter presente que o valor indicado na balança corresponde à intensidade da força \vec{P} que o corpo exerce na balança.

Pode, portanto, concluir-se que a força que os corpos exercem nos seus suportes ou a “sua ausência” não têm a ver necessariamente com o facto do corpo estar ou não sob a influência de um campo gravitacional. Mesmo na presença de um campo gravitacional significativo, esta força depende essencialmente das características de movimento do corpo e do seu suporte.

Força peso do corpo num campo gravitacional fraco

A acção que um corpo exerce nos seus suportes, a força “peso do corpo”, não depende da existência de um campo gravitacional na região do espaço onde este se encontra. Considere-se um veículo espacial numa região do Universo onde o efeito gravitacional é nulo ou pouco significativo, i.e., $\vec{g} \simeq \vec{0}$. Se uma nave em movimento rectilíneo e uniforme nesta região accionar os seus motores entrará em movimento acelerado e os objectos no seu interior serão “projectados” no sentido oposto à aceleração \vec{a} da nave, tal como acontece quando um carro acelera, acabando estes por exercer forças nos seus suportes ou nas paredes da nave. Isto é, quando a nave espacial acciona os motores passa a ser actuada pela força de propulsão que é transferida a cada objecto no seu interior. Estes, após entrarem em contacto com as paredes da nave ou com outros corpos solidários com a nave, deslocam-se com a aceleração \vec{a} da nave. Nestas condições a equação 2.47 toma a forma

$$\vec{P} = -m\vec{a}, \quad (2.48)$$

i.e., a acção que o corpo exerce no seu suporte (**peso**) tem o sentido oposto à aceleração da nave e depende apenas da intensidade dessa aceleração e da massa do corpo. De facto, as propostas para “criar artificialmente” o efeito da gravidade no interior de naves interplanetárias empregam a rotação da nave em torno do seu centro de massa, sendo a aceleração devida à “gravidade artificial” oposta à aceleração centrípeta da nave.

Imponderabilidade e microgravidade

Nas situações ideais de queda livre todas as partes de um avião ou de nave espacial acelerariam uniformemente e o ambiente no seu interior seria de “gravidade-zero”, porque os corpos no seu interior não sentiriam os efeitos da gravidade. Em situações reais o efeito da gravidade nos corpos, embora substancialmente reduzido, faz-se sentir, e diz-se que os corpos estão em ambiente de “microgravidade” porque a “ausência de peso” não é total. Contudo, o emprego do termo “microgravidade” sem especificar o seu significado real pode aumentar os equívocos associados à identificação da força “peso” com a força da gravidade.

A total “ausência de peso” numa nave espacial só seria possível se todos os pontos da nave estivessem em movimento rectilíneo e uniforme, fora da acção de qualquer campo gravitacional. Neste caso, os corpos dentro da nave não experimentariam qualquer aceleração uns relativamente aos outros, e a situação seria de gravidade-zero, desprezando é claro as interacções gravitacionais mútuas e com as paredes da nave. As situações de imponderabilidade (“ausência de peso”) correntes são frequentemente designadas, de forma imprópria, como “gravidade-zero” ou “microgravidade”. É importante ter presente que no interior de uma nave nas proximidades da Terra a intensidade da aceleração devida à gravidade terrestre não é nula (“gravidade-zero”) ou diminuta (“microgravidade”): a 400 km de altura, por exemplo, a aceleração devida à gravidade terrestre é $8,4 \text{ m s}^{-2}$, e mesmo à distância da órbita da Lua é $2,6 \times 10^{-3} \text{ m s}^{-2}$. A verdadeira microgravidade terrestre, $g \approx 10^{-6} \text{ m s}^{-2}$, só poderia ser experimentada em regiões à distância de 17 vezes a separação entre a Terra e a Lua ($17 \times 384000 \text{ km}$!). Contudo, mesmo nessas regiões a aceleração devida à gravidade do Sol, é cerca de $6 \times 10^{-3} \text{ m s}^{-2}$, sendo os corpos atraídos para o Sol com $g \approx 6 \times 10^{-3} \text{ m s}^{-2}$.

Para os cientistas, o termo microgravidade caracteriza o facto da nave em queda livre e os corpos no seu interior não estarem todos sujeitos exactamente à mesma aceleração, em resultado das diferentes interacções gravitacionais entre os corpos interiores e exteriores à nave, e da acção de outras forças, e traduz-se na aceleração residual que os corpos no interior de um veículo em queda livre experimentam relativamente, por exemplo, ao centro de massa deste. Em consequência, nas proximidades da Terra e em naves não tripuladas em queda livre, obtém-se com facilidade $1\mu g$, enquanto que em missões tripuladas dificilmente se consegue menos de $100\mu g$. As causas mais relevantes são: i) a variação da aceleração devida à gravidade em resultado da morfologia da Terra; ii) variações devidas ao efeito gravitacional dos outros corpos celestes, em particular do Sol e da Lua, dependentes das suas posições relativamente à Terra; iii) a variação da aceleração da gravidade terrestre com a altitude, que decresce aproximadamente

1 parte por milhão por cada 3 m de aumento (numa nave em órbita a força centrípeta e, portanto, a aceleração devida à gravidade é superior na parte da nave mais afastada da Terra do que na parte mais próxima); iv) a atmosfera a 400 km de altura, por exemplo, embora podendo ser muito rarefeita, desacelera gradualmente a nave.

Conceitos de vertical e de para cima/para baixo

Correntemente, define-se vertical de um lugar como a direcção da aceleração devida à gravidade. Outras definições baseiam-se na direcção do fio-de-prumo, que à superfície da Terra e em repouso coincide com a direcção da força da gravidade. A noção de vertical é mais geral. Por exemplo, um ser humano ou outro ser vivo sente-se equilibrado na direcção da força que exerce no suporte e a orientação “para baixo” correspondem ao sentido dessa força. A vertical está sempre segundo a linha de acção da força “peso do corpo” e a orientação “para baixo” corresponde ao sentido dessa força. Da relação 2.47 pode concluir-se que tanto a direcção da vertical de um corpo como as orientações “para baixo/cima” dependem da aceleração do corpo e da aceleração devida à gravidade. Uma constatação quotidiana ocorre quando um autocarro arranca ou quando trava: nesta situação a “nossa” vertical é oblíqua e para não nos desequilibrarmos inclinámo-nos na direcção da “nova” vertical.

2.2.5 Dinâmica da rotação

No movimento de rotação de um corpo rígido em torno de um eixo, pertencente ao corpo, todas as partículas do do corpo descrevem circunferências em planos perpendiculares ao eixo e centradas no eixo. Os raios das circunferências variam, porque são a distância de cada ponto ao eixo.

Momento angular

Considere-se uma partícula de massa m com momento linear $\vec{p} = m\vec{v}$ num dado instante t . Seja \vec{r} o vector posição da partícula em relação a um ponto O, nesse instante t . O momento angular de uma partícula em relação a um ponto O é a grandeza vectorial

$$\vec{L}_0 = \vec{r} \times \vec{p}, \quad (2.49)$$

O momento angular de um sistema de n partículas em relação a um ponto O é a soma dos momentos angulares das partículas em relação a esse ponto O:

$$\vec{L}_{0,S} = \vec{L}_{0,1} + \vec{L}_{0,2} + \vec{L}_{0,3} + \dots + \vec{L}_{0,n}. \quad (2.50)$$

O momento angular de um corpo pode considerar-se como uma medida da rotação do corpo.

Em geral, de uma interacção resultam variações do momento linear $\Delta\vec{p}$ e do momento angular $\Delta\vec{L}$. As variações $\Delta\vec{p}$ do momento linear caracterizam os efeitos de translação das interacções, enquanto que as variações $\Delta\vec{L}$ do momento angular caracterizam os respectivos efeitos de rotação. Sempre que as características do movimento de rotação de um corpo ou sistema se alteram ocorre uma variação $\Delta\vec{L}$ do momento angular do corpo ou do sistema.

Derivando o momento angular em ordem ao tempo, equação 2.49, obtém-se:

$$\frac{d\vec{L}_0}{dt} = \frac{d(\vec{r} \times \vec{p})}{dt} = \frac{d\vec{r}}{dt} \times \vec{p} + \vec{r} \times \frac{d\vec{p}}{dt} = \vec{r} \times \frac{d\vec{p}}{dt} = \vec{r} \times \vec{F}. \quad (2.51)$$

A relação 2.51 traduz a lei da variação do momento angular de uma partícula.

Momento de uma força

Considere-se um ponteiro a rodar livremente em torno de um ponto externo O fixo. Seja \vec{F} a força que actua no ponteiro e cujas características, relativamente ao ponteiro, se mantêm (intensidade, ângulo com o ponteiro, ponto de aplicação). A experiência mostra que o efeito rotativo, giratório ou de torção que a força \vec{F} imprime no ponteiro depende: i) da intensidade F da força; ii) da distância b do ponto O à linha de acção da força \vec{F} , chamada braço da alavanca ou apenas braço da força \vec{F} (em particular, se a b for nula, isto é, a linha de acção de \vec{F} passar por O, a força não produz qualquer efeito rotativo no ponteiro).

O efeito rotativo de uma força \vec{F} , aplicada num sólido, móvel em torno de um ponto fixo, O, depende do momento da força ou torque da força em relação ao ponto O, definido como

$$\vec{M}_0 = \vec{r} \times \vec{F}, \quad (2.52)$$

onde \vec{r} é o vector posição do ponto de aplicação da força \vec{F} relativamente ao ponto O (ponto fixo em torno do qual roda o ponteiro).

O módulo de \vec{M}_0 mede o efeito rotativo, giratório ou de torção da força \vec{F} , e cuja direcção é a do eixo (instantâneo) em torno do qual roda o ponteiro.

Características do momento de uma força:

- linha de acção: perpendicular ao plano definido por \vec{r} e \vec{F} (é o eixo imaginário em torno do qual ocorre a rotação);

- sentido: obtido por qualquer das regras do produto externo, em particular pela regra do triedro da mão direita.

- modulo: mede o efeito rotativo da força e é dado por $M_0 = r \cdot F \cdot \sin \Theta = F \cdot b$, ou seja pelo produto da medida da força pelo braço.

Se várias forças actuam no mesmo corpo, o momento resultante $\vec{M}_{0,R}$ é a soma dos momentos $\vec{M}_{0,i}$ de cada uma das forças \vec{F}_i aplicadas em relação ao ponto O:

$$\vec{M}_{0,R} = \vec{M}_{0,1} + \vec{M}_{0,2} + \vec{M}_{0,3} + \dots + \vec{M}_{0,n}. \quad (2.53)$$

Comparando a relação 2.52 com a expressão 2.51 conclui-se:

$$\vec{M}_0 = \frac{\vec{L}_0}{dt}, \quad (2.54)$$

isto é, o momento, relativamente a um dado ponto, da força que actua numa partícula é igual à taxa de variação temporal do momento angular da partícula em relação a esse ponto.

Se, em vez de uma partícula, se tiver um sistema rígido de partículas (um corpo rígido), a taxa de variação temporal do momento angular do sistema é igual à soma dos momentos das forças exteriores aplicadas: lei de variação do momento angular.

É importante ter presente que o momento resultante de um sistema de forças é diferente do momento da força resultante, como facilmente se constata no caso do binário de forças.

2.2.6 Metodologia para aplicação das leis de Newton

O processo metodológico de aplicação das leis de Newton:

- 1- identificação da partícula em estudo;
- 2- identificação da vizinhança da partícula: conjunto de corpos que interactivam com ela;
- 3- identificação de todas as forças que a vizinhança exerce na partícula;
- 4- construção do diagrama da partícula livre: representa-se a partícula por um ponto e representam-se por vectores todas as forças que actuam na partícula;
- 5- escolha de um referencial conveniente;
- 6- aplicação da lei fundamental $\vec{F} = m\vec{a}$.

2.2.7 Exercícios

1. Um prato caiu no chão e, ao embater neste, partiu-se. Foi a força gravítica a força responsável pelo a quebra do prato? Justifique.

2. Um carro puxa um atrelado. Pela lei da acção-reacção, a força que o carro exerce no atrelado é simétrica da força que este exerce no carro. Se a força que o carro exerce no atrelado parece ser, assim, «contrabalançada pela outra», como explicar o facto de o atrelado ser, de facto, arrastado pelo carro?

3. O que faz andar um automóvel é a força de atrito entre as rodas de tracção e o piso da estrada. Sem atrito, as rodas patinam, isto é, não há movimento de translação ao longo da estrada, mas apenas rotação das rodas em torno do seu eixo, não saindo este do sítio. A velocidade de um automóvel comum com massa ($M=1$ t), pode passar dos 0 km/h aos 100 km/h em 10 s. Determine a variação de momento linear do automóvel, do condutor de massa $m_c=65$ kg, e a força média que o motor “deve desenvolver” para acelerar o automóvel.

Resolução:

Da definição de momento linear, admitindo que a perda de massa do automóvel durante o processo é desprezável, obtém-se

$$\Delta p_a = M\Delta v_a = (1000 \text{ kg}) \cdot (28 \text{ m/s}) = 28000 \text{ kgm/s} \quad (2.55)$$

$$\Delta p_c = m_c \Delta v_c = (65 \text{ kg}) \cdot (28 \text{ m/s}) = 1820 \text{ kgm/s} \quad (2.56)$$

Da segunda lei de Newton do movimento, admitindo que a perda de massa do automóvel durante o processo é desprezável, resulta (tendo em conta que a massa total do sistema é a soma das massas do automóvel e do condutor):

$$\langle F \rangle = \frac{\Delta p_{a+p}}{\Delta t} = (M + m_c) \frac{\Delta v_a}{\Delta t} = (M + m_c) \langle a \rangle = 2,8 \text{ kN}. \quad (2.57)$$

4. Imagine agora, que o automóvel sofre um choque frontal com um muro maciço, ficando imobilizado ao fim de 1 segundo. Qual a variação de momento linear do carro e do condutor se este usar cinto de segurança? A que aceleração fica sujeito o condutor?

RESOLUÇÃO:

Tendo em conta que agora a variação de momento tanto do automóvel como do condutor ocorre num intervalo de tempo 10 vezes menor, as forças médias a que ficam sujeitos são 10 vezes maiores, obtendo-se acelerações (desacelerações) 10 vezes superiores.

A desaceleração a que fica sujeito o condutor é cerca de $28 \text{ m/s}^2 \simeq 2,5g$. Se o condutor não usar cinto de segurança será projectado, podendo embater contra o muro, o que muito provavelmente causará a sua morte.

2.3 Noções de estática

A estática é a secção da Mecânica que estuda o equilíbrio das forças actuantes sobre corpos em repouso ou em movimento uniforme (Do gr. *statiké* [epistéme], «ciência do equilíbrio dos corpos»).

Um corpo rígido tem movimento de rotação ou simplesmente rotação quando dois dos seus pontos, P e Q, por exemplo, se mantêm fixos durante o movimento. Estes dois pontos definem o eixo de rotação. Um exemplo comum é o movimento de rotação de uma porta em torno do eixo definido pelas dobradiças.

O deslocamento geral de um corpo rígido pode considerar-se como a combinação de uma translação com uma rotação - lei de Chasles (1793-1880). O deslocamento total pode ser considerado como uma translação representada pelo deslocamento do CM, seguida de uma rotação em torno de um eixo que passa pelo CM.

2.3.1 Estática da partícula

Uma partícula está em equilíbrio num dado referencial se o seu centro de massa não acelera ($\vec{a}_{CM} = \vec{0}$) nesse referencial. Basta, para isso, que seja nula a soma das forças exteriores que

actúan na partícula

$$\sum \vec{F}_{ext} = \vec{0}. \quad (2.58)$$

A definición de equilibrio non exige que a partícula/sistema esteja en repouso, mas tan sómente que a velocidade do respectivo centro de masa non varie en módulo: $|\vec{v}| = \text{const}^{te}$. O equilibrio é estático se a velocidade da partícula for nula, i.e., $(\vec{v}_{CM} = \vec{0})$. Se $(\vec{v}_{CM} = \text{const}^{te})$, o equilibrio diz-se dinámico.

2.3.2 Estática do corpo rígido

Um corpo está en equilibrio num dado referencial se o seu centro de masa non acelera $(\vec{a}_{CM} = \vec{0})$ nesse referencial e se tiver aceleración angular nula en relación a cualquier punto $(\vec{\alpha} = \vec{0})$. Basta, para isso, que seja nula a soma das forzas exteriores

$$\sum \vec{F}_{ext} = \vec{0}, \quad (2.59)$$

e a soma dos momentos dessas forzas num punto cualquier:

$$\sum \vec{M}_{ext} = \vec{0}. \quad (2.60)$$

A definición de equilibrio de un corpo non exige que esse corpo esteja en repouso, mas tan sómente que as velocidades dos seus puntos non varíen en módulo: $|\vec{v}| = \text{const}^{te}$. Neste texto, considera-se o **equilibrio estático**, isto é, que os corpos están en repouso no referencial escollido e, portanto, a velocidade é nula para cualquier punto do corpo: $\vec{v} = \vec{0}$ e, portanto, $\vec{a}_{CM} = \vec{0}$ e $\vec{\alpha} = \vec{0}$.

O efecto de un sistema de forzas aplicado num corpo rígido é determinado pelas coordenadas vectoriais do sistema num punto O: $\vec{F} = \vec{0}$ e $\vec{M}_O = \vec{0}$. Isto é, para que un sistema de forzas esteja en equilibrio é necesario e suficiente que tenha resultante nula e momento nulo num punto cualquier O. Isto significa que un corpo rígido está en equilibrio se estiver a ser actuado, exclusivamente, por un sistema de forzas cujas coordenadas vectoriais sejam nulas. Assim, num referencial cartesiano ortonormado de base $(\hat{i}, \hat{j}, \hat{k})$, o equilibrio exige que as componentes escalares da resultante \vec{F} e do momento resultante \vec{M}_O sejam nulas:

$$\sum \vec{F}_i = (F_{1x} + \dots + F_{nx}, F_{1y} + \dots + F_{ny}, F_{1z} + \dots + F_{nz}) = (0, 0, 0), \quad (2.61)$$

e

$$\sum \vec{M}_i = (M_{1x} + \dots + M_{nx}, M_{1y} + \dots + M_{ny}, M_{1z} + \dots + M_{nz}) = (0, 0, 0). \quad (2.62)$$

Estas dúas condicións de equilibrio permiten determinar as forzas exercidas envolvidas en numerosas situacións. No exercicio que se segue, e na sección 2.6 (Aplicacións: movementos e forzas no corpo humano), son usadas para estimar as forzas exercidas polos músculos nos ossos.

2.3.3 Exercícios

Usando os conceitos de equilíbrio de forças e momentos de força, pode-se determinar as forças exercidas nos e pelos músculos nos ossos.

Braço suportando uma massa

1. Considere-se um braço suportando um livro de massa m_{li} . Assume-se que o antebraço está paralelo ao chão, Figura 2.5. Determinar a intensidade da força \vec{F} que o bicípite do braço aplica no rádio para suportar o livro.

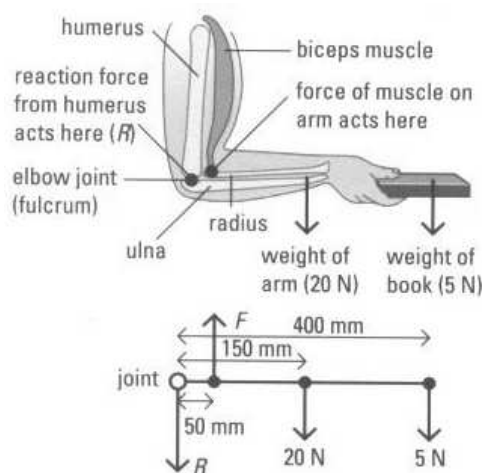


Figura 2.5: Sistema de ossos e músculos no braço, e o correspondente diagrama de forças actuando no braço quando suporta um objecto. Na figura a força gravítica F_g é representada pelo símbolo W (do inglês “weight”, peso).

RESOLUÇÃO:

Como o braço está em equilíbrio estático, a resultante das forças aplicadas e a soma dos momentos de todas as forças são nulas. O diagrama de forças que actuam no antebraço (ab) está representado na Figura 2.5.

A resultante das forças aplicadas no sistema é:

$$\sum \vec{F}_i = \vec{R} + \vec{F} + \vec{F}_{g,ab} + \vec{F}_{li} = \vec{0}. \quad (2.63)$$

Considerando os sentidos das forças, obtém-se

$$\sum F_i = -R + F - F_{g,ab} - F_{li} = 0. \quad (2.64)$$

Nesta fase da resolução, os valores das forças F e R são ainda desconhecidos. A análise deve prosseguir de forma se determinar os respectivos valores.

O cálculo dos momentos das forças em relação ao cotovelo, permite obter:

$$M = F_{g,ab} \times r_{CM,ab} + F_{g,li} \times r_{li} - F \times r_F = 0. \quad (2.65)$$

A partir desta equação determina-se $F=100$ N. Uma vez conhecido o valor de F , pode-se obter o valor de $R = +F - F_{g,ab} - F_{li}=75$ N.

Note que a força do músculo é aplicada próximo do cotovelo, e, portanto, o momento desta força é pequeno. Isto significa que o valor da força aplicada pelo músculo deve ser muito superior à força gravítica da massa que queremos suportar. Imagine-se como seria a estrutura humana se o músculo estivesse ligado ao rádio a meio do antebraço.

A vantagem mecânica da articulação é dada pela razão entre a carga e o esforço necessário para manter a carga. Neste caso $(F_{g,li} + F_{g,ab})/F=0,25$.

Ver também exercícios das páginas 103 a 106 de [2] (fotocópias).

2.4 Trabalho e energia

A energia de um sistema representa a capacidade de o sistema realizar trabalho mecânico ou equivalente. A apresenta-se sob diversas formas: mecânica, térmica, eléctrica, radiante, química, que podem transformar-se entre si. A energia é mecânica quando resulta do trabalho realizado por uma força.

A energia conserva-se, não pode ser criada nem destruída, pode apenas ser transformada. Segundo a Teoria da Relatividade, energia e massa são formas diferentes da mesma coisa. Pode-se, por exemplo, materializar a energia radiante na criação de partículas elementares, e desmaterializar estas partículas transformando-as em energia. Chama-se energia interna de um sistema à soma de energia térmica e do trabalho mecânico que ele pode realizar sobre o exterior.

2.4.1 Trabalho

Seja um corpo a mover-se numa trajectória rectilínea, desde um ponto A até um ponto B. Se durante o movimento, actuar sobre o corpo uma força constante, \vec{F} , define-se, nesta situação, o trabalho realizado pela força sobre o corpo como o produto interno do vector força pelo vector deslocamento:

$$W_{A \rightarrow B} = \vec{F} \Delta \vec{r}_{AB} = F \Delta r \cos \theta, \quad (2.66)$$

onde $\cos \theta$ representa o ângulo entre os vectores deslocamento e força. No caso de um movimento rectilíneo, pode-se escolher a trajectória paralela ao eixo dos xx. Nestas condições:

$$W_{A \rightarrow B} = \vec{F} \Delta \vec{r}_{AB} = F \Delta x_{AB} \cos \theta, \quad (2.67)$$

Se o trabalho de uma força é positivo, diz-se motor ou potente, porque é favorável ao movimento. Se o trabalho de uma força é negativo, diz-se resistente, porque é desfavorável ao movimento.

Um força diz-se conservativa quando o trabalho realizado por essa força sobre um corpo é nulo ao longo de um percurso fechado, isto é, o trabalho realizado sobre um corpo pelas forças conservativas é independente da forma da trajectória seguida pela partícula, mas depende das posições inicial, A, e final, B, deste.

Se a força \vec{F} variar ao longo da trajectória, o trabalho elementar de uma força num deslocamento elementar $d\vec{r}$ é dado por:

$$dW = \vec{F}d\vec{r}. \quad (2.68)$$

O trabalho de uma força entre dois pontos A e B da trajectória do corpo no qual a força actua, é dado por:

$$W_{A \rightarrow B} = \int_A^B \vec{F}d\vec{r}. \quad (2.69)$$

2.4.2 Energia cinética e lei do trabalho-energia

Em física, a energia cinética é a quantidade de trabalho que teve que ser realizado sobre um objecto para *tira-lo* do repouso e *coloca-lo* a uma velocidade \vec{v} .

Energia cinética

A energia cinética de um corpo é uma grandeza relativa (isto é, uma grandeza cujo valor depende do referencial), resulta de uma transferência de energia para ele, do sistema que o põe em movimento, e é igual ao trabalho que o corpo é capaz de realizar sobre o exterior devido ao seu estado de movimento e, em cada instante, é dada por $E_c = \frac{1}{2}mv^2$, onde v é a velocidade instantânea do corpo.

Lei do trabalho-energia

Seja \vec{F} a força resultante das forças aplicadas num corpo de massa m , movendo-se rectilaneamente. O trabalho realizado pela resultante \vec{F} , que é igual à soma dos trabalhos realizados por cada uma das forças aplicadas, é igual à variação da energia cinética do corpo:

$$W_{A \rightarrow B} = \Delta E_c = \frac{1}{2}mv_B^2 - \frac{1}{2}mv_A^2. \quad (2.70)$$

Numa partícula, o trabalho realizado pela resultante de todas as forças que nela actua é sempre igual à variação da sua energia cinética. Num sistema mecânico, o trabalho realizado pelas forças exteriores W_e mais o trabalho das forças interiores W_i mede a variação da energia cinética do sistema:

$$W_e + W_i = \Delta E_c. \quad (2.71)$$

2.4.3 Energia potencial

A energia potencial de um sistema ou energia de configuração de um sistema é a energia que resulta da interacção das suas partículas, e é função das suas posições relativas. É, além disso, uma propriedade do sistema, cujo valor varia sempre que o sistema muda de configuração.

A energia potencial para a configuração C é definida matematicamente pela expressão:

$$E_p(C) = E_p(R) - W_{R \rightarrow C}(\vec{F}_c), \quad (2.72)$$

onde R representa a configuração tomada para referência e \vec{F}_c a resultante das forças interiores conservativas.

A energia potencial de um sistema representa uma forma de energia mecânica armazenada no sistema, podendo (donde o nome potencial) converter-se integralmente em energia cinética. A energia potencial só pode estar associada às forças conservativas, visto que, intervindo forças não conservativas e, cumulativamente, dissipativas, não haverá recuperação total da energia cinética.

A expressão 2.72 mostra que a energia potencial $E_p(C)$ que se procura obter, só pode ser determinada a menos de uma constante arbitrária: precisamente o valor atribuído à energia potencial de referência $E_p(R)$.

Numa transformação qualquer de um sistema o trabalho das forças interiores conservativas é simétrico à variação de energia potencial:

$$W_{R \rightarrow C} = -\Delta E_p(R \rightarrow C). \quad (2.73)$$

Energia potencial gravítica

Se se escolher para configuração de referência R do sistema corpo-Terra a que corresponde à separação infinita dos dois corpo, $R = \infty$, e se assumir $E_p(R = \infty) = 0$. Um corpo de massa m , à altitude h (configuração C) em relação à superfície da Terra (massa M e raio R_T), possui energia potencial

$$E_p(C) = E_p(R) - W_{R \rightarrow C}(\vec{F}_g) = -G \frac{Mm}{(R_T + h)}. \quad (2.74)$$

Para pequenas altitudes, quando comparadas com o raio da Terra, isto é, $h \ll R_T$. Se neste caso se escolher para configuração de referência R do sistema corpo-Terra a que corresponde à altitude nula, $h = 0$, costuma-se considerar, por simplicidade, $E_p(R) = 0$. Como o trabalho da força gravítica (que pode ser considerada constante quando $h \ll R_T$ e igual a $-mg$), que é conservativa, de R para C (h) é resistente, obtém-se

$$E_p(C) = E_p(R) - W_{R \rightarrow C}(\vec{F}_g) = 0 - (-mgh) = mgh. \quad (2.75)$$

Energia potencial elástica

Da mesma forma se pode considerar para a energia potencial elástica, a configuração de referência do sistema corpo-mola aquela que corresponde à deformação nula ($x = 0$). Considerando novamente, por simplicidade, $E_p(R) = 0$ (deformação nula) tem-se

$$E_p(C) = E_p(R) - W_{R \rightarrow C}(\vec{F}_e) = 0 - \int_0^x -kx dx = \frac{1}{2}kx^2. \quad (2.76)$$

2.4.4 Lei da conservação da energia mecânica

A energia mecânica total de um sistema é a soma da energia potencial mais a energia cinética. Seja um sistema isolado, onde só realizam trabalho as forças interiores conservativas. A energia mecânica do sistema mantém-se constante durante qualquer transformação do sistema.

Numa transformação qualquer deste sistema isolado, o trabalho das forças interiores conservativas é simétrico à variação de energia potencial:

$$W_{R \rightarrow C} = -\Delta E_p(R \rightarrow C). \quad (2.77)$$

Por outro lado, sendo as forças conservativas as únicas que realizam trabalho, este é igual à variação da energia cinética, de acordo com a lei do trabalho-energia:

$$W_{R \rightarrow C} = \Delta E_c(R \rightarrow C). \quad (2.78)$$

Resulta daqui que a variação da energia mecânica total é nula. Isto equivale a afirmar que a energia mecânica se mantém constante:

$$\Delta E_p(R \rightarrow C) + \Delta E_c(R \rightarrow C) = \Delta[E_p(R \rightarrow C) + E_c(R \rightarrow C)] = 0, \quad (2.79)$$

isto é,

$$E_p(R \rightarrow C) + E_c(R \rightarrow C) = \text{constante} \quad \text{ou seja} \quad E_m(R \rightarrow C) = \text{constante}. \quad (2.80)$$

Estes resultados constituem a chamada lei da conservação da energia mecânica.

EXEMPLO:

Energia potencial pode ser transformada em energia cinética e vice-versa. Considere-se que um corpo é largado sem velocidade inicial de uma altura h . A energia potencial no instante da largada é $E_p = mgh$. À medida que cai, o corpo vai adquirindo energia cinética. Mostre que a velocidade e a energia cinética imediatamente antes de embater no solo são dadas por $v_{td} = \sqrt{2gh}$ e $E_c = \frac{1}{2}mv_{td}^2 = mgh$. Verifica-se a conservação da energia mecânica? Justifique.

2.4.5 Potência e rendimento de uma máquina

Designa-se por máquina qualquer sistema destinado a realizar trabalho com utilidade (trabalho útil). A potência média (útil) de qualquer máquina, quando num intervalo de tempo Δt transfere a energia útil ΔE_u para o exterior, medida pelo trabalho útil W_u realizado pela máquina, é dada pelo quociente:

$$P = \frac{\Delta E_u}{\Delta t} = \frac{W_u}{\Delta t}. \quad (2.81)$$

A potência instantânea da máquina será a energia útil que, em dado instante, está a transferir por unidade de tempo. É por isso o limite para que tende a potência média quando o intervalo de tempo Δt a que diz respeito tende para zero:

$$P = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta E_u}{\Delta t} = \frac{dE_u}{dt} = \frac{dW_u}{dt}. \quad (2.82)$$

A energia motora, E_m , que a máquina recebe, pode ser-lhe fornecida quer através de energia potencial química libertada por um combustível, sob a forma técnica, quer através de um trabalho motor, W_m , realizado por uma força exterior potente (que é o que sucede, por exemplo, na roldana e outras máquinas simples). A eficácia ou rendimento de qualquer máquina é a força de energia motora recebida, E_m , que ela consegue transferir para o exterior sob a forma de energia útil, E_u , medida pelo trabalho útil, W_u , realizado:

$$\eta = \frac{E_u}{E_m} = \frac{W_u}{W_m}. \quad (2.83)$$

Isto é, o rendimento de uma máquina é a razão entre a energia utilizável transferida para o exterior e a energia recebida do exterior. Ter presente que há sempre trabalho resistente devido às forças não conservativas (por exemplo, o atrito e a resistência do ar) e, portanto, há sempre energia dissipada sob a forma não mecânica, como a energia térmica. Temos, assim: $E_d = E_m - E_u$ e $\eta < 1$.

2.4.6 Exercícios

1. Quando uma força aplicada num corpo é permanentemente perpendicular à velocidade deste, realiza trabalho nulo. Fundamente a afirmação.

2. O que faz andar automóvel é a força de atrito entre as rodas de tracção e o piso da estrada. Sem atrito, as rodas patinam, isto é, não há movimento de translação ao longo da estrada, mas apenas rotação das rodas em torno do seu eixo, não saindo este do sítio. A velocidade de um automóvel de massa M igual a 1 t pode passar dos 0 km/h aos 100 km/h em 10s. Determine a força de atrito e o trabalho realizado pela “força que acelera” e a “potência do automóvel” quando atinge 100 km/h.

RESOLUÇÃO:

Vamos admitir que apenas a força “que acelera” o automóvel é responsável pelo movimento. Para podermos determinar o trabalho realizado pela força em causa, é necessário conhecer, para além do valor da força, o valor do deslocamento, que neste caso coincide com o espaço percorrido (porquê?). Para determinar a força é necessário determinar a aceleração.

Admitindo que a variação de velocidade ocorre com aceleração constante, e igual ao seu valor médio, a aceleração é

$$a = \langle a \rangle = \frac{\Delta v}{\Delta t} = (28 \text{ m/s}) / (10 \text{ s}) = 2,8 \text{ m/s}^2 \quad (2.84)$$

Da segunda lei de Newton do movimento, admitindo que a perda de massa do automóvel durante o processo é desprezável,

$$\langle F \rangle = m \langle a \rangle = (1000 \text{ kg}) \cdot (2,8 \text{ m/s}^2) = 2,8 \text{ kN}. \quad (2.85)$$

Como se trata de um movimento uniformemente acelerado, o espaço percorrido é pode ser determinado usando a expressão escalar da equação do movimento, tomando $s_0 = 0 \text{ m}$ e $v_0 = 0 \text{ m/s}$:

$$s = \frac{1}{2} \langle a \rangle t^2 = 140 \text{ m} \quad \text{ou} \quad s = \frac{v^2}{2 \langle a \rangle} = 140 \text{ m}. \quad (2.86)$$

Como neste caso a força responsável pelo movimento tem a mesma linha de acção que o deslocamento, o trabalho é dado pelo expressão: segunda lei de Newton do movimento, admitindo que a perda de massa do automóvel durante o processo é desprezável,

$$W = \langle F \rangle \Delta s = (2,8 \text{ kN})(140 \text{ m}) = 392 \text{ kJ}. \quad (2.87)$$

A potência média corresponde ao trabalho realizado num dado intervalo de tempo Δt , a dividir pelo intervalo de tempo Δt quando Δt tende para zero: $P = dW/dt$. Neste caso, como se assume que a força é constante, pode-se escrever:¹⁰

$$P = \frac{dW}{dt} = F \frac{ds}{dt} = Fv = 78,4 \text{ kW} \quad [106 \text{ cv} \quad (\text{“cavalos”})]. \quad (2.88)$$

2.5 Leis de conservação dos momentos linear e angular e da energia

As leis de conservação constituem um corpo de teoria que governa todos os fenómenos físicos, desde os microscópicos aos macroscópicos.

¹⁰Cavalo-vapor (cv) s. m. (fís.) unidade industrial de potência equivalente a 75 quilogrametros por segundo, footnote quilogrametro s. m. unidade de trabalho do sistema métrico gravitatório; trabalho efectuado pela força de um quilograma quando o deslocamento do seu ponto de aplicação é de 1 metro, na direcção da força; ~ por segundo: unidade de potência do sistema métrico gravitatório (De quilogra[ma] + -metro). ou 736 watts (Do fr. cheval-vapeur, do ing. horsepower, «potência de cavalo», que continua a existir na abreviatura H. P.).

2.5.1 Lei geral da conservação do momento linear

A lei fundamental do movimento de Newton aplicada aos sistemas de partículas toma a forma:

$$\sum_{i=1}^n \vec{F}_{ext} = \frac{d\vec{p}_s}{dt}. \quad (2.89)$$

Desta expressão pode-se deduzir uma lei fundamental da Natureza conhecida como lei da conservação do momento linear: quando a resultante das forças exteriores que actuam num sistema é nula, o momento linear do sistema mantém-se constante:

$$\sum_{i=1}^n \vec{F}_{ext} = \frac{d\vec{p}_s}{dt} = \vec{0}, \quad \text{que é equivalente a } \vec{p}_s = \vec{conste}. \quad (2.90)$$

Isto significa que, num sistema isolado ($\sum_{i=1}^n \vec{F}_{ext} = \vec{0}$), quaisquer que sejam as forças interiores de interacção, o momento linear não varia.

Lei da conservação do momento linear: mantém-se invariável o momento linear de um sistema enquanto nele não actuarem forças exteriores - sistema isolado - ou enquanto estas se mantiverem equilibradas.

2.5.2 Lei geral da conservação do momento angular

Anteriormente verificou-se que a soma dos momentos das forças exteriores, aplicadas num sistema, é igual à derivada do momento angular do sistema em ordem ao tempo. Portanto, se a soma dos momentos for nula, a derivada do momento angular será nula e o momento angular permanecerá constante.

Quando a soma dos momentos das forças exteriores aplicadas a um sistema é nula, o momento angular do sistema permanece constante.

Muitos comportamentos humanos do dia-a-dia são aplicações intuitivas da lei de conservação do momento angular. Um exemplo clássico ocorre quando uma patinadora, a rodar nas pontas dos patins, encolhe os braços. Chegar os braços ao corpo significa diminuir as distâncias das respectivas partículas ao eixo de rotação, o que faz com que o módulo da velocidade linear das partículas aumente e, conseqüentemente, a velocidade angular, rodando mais rapidamente, de forma a manter o momento angular constante.

2.5.3 Lei geral da conservação da energia

Seja um sistema não isolado onde actuam algumas forças interiores não conservativas. Em sistemas como este, não isolados e onde algumas das forças interiores são dissipativas, o trabalho das forças exteriores, W_e , dá o balanço de energia transferida, na forma mecânica, do exterior

para o sistema. Actuando, porém, forças dissipativas interiores, esta energia, proveniente do exterior, não vai corresponder integralmente ao acréscimo de energia mecânica do sistema,

$$\Delta E_m(R \rightarrow C) = \Delta E_c(R \rightarrow C) + \Delta E_p(R \rightarrow C), \quad (2.91)$$

já que parte da energia mecânica transferida para o sistema é transformada em energia não mecânica (térmica ou não térmica) resultante do trabalho, W_{nc} , das forças interiores não conservativas. Este mede, precisamente, a energia que passou para a forma não mecânica.

Em conclusão,

$$W_e + W_{nc} = \Delta E_c(R \rightarrow C) + \Delta E_p(R \rightarrow C). \quad (2.92)$$

Seja o sistema considerado isolado, mas onde as forças interiores são umas conservativas e outras não conservativas. Se nos sistema isolado só actuam forças conservativas, a energia mecânica total do sistema mantém-se constante:

$$\Delta E_c(R \rightarrow C) + \Delta E_p(R \rightarrow C) = 0. \quad (2.93)$$

Se no sistema isolado, onde há forças interiores conservativas e não conservativas, a energia mecânica não se conserva, mas mantém-se constante a totalidade da energia do sistema, isto é, a soma da energia mecânica ΔE_m com a energia não mecânica interna ΔU_i :¹¹

$$\Delta E_m(R \rightarrow C) + \Delta U_i(R \rightarrow C) = 0. \quad (2.94)$$

Isto equivale a dizer, por outras palavras, que a totalidade de energia, num sistema isolado, se conserva, embora se transfira de umas partículas para outras ou passe de umas formas para outras. Se actuarem forças interiores não conservativas, ocorre necessariamente não conservação da energia mecânica porque esta, em parte, se dissipa, passando para outras formas. Se apenas actuarem forças conservativas, então, além da conservação da energia total, também ocorre conservação da energia mecânica: o que desaparece em energia cinética aparece em energia potencial e vice-versa.

2.5.4 Exercícios

1. Uma bala de 15 g é disparada contra um bloco de madeira com massa 10 kg, em repouso. Após o impacto, o bloco com a bala encastrada adquire a velocidade de 0,45 m/s. Qual é velocidade da bala imediatamente antes de embater no bloco? (resposta: 300 m/s)

¹¹A energia interna de um sistema engloba todas as formas de energia possíveis (térmica, química, eléctrica, etc.) respeitantes às partículas do sistema.

2. Uma bola de massa de 10 kg, presa por um fio com 4 m de comprimento, gira com velocidade linear de 2 m/s. Durante o movimento o fio é encurtado para 2 m. Qual é a velocidade da bola, após o fio ser encurtado? (resposta: 4 m/s)

3. Se após o impacto, o bloco do problema 1, pendurado por dois fios presos ao tecto, descrever o movimento semelhante ao de um baloiço, qual a variação de altura do bloco?. (resposta: 1 cm)

2.6 Aplicações: movimentos e forças no corpo humano

O movimento do corpo depende da interacção dos músculos, ossos e articulações sobre o comando do sistema nervoso central. Um músculo geralmente une dois ossos e atravessa a articulação que se encontra entre ambos os ossos. Quando um músculo se contrai, puxa os ossos aos quais está ligado originando um movimento. Os músculos apenas podem puxar, não empurrar. Assim sendo, muitos músculos estão organizados em pares, um de cada lado de uma articulação, de maneira a poderem produzir movimentos opostos. Um exemplo disso é o emparelhamento dos músculos tricípites (ou tricepes) e bicípites (ou bíceps) no braço.

Todos os movimentos se baseiam em mudanças mecânicas dos músculos, que se contraem ou relaxam, permitindo que certos ossos se movam nas articulações. O alcance dos movimentos das articulações é determinado pela sua estrutura e pelos ligamentos que as estabilizam e apoiam. A articulação da anca, por exemplo, mexe-se menos livremente que a do ombro. Em contraste, as articulações dos pulsos, pés e coluna vertebral sacrificam mobilidade por estabilidade; os ossos estão unidos por ligamentos fortes e inflexíveis que permitem poucos movimentos.

2.6.1 Estrutura do corpo humano: esqueleto, músculos e articulações

O esqueleto é a estrutura sólida e bastante resistente em que se apoiam os músculos e outros órgãos do nosso corpo. Os ossos unem-se através das articulações, que podem ser móveis (sinoviais), semi-móveis ou imóveis ou suturas. Nas articulações móveis as superfícies dos ossos que encaixam uma na outra estão cobertas por uma cartilagem lubrificada, humedecidas por um líquido viscoso que, à semelhança do que se passa com o óleo de certas máquinas, tem um papel lubrificante.

Segue-se uma breve descrição dos principais componentes do corpo humano que participam activamente nas tarefas que nos permitem executar muitas das nossas actividades mecânicas diárias, como estar de pé, andar e levantar ou suportar massas.

Esqueleto

O esqueleto humano contém 206 ossos ligados por 186 articulações. Existem dois tipos principais de junções que permitem um conjunto considerável de movimentos. As articulações em dobradiça, como o joelho permitem o movimento livre no plano, enquanto articulações em bola, tais como a anca, que permitem o máximo de movimentos possível. Quando uma articulação deixa de funcionar correctamente devido a doença, as restrições nos movimentos e a dor resultante pode causar desconforto considerável.

Ossos são um bom material para construir uma estrutura. É capaz de se auto-reparar, é leve, rígido, e forte. Alguns ossos do corpo humano evoluíram em estruturas específicas fazendo-os mais apropriados para a sua função. Por exemplo, o fémur, um osso da perna, é oco, composto por paredes grossas e contém uma escora interna. O que faz dele ideal para suportar elevadas forças aplicadas à perna (até cerca de 30 vezes o força gravítica do corpo).

Músculos

Os ligamentos mantêm os ossos em conjunto nas articulações, e os músculos ligados aos ossos através de tendões para activar o movimento. Um músculo é um tecido fibroso que se pode contrair e aumenta de volume em resposta a um sinal enviado pelo sistema nervoso. Contraíndo-se, o músculo aplica forças a cada um dos seus pontos de contacto. Os músculos apenas se podem contrair, sendo necessária a acção de um segundo músculo no sentido oposto para repor o osso na sua posição inicial, e restaurar o estado inicial do primeiro músculo.

Existem três tipos de músculo: o músculo *esquelético*, que cobre e movimenta o esqueleto, formado por fibras longas, fortes e paralelas, capazes de se contraírem rápida e fortemente, mas só o podem fazer durante curtos períodos de tempo; o músculo cardíaco (coração), que bombeia o sangue por todo o corpo, formado por fibras curtas, ramificadas e interligadas criando uma rede dentro das paredes do coração, e contrai-se rítmica e continuamente sem cessar; e o músculo liso, que se encontra nas paredes do tracto digestivo, vasos sanguíneos e nos tractos genitais e urinários, formado por fibras curtas, em forma de fuso, e mais fibras do que as fibras musculares esqueléticas, em que as células do músculo suave formam camadas de músculo que se contraem por períodos prolongados (os músculo liso desempenha as acções inconscientes do corpo, como fazer a comida avançar ao longo do tracto digestivo).

A propriedade dos músculos responsável pelo movimento é a contractilidade. As extremidades dos músculos prendem-se aos ossos por meio de tendões (tecido fibroso). Sempre que há contracção dos músculos de um membro dá-se ou uma flexão (se ele se dobra) ou uma extensão (se ele se alonga). Igualmente, todos os nossos movimentos da cabeça e do tronco são devidos à contracção de músculos que puxam os ossos. A contracção destes músculos é rápida e de-

pende da nossa vontade-músculos voluntários. Mas há músculos no nosso corpo, como os do coração, os das paredes do estômago, intestinos, vasos sanguíneos, etc., cuja contracção é lenta e não depende da nossa vontade, funcionando mesmo quando estamos a dormir. Um músculo que não trabalha atrofia-se. Quanto mais os músculos trabalham, mais fortes ficam e mais se desenvolvem.

Articulações

Todo o corpo sujeito a ligações ou vínculos pode ser considerado livre de se mover, isto é, sem qualquer ligações, mas submetido a forças exteriores de ligação que substituem essas ligações hipoteticamente não existentes. As articulações sinoviais são classificadas segundo a maneira como as suas superfícies articulares (onde os ossos se encontram) se encaixam e os movimentos que cada uma delas permite.¹²

Exemplos de articulações sinoviais:

- articulação em pivô: o osso gira dentro de um anel formado por outro (a articulação de pivô entre o atlas e o áxis, os ossos mais superiores do pescoço, permitem que a cabeça rode para qualquer um dos lados);

- articulação de sela: as extremidades ósseas em forma de sela que se encontram em ângulos rectos, podendo os ossos girar e mexerem-se para os lados, para trás e para a frente (a única articulação de sela do corpo encontra-se na base do polegar);

- articulação plana: as superfícies ósseas em contacto são quase planas e podem deslizar umas sobre as outras, para trás, para a frente e para os lados (algumas articulações nos pés e nos pulsos são planas);

- articulação de tipo “esfera e taça”: a extremidade em forma de esfera de um dos ossos encaixa numa cavidade em forma de taça no outro osso, que permite movimentos em todas as direcções (as articulações do ombro e da anca são deste tipo);

- articulação em charneira: a superfície cilíndrica de um osso encaixa no sulco de outro, permitindo a dobra dos membros (o joelho, o cotovelo e as articulações dos dedos são exemplos);

- articulação elipsoidal: a extremidade oval de um osso encaixa na taça oval de outro, permitindo movimentos na maioria das direcções e rotação limitada (o pulso é um exemplo);

- articulação semi-móvel: as superfícies articulares encontram-se fundidas através de uma forte almofada de cartilagem, que apenas permite poucos movimentos (exemplos são a sínfise

¹²Sinovial adj. 2 gén. relativo a sinóvia; adj. f. e s. f. (anat.) cápsula ou designativo da cápsula, ou saco, que contém a sinóvia e é constituída pelas membranas sinoviais que segregam esse líquido; o m. q. cápsula sinovial e membrana sinovial; líquido : (anat.) o m. q. sinóvia. (De sinóvia + -al).

pública, que une as duas partes anteriores da pélvis, e as articulações da coluna vertebral);

- articulação fixa: os ossos são unidos por tecidos por tecido fibroso, que permitem pouco ou nenhum movimento (as articulações fixas entre os ossos do crânio são denominadas suturas).

As articulações danificadas por um distúrbio tal como a artrite, ou por uma lesão, podem ser substituídas cirurgicamente com articulações artificiais feitas de metal, cerâmica ou plástico. As articulações mais substituídas são as das ancas, joelhos e ombros. Durante a intervenção cirúrgica, as extremidades dos ossos danificados são também removidas e os componentes artificiais são fixos no seu lugar.

Tratamento de fracturas

Embora alguns ossos fracturados não tenham de ser imobilizados, a maioria tem de voltar a ser colocada na posição normal (redução) e ser mantida na mesma posição, para que as extremidades ósseas possam consolidar-se devidamente. A escolha da técnica de imobilização de uma fractura depende do tipo e gravidade da fractura:

- imobilização em gesso: aparelho rígido de gesso (plástico ou resina) aplicado a num membro e que permanece na mesma posição durante várias semanas, mantendo as extremidades do osso fracturado unidas e impedir qualquer movimentação;

- fixação interna: fixação com placas de metal, parafusos, pregos, arames ou varetas introduzidas no osso para manter as extremidades unidas, muito usada em fracturas das extremidades ósseas;

- fixação externa: usada para reparar ossos fracturados em vários pontos, e consiste na introdução de pregos que atravessam a pele até aos fragmentos ósseos, sendo os pregos mantidos no lugar por um aparelho metálico, o qual passados alguns dias permite a movimentação normal do membro e assim que o osso estiver soldado, são retirados o aparelho e os pregos;

- tracção: é utilizada quando não é possível manter um osso com uma fractura simples na posição correcta, tal como uma fractura transversal, por meio de fixação externa, é normalmente utilizada no tratamento de fracturas da diáfise do fémur, e para manter o alinhamento são utilizadas massas porque a potência dos músculos da coxa numa situação normal manteria as extremidades do osso fracturado afastadas, originado um desvio (um exemplo é a tracção do fémur: na extremidade superior da tíbia é introduzido um prego ligado a uma massa através de um sistema de roldanas, e a força aplicada mantém os ossos fracturados correctamente alinhados enquanto consolidam).

2.6.2 *Estar de pé e caminhar*

O mecanismo de engenharia intrincado do corpo e do seu sistema de articulações, músculos, e nervos não tem apenas o papel de suportar a massa do resto do corpo enquanto em repouso. Os seres humanos são por natureza inquietos. Muitos deles movem-se de formas muito estranhas e o esqueleto tem de suportar as forças envolvidas nesses movimentos. Acresce ainda que os músculos são responsáveis por providenciarem as forças requeridas para iniciar o movimento.

Nota: nas figuras dos exercícios que se seguem, por vezes a força gravítica F_g é representada pelo símbolo W (do inglês “weight”, peso).

Estar de pé

Como referido, a sensação de peso que temos quando estamos de pé em repouso não corresponde ao facto de o nosso corpo ser capaz de detectar a força de gravidade puxando-nos para o centro da Terra. De facto, a força existe, embora nós não tenhamos nenhum tipo de células *detectoras* de forças da gravidade. A sensação de peso corresponde de facto à compressão das várias articulações do corpo. Existem dois tipos de forças actuando numa pessoa de pé em repouso: a força da gravidade e a força de reacção exercida pelo piso, Figura 2.6. Sem esta força, o corpo não estaria em equilíbrio e aceleraria no sentido do centro da Terra. De facto é isto que acontece por um período de tempo até que o material debaixo dos nossos pés se deforme o suficiente para exercer a força de reacção que iguala a força gravítica. Se o material se quebra antes de ser capaz de exercer a força que compensa a força gravítica, a pessoa cai através dele.

A combinação destes dois conjuntos de forças coloca o corpo no estado de compressão, comprimindo as articulações e fazendo-nos dar conta da nossa massa. Os astronautas em queda livre não sentem este efeito de compressão a actuar e portanto as suas articulações expandem-se ligeiramente.

Caminhar

Mesmo o movimento simples de andar corresponde a um processo complexo quando é analisado em detalhe.

Começando de uma forma simples, considere-se que cada perna requer uma força horizontal para acelerar no sentido da marcha, Figura 2.7. Então a perna roda em torno da anca articulação, de forma que um momento de força é também necessário para produzir a aceleração angular. Por fim, a perna deve desacelerar denovo quando chega ao fim da passada. Desta vez, contudo, o corpo não necessita de aplicar toda a força uma vez que a gravidade ajuda. Ter presente que a força de reacção vertical do solo no pé é variável. Assumindo que há apenas um

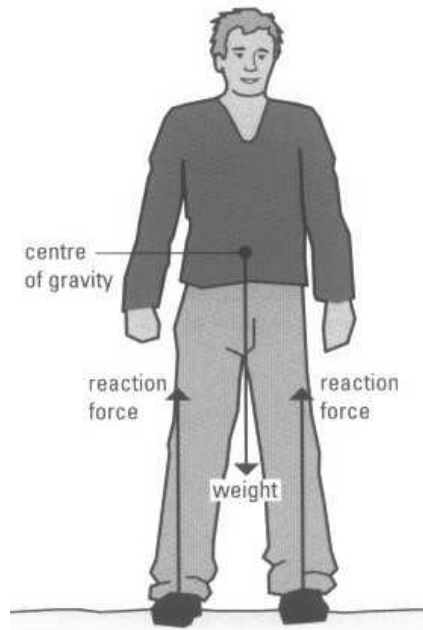


Figura 2.6: Sensação de peso: forças aplicadas no corpo humano na posição aprumado (erecto).

pé em contacto com o solo de cada vez, então:

a) na fase de suporte, a força de reacção R_2 é igual à força gravítica F_g : $R_2 = F_g$;

b) na etapa em que o calcanhar atinge o solo, a força de reacção é superior à força gravítica, uma vez que o solo reage à deformação extra causada pelo pé em desaceleração: $R_1 > F_g$;

c) quando os dedos tocam no chão a reacção do solo é superior à força gravítica, uma vez que o solo reage à acção dos músculos da barriga da perna e à força gravítica: $R_3 = F_g$.

Acresce ainda que nas situações a) e c) actuam forças de atrito F_1 e F_2 , que devem ser inferiores às forças de atrito máximas das superfícies em contacto, isto é, $F_1 < \mu_{ae}R_1$ e $F_2 < \mu_{ae}R_2$. Durante a fase b) e c) a força resultante do solo no pé é dada por $G = \sqrt{R^2 + F^2}$, que faz um ângulo θ com o solo, onde $\tan \theta = F/R$.

Se a pessoa não escorrega, $F_i < \mu_{ae}R_i$ e, portanto, $\tan \theta < \mu$. Esta condição impõe um máximo ao valor do ângulo que o pé faz com a superfície do solo para cada superfície. Consequentemente, existe uma passada máxima para cada superfície, caso contrário ...

Alteração da posição do centro de massa ao andar

Outra característica do movimento de caminhada corresponde à alteração da altura do centro de gravidade da pessoa à medida que caminha, Figura 2.8. Este ponto encontra-se na posição mais baixa quando as pernas estão a meio da passada, uma perna antes da vertical e outra depois da vertical contendo o centro de gravidade. O ponto mais elevado ocorre quando as duas pernas estão alinhadas. Determinar o trabalho realizado contra a força da gravidade

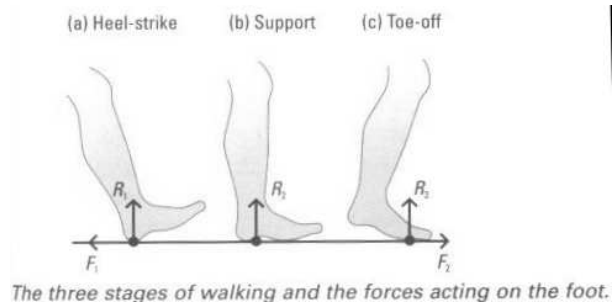


Figura 2.7: Três etapas de caminhar (pousar o calcanhar, suporte do pé, e apoiar os dedo do pé) e as forças que actuam no pé nas diferentes fases do caminhar.

em consequência da alteração do centro de massa quando caminhamos.

RESOLUÇÃO:

Um adulto médio possui umas pernas com cerca de 1 m de comprimento e é capaz de uma passada com cerca de 80 cm. Como consequência, a variação em altura da posição do centro de gravidade é cerca de $\Delta h = 100 \text{ cm} - \sqrt{100^2 - 40^2} \text{ cm} = 8 \text{ cm}$.¹³ Assumindo uma força da gravidade de 750 N, isto corresponde a 60 J de trabalho realizado contra a gravidade.

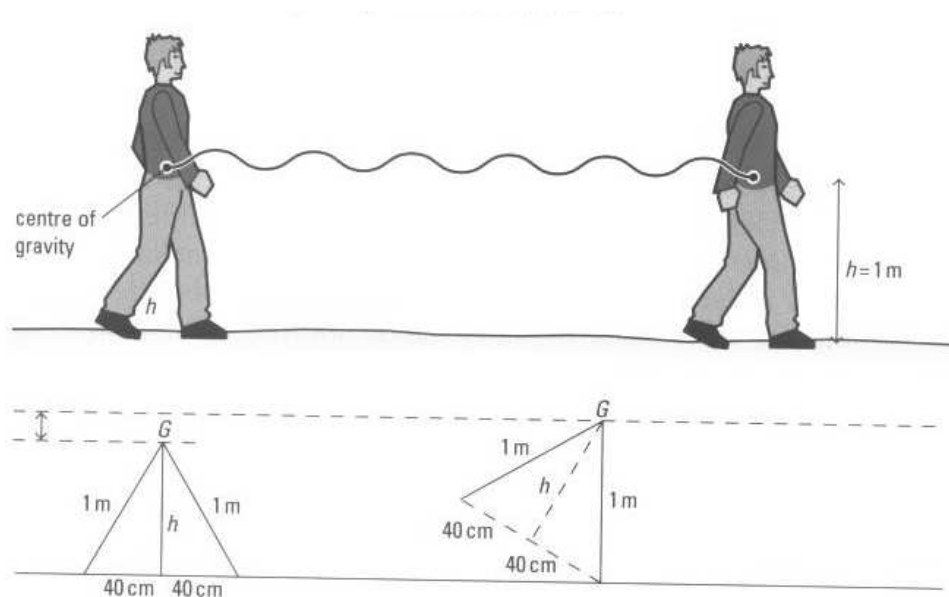


Figura 2.8: Variação da posição do centro de massa do corpo à medida que caminhamos.

Exercícios das páginas 484 e 485 de [4] (fotocópias).

2.6.3 Braço suportando uma massa

Rever secção 2.3.3.

¹³A variação de altura do centro de gravidade é um pouco inferior ao valor obtido uma vez que ao caminhar é comum dobrar-se as pernas.

2.6.4 Forças na articulação da anca

A anca é uma articulação/junta esférica que permite a liberdade de movimentos necessária para andar, sentar, curvar, etc. Quando uma pessoa está de pé, com a sua massa eventualmente equilibrada na duas pernas, cada anca deve suportar metade da massa do corpo situada acima da anca. Tipicamente, isto corresponde a 70% da massa total do corpo. A cabeça do fémur faz normalmente um ângulo de 50° com a vertical at the socket. A carga actua verticalmente na cabeça do fémur, e por causa do ângulo provoca a compressão e shear no osso (se o osso entrasse na junta verticalmente só haveria compressão). Determinar as componentes compressiva e de cisalhamento que actua na anca.

RESOLUÇÃO:

Sendo a força gravítica da pessoa F_g (ver Figura 2.9), a componente compressiva da força que actua na anca é $F_{comp} = F \sin 50 = 0,35F_g \sin 50 = 0,27F_g$ e a componente de cisalhamento é $F_{cisa} = F \cos 50 = 0,35F_g \cos 50 = 0,22F_g$.

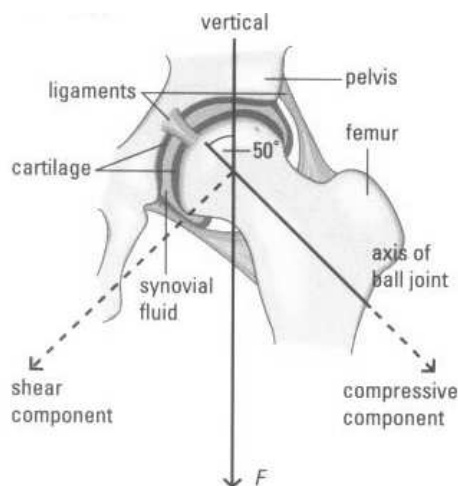


Figura 2.9: Sistema de forças que actua na anca: a força que actua na “cabeça” da anca não é paralela ao osso, o que faz com que o osso fique sujeito a forças de compressão e a tensões tangenciais (cisalhamento).

Exercícios das páginas 482 a 483 de [4] (fotocópias).

2.6.5 Forças na coluna

A coluna vertebral, também denominada espinha, mantém o corpo direito (constitui o principal meio de suporte do corpo), apoia a cabeça e rodeia a espinal medula. É constituída por 33 ossos denominados vértebras. As articulações e discos de tecido fibroso entre a maioria das vértebras tornam a coluna vertebral flexível, ao passo que os ligamentos e músculos a estabilizam e controlam os movimentos. As articulações entre as vértebras são formadas por uma faceta

articular e um disco intra-vertebral que absorve os choques. O movimento entra as vértebras é limitado, mas elas trabalham em conjunto para dar flexibilidade à coluna vertebral.

As 24 vértebras superiores estão separadas umas das outras por discos fibrosos, o que assegura a flexibilidade das costas superiores. As 9 vertebras inferiores estão ligadas entre si. A medula espinal, que é a parte vital do sistema nervoso central encontra-se no interior da coluna vertebral. Os disco estão em considerável compressão e cisalhamento.¹⁴ Com o tempo eles perdem a sua resistência. Em certas circunstancias um disco pode deslizar da sua posição, fazendo com que a carga caia directamente nas vertebras. Isto corresponde a uma situação muito dolorosa.

As situações mais propicias para que ocorra uma lesões nas costas ocorrem quando nos curvamos e quando levantamos cargas (massas). As forças envolvidas podem ser estimadas considerando as costas como uma barra articulada na pélvis. Um conjunto de músculos liga a vertebra da espinha dorsal à pélvis e controla a espinha que pode pivot em torno da sua articulação com a pélvis.

Na Figura 2.10 estão indicados o procedimento e os cálculos para determinar as forças aplicadas nas costas quando nos curvamos e quando levantamos uma carga.

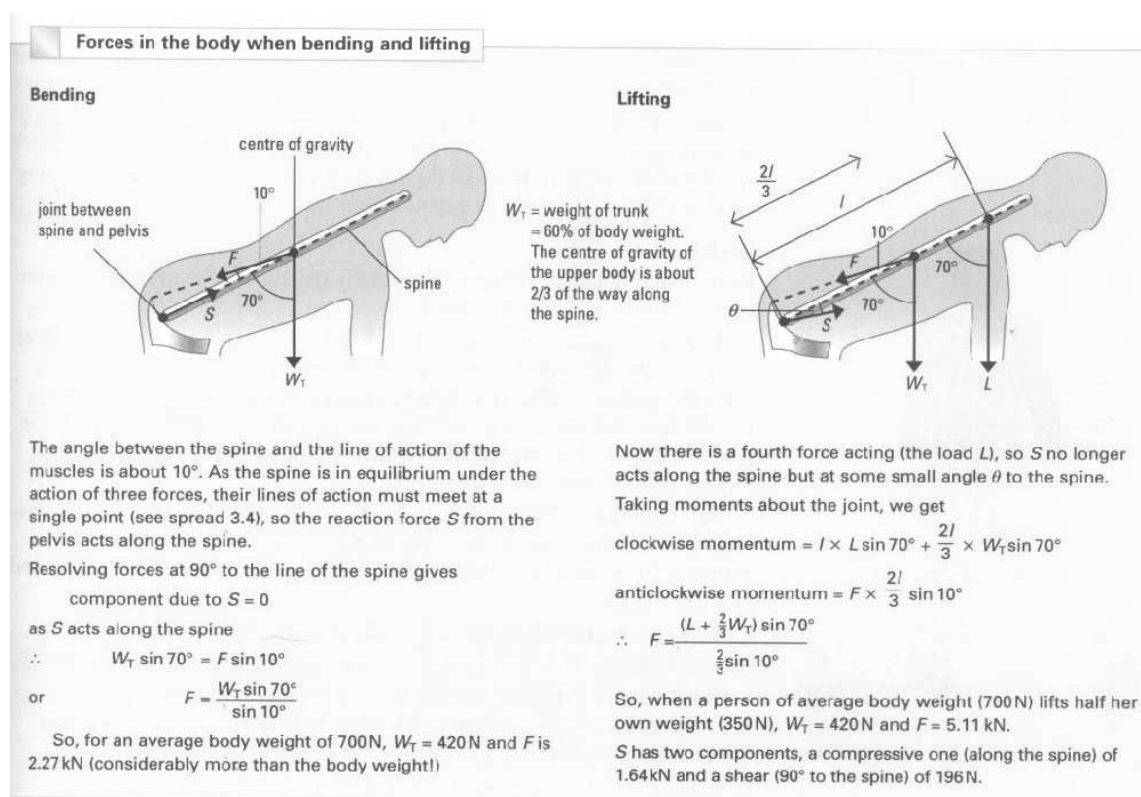


Figura 2.10: Sistema de forças quando nos curvamos.

¹⁴Cisalhamento s. m. acto ou efeito de cisalhar; (geol.) deformação de uma rocha, com ou sem fractura, resultante da actuação de tensões tangenciais (De cisalhar + -mento).

Exercícios da página 483 de [4] (fotocópias).

2.6.6 Quebra de ossos nos saltos

Ao cair ou saltar de uma dada altura, uma pessoa sujeita os ossos da perna a um esforço, tanto maior quanto maior for a altura da queda ou do salto. O osso da perna mais vulnerável é a tibia e o esforço aplicado neste osso é maior na zona do osso com secção transversal menor, isto é, mesmo acima do tornozelo. A tibia suporta, sem fracturar, forças de compressão até 50 000 N ($\simeq 5000$ kgf). Se uma pessoa aterrar em ambos os pés, a força máxima que os ossos das pernas podem tolerar é 2 vezes 50 000 N (100 000 N).

1. Estime a altura máxima que um indivíduo pode cair ou saltar sem fracturar a tibia?

RESOLUÇÃO:

Na resolução vamos considerar o movimento da pessoa como sendo representado pelo movimento do seu centro de massa. O movimento do centro de massa da pessoa pode ser dividido em duas fase: na primeira, a pessoa cai em queda livre, sujeita apenas à força da gravidade, até que toque com os pés no solo - movimento uniformemente acelerado, com aceleração $a = -g$ - durante esta fase a pessoa percorre a *distância* H ; na segunda, que decorre desde o momento em que a pessoa toca no chão e até que pára, movimento que pode, em primeira aproximação, ser considerado uniformemente retardado com aceleração média $\langle a \rangle$: durante esta fase a pessoa percorre a *distância* h .

Do problema anterior, resulta, para o caso da queda da altura H , partindo do repouso, que a velocidade da pessoa imediatamente antes de tocar no solo é dada por $v_d^2 = 2gH$. Durante a segunda fase, a pessoa desacelera percorrendo a *distância* h , observando-se a relação $0 = v_d^2 - 2 \langle a \rangle h$. Combinando estas duas expressões obtém-se a expressão para a aceleração média durante o movimento retardado: $\langle a \rangle = gH/h$. O tempo de desaceleração é dado por: $t_{da} = v_d / \langle a \rangle$.

De acordo com a lei fundamental da dinâmica, a força média exercida é igual à massa do indivíduo vezes a desaceleração média: $\langle F \rangle = m \langle a \rangle$.

Substituindo a expressão da aceleração média na lei fundamental $\langle F \rangle = m \langle a \rangle$, obtém-se $\langle F \rangle = mgH/h$. A altura máxima que é possível cair ou saltar, sem fracturar a tibia, é, portanto, $H_{max} = h \langle F_{tibia} \rangle / mg$.

Dois casos podem ocorrer:

- o indivíduo aterra sem flectir as pernas: neste caso o espaço percorrido durante o movimento retardado $h \simeq 1$ cm. Admitindo que a massa da pessoa é 60 kg, obtém-se $H_{max} = 0,01 \times \times 100000 / (60 \times 9,8) \simeq 1,7$ m.

- o indivíduo aterriza flectindo as pernas: neste caso o espaço percorrido durante o movimento retardado $h \simeq 60$ cm. Admitindo que a massa da pessoa é 60 kg, obtém-se $H_{max} = 0,6 \times \times 100000 / (60 \times 9,8) \simeq 1,7 \times 60 \simeq 102$ m.

Claro está que a pessoa não pode cair ou saltar de uma altura de 103 m sem se magoar. Em primeiro lugar, quando se dobram as pernas ao aterrar, o esforço é desviado dos ossos para os tendões e ligamentos, os quais suportam forças cerca de 20 vezes inferiores aos ossos. Assim, a altura máxima seria $H_{max} = 0,6 \times \times (100000/20) / (60 \times 9,8) \simeq 5$ m.

Acresce ainda que os cálculos assumem que a desaceleração é uniforme, de modo que o valor instantâneo da desaceleração é igual ao valor médio da aceleração. Tal nem sempre é fácil de conseguir pelo que mesmo de uma altura de 5 m é perigoso saltar ou cair.

2. Usando os resultados do exercício anterior, considere $H = 1,3$ m e $h = 1$ cm. Determine v_d e durante quanto tempo t_{da} demora o processo de desaceleração. Sol: $v_d=5$ m/s; $t_{da}=4$ ms.

2.6.7 Salto em altura a partir do repouso

Para saltar em altura a partir do repouso, um indivíduo dobra os joelhos, descendo o seu centro de massa, e usa os músculos das pernas para impulsionar o corpo para cima. O trabalho realizado pelos músculos das pernas é $W = Fd$, onde d é o deslocamento de descida do centro de massa, tipicamente cerca de 0,3 m. Os músculos das pernas só realizam trabalho enquanto os pés estão em contacto com o solo. Em consequência do trabalho realizado pelos músculos das pernas, o centro de massa do indivíduo eleva-se uma *distância* $h + d$, a que corresponde uma variação de energia potencial $E_p = mg(h + d)$, onde m é massa do indivíduo. Visto que todo o trabalho realizado pelos músculos das pernas é transformado em energia potencial (na altura máxima atingida pelo indivíduo a velocidade vertical do indivíduo é nula), podendo escrever-se $W = mg(d + h) = Fd$.

Que força muscular é necessária para elevar o centro de massa em 0,6 m (valor típico para um atleta normal)? (resposta: cerca de 3 vezes a força gravítica do indivíduo)

2.6.8 Salto em altura, antecedido por corrida

Neste caso, um indivíduo pode saltar mais alto, uma vez que parte da energia cinética da corrida poder ser convertida em energia potencial. Se no instante imediatamente antes do salto, a velocidade de um indivíduo com cerca de 70 kg de massa for 6 m/s, a energia cinética é $E_c = \frac{1}{2}mv^2 = 1260$ J. Se esta energia cinética for totalmente convertida em energia potencial, o atleta saltaria a altura H : a energia potencial final seria $E_p = mgL$, obtendo-se $L = E_c/mg=1,8$

m. Assim, a altura máxima do salto seria $h_{max} = h_{CM} + h_{max,repouso} + L = 3,4$ m.

O recorde do mundo deste tipo de saltos é de 2,3 m, significativamente inferior a 3,4 m. Esta diferença pode ser explicada pelo facto de apenas uma fracção da energia cinética ser convertida em energia potencial ($\sim 45\%$) e de o centro de massa do atleta se encontrar dentro do corpo, o que implica que o centro de massa deve elevar-se, pelo menos $\tilde{L} = 0,1$ m acima da fasquia. Tendo em conta estas condições, altura máxima do salto será:

$$h_{max}^* = h_{CM} + h_{max,repouso} + 0,45L - \tilde{L} = 2,3 \text{ m.}$$

Como é que um atleta consegue aumentar este valor?

- maior força muscular nas pernas (aumenta $h_{max,repouso}$);
- maior eficiência na conversão de energia cinética da corrida em energia potencial;
- distorcer o corpo, quando atinge a altura máxima de modo a que o centro de massa fique mais perto da fasquia (reduzir \tilde{L}).

2.6.9 Tracção de membros do corpo humano

Com referido anteriormente, por vezes quando se parte um osso é necessário imobilizar as zonas afectadas. Um dos processos usados baseia-se em sistema de tracção, constituídos por roldanas, cordas e massas. Uma roldana é uma máquina simples que permite alterar a direcção de uma força, sem alterar a sua intensidade. Neste texto considera-se que a massa da roldana e a massa do fio são desprezáveis, podendo ser negligenciada a força de gravidade que actua sobre elas, bem como os momentos das forças relativamente ao eixo da roldana.

Exercícios das páginas 97 a 99 de [2] (fotocópias).

2.7 Bibliografia

- [1] *Manual de Física, Mecânica - 12º ano de escolaridade*, Luís Silva e Jorge Valadares, Didáctica Editora, 1985.
- [2] *General Physics with Bioscience Essays*, J. B. Marion and W. F. Hornyak, John Wiley & Sons, NY, 1985.
- [3] *Notas Manuscritas de Biofísica*, Paulo Seara de Sá, 2005.
- [4] *Advanced Physics*, S. Adams e J. Allday, Oxford Press, 2000.
- [5] *Enciclopédia Médica da Família*, Livraria Civilização Editora, 2001.
- [6] *Dicionário de Língua Portuguesa*, Porto Editora, 1999.

Capítulo 3

Mecânica dos fluidos

¹A hidromecânica é a parte da Física que estuda a mecânica dos fluidos, e compreende a hidrostática e a hidrodinâmica (De hidro- + mecânica).²Fluido é qualquer substância que flui, incluindo os líquidos, que são praticamente incompressíveis, e os gases, que são compressíveis; ~ ideal ou ~ perfeito: fluido desprovido de viscosidade [(Do lat. fluïdu-, «fluido») Cf. fluído (do v. fluir)].

Neste capítulo são apresentadas as noções básicas para a compreensão do funcionamento do sistema cardiovascular e circulatório, nomeadamente os conceitos de pressão, de velocidade de escoamento e de caudal.

3.1 Hidrostática

A hidrostática é o ramo da hidromecânica que estuda o equilíbrio das forças exercidas numa massa fluida em repouso (De hidro- + estática).

3.1.1 Fluido

Um fluido ideal pode ser definido como um meio material cujas camadas não oferecem qualquer resistência ao deslizamento umas sobre as outras. Na realidade todo o fluido oferece sempre alguma resistência ao deslizamento das suas camadas. A esta resistência chama-se **viscosidade**: propriedade dos fluidos que se traduz por oferecerem resistência ao escoamento, que nos líquidos diminui quando a temperatura aumenta, mas nos gases aumenta com o incremento da temperatura.

Um fluido não têm rigidez mecânica interna. Os fluidos não reagem a qualquer força que implique variação de forma, adaptando-se sempre à forma dos recipientes que os contêm. São considerados fluidos todos os líquidos e gases. Tanto uns como outros não têm forma própria.

¹Notas de Biofísica, José Figueiredo, Departamento de Física da Universidade do Algarve, 2005

²Hidr(o)- elem. de formação de palavras que exprime a ideia de água (Do gr. hūdor, «água»).

Enquanto os líquidos ocupam um volume definido, sendo praticamente incompressíveis, os gases comportam-se de maneira bem diferente, ocupando o volume do vaso onde estão contidos e são muito compressíveis. A viscosidade dos líquidos é muito superior à dos gases (em geral, a viscosidade aumenta com a velocidade relativa das camadas de fluido).

3.1.2 Densidade ou massa volúmica

A massa volúmica ou específica de uma substância, também designada **densidade**, corresponde à quantidade de matéria da substância por unidade de volume:

$$\rho = \frac{m}{V}, \quad (3.1)$$

onde m representa a massa da substância contida no volume V . A unidade SI de massa volúmica é quilograma por metro cúbico, kg/m^3 .

Os líquidos tem massa volúmica da ordem de 1 kg por litro ($1000 \text{ kg}/\text{m}^3$). Nos gases, a massa volúmica é da ordem de 1 g por litro ($1 \text{ kg}/\text{m}^3$). A massa volúmica da água *pura* é máxima a $4 \text{ }^\circ\text{C}$ (277 K), sendo igual a $1000 \text{ kg}/\text{m}^3$. Nas condições PTN,³ a massa volúmica do ar é $1,293 \text{ g}/\text{L}$ ($1,293 \text{ g}/\text{cm}^3$). A densidade varia com as condições físicas, como a temperatura e a pressão. Esta variação é pequena nos sólidos e nos líquidos mais comuns (por serem quase incompressíveis).

Leitura complementar

Curiosidade: a expansão térmica da água

A água é uma das substâncias mais abundantes e importantes na Terra, sendo o constituinte principal dos seres vivos. À temperatura ambiente, a água é um líquido claro e transparente. Em camadas não muito espessas é incolor, mas em camadas mais profundas aparenta cor verde-azulada. Vários especialistas em relações internacionais consideram que muita da tensão internacional neste século a ela estará associada.

As propriedades da água são muito diferentes da grande maioria das substâncias, sendo estas diferenças responsáveis por muitas das características do mundo físico e biológico. Algumas das propriedades especiais da água são devidas às forças de hidrogénio ou ligações de hidrogénio.⁴ Se a água se comportasse como outras substâncias idênticas, por exemplo, o H_2Te , o H_2Se e o H_2S , as temperaturas de fusão/solidificação e de ebulição seriam da ordem de $-100 \text{ }^\circ\text{C}$ e de $-80 \text{ }^\circ\text{C}$, respectivamente. Isto é, os valores experimentais são, respectivamente, $100 \text{ }^\circ\text{C}$ e $180 \text{ }^\circ\text{C}$ superiores ao esperado. (Este comportamento anormal é também observado no fluoreto de hidrogénio e no amoníaco, que apresentam desvios menores, mas análogos.)

Outro exemplo, é a variação da densidade da água líquida com a temperatura. Um fenómeno relacionado com este é o aumento de volume quando a água solidifica. Ao contrário da maioria das substâncias, que diminuem de volume quando a temperatura decresce e, portanto, a sua densidade aumenta, a densidade da água atinge o valor máximo a $4 \text{ }^\circ\text{C}$: 1 g cm^{-3} . À pressão normal, o volume de uma dada quantidade de água diminui se a temperatura aumentar no intervalo de $0 \text{ }^\circ\text{C}$ a $4 \text{ }^\circ\text{C}$. Neste intervalo o coeficiente de expansão volumétrica da água é negativo. Para temperaturas superiores a $4 \text{ }^\circ\text{C}$, a água expande-se quando é aquecida. Contrariamente à maioria das substâncias, a água também se expande quando passa ao estado sólido, razão pela qual o gelo flutua. Este comportamento permite

³As condições PTN, *condições de pressão e temperatura normais*, correspondem à pressão de 1 atm e à temperatura de 273 K.

⁴Pontes de hidrogénio: .

a sobrevivência dos seres vivos nos lagos quando a temperatura ambiente é inferior a 0 °C, como se descreve, resumidamente, a seguir.

O comportamento anómalo da água tem importantes efeitos na vida vegetal e animal dentro de água. A água de um lago arrefece da superfície para o fundo. Se a temperatura ambiente, superior a 4 °C, começa a diminuir a água mais fria da superfície desloca-se para o fundo, porque é mais densa que a água do fundo, que está a uma temperatura superior, sendo substituída pela água do fundo. Este ciclo repete-se até que a temperatura da água do fundo diminui, chegando aos 4 °C, terminando o fluxo de água da superfície para o fundo e do fundo para a superfície. Nesta situação, qualquer que seja a temperatura da água à superfície, a sua densidade é inferior à da água em contacto com o leito do lago.

Quando a temperatura da água à superfície fica inferior a 4 °C, a água da superfície é menos densa do que a água *mais quente* do fundo, o fluxo de água da superfície para baixo termina, e a água da superfície permanece mais fria do que a do fundo. A temperatura da água à superfície continua a baixar se a temperatura ambiente diminuir. Quando a temperatura ambiente se torna inferior a 0 °C, a água da superfície começa o processo de congelação. Como o gelo formado flutua, porque é menos denso do que a água líquida, a água do lago vai congelando da superfície para o fundo. De facto, a camada de água em contacto com o leito do lago permanece sempre a uma temperatura superior à camada imediatamente superior, só congelando quando a temperatura do leito do lago é inferior a 0 °C.

Se a água se comportasse como a maioria das substâncias, contraindo-se continuamente no arrefecimento e no congelamento, os lagos congelariam a partir do fundo. A circulação da água, devido à diferença de densidades, deslocaria continuamente a água do fundo, a temperatura superior, para a superfície, aumentando a eficiência do processo de congelação e toda a água dos lagos passaria ao estado sólido muito mais facilmente, e toda a vida vegetal e animal que não suporta a congelação seria rapidamente destruída. Se a água não tivesse este comportamento é bem provável que a evolução dos seres vivos tivesse tomado um rumo significativamente diferente.

3.1.3 Equilíbrio hidrostático

Um fluido está em equilíbrio hidrostático, num espaço retentor, quando o número de partículas por unidade de volume se mantém constante. Este repouso refere-se, como é óbvio, ao que se observa na escala macroscópica, visto que, a nível microscópico ou seja das moléculas, átomos ou iões, tal repouso não existe.

Em equilíbrio hidrostático, não há velocidade relativa das camadas do fluido e, por isso, não há que considerar a viscosidade. As forças de acção do fluido em repouso sobre as paredes dos vasos que os contêm são perpendiculares a estas: se as acções sobre as paredes tivessem componentes tangenciais, as respectivas reacções tangenciais das paredes implicariam escorregamento do fluido ao longo das paredes, e ele deixaria de estar em repouso.

3.1.4 Pressão

Define-se pressão, num ponto de um fluido, como o cociente entre o módulo da força elementar $d\vec{F}$ exercida pelo fluido sobre o elemento de superfície que contém o ponto e a área elementar dS :

$$P = \frac{dF}{dS}. \quad (3.2)$$

A unidade SI de pressão é o pascal, Pa (N/m²).

A pressão de um fluido é independente da direcção sobre a qual se exerce. A qualquer profundidade, a pressão exercida por um fluido é independente da orientação da superfície

sobre a qual ela se exerce, isto é, para qualquer ponto considerado, a pressão do fluido é a mesma em todas as direcções, aumentando com a profundidade (distância à superfície livre).

3.1.5 Princípio fundamental da hidrostática ou lei de Stevin

Considere-se um fluido homogéneo em equilíbrio hidrostático (em repouso). Qualquer porção deste fluido está em equilíbrio.

Seja um corpo sólido cilíndrico de altura $\Delta z = \Delta h = h_2 - h_1$ e com área da base ΔS . Admite-se ainda, por uma questão de simplicidade que as bases do cilindro são paralelas à superfície livre do fluido em repouso. (Para o que se segue a forma do corpo não é relevante, adoptando-se a forma cilíndrica por uma questão de simplicidade.) Para que a porção do fluido que rodeia o corpo esteja em repouso, o corpo tem de estar em repouso, isto é, as leis da estática dos corpos sólidos devem ser satisfeitas:

$$\sum \vec{F}_{ext} = \vec{0} \quad (3.3)$$

e

$$\sum \vec{M}_0 = \vec{0}. \quad (3.4)$$

Tendo em conta o exposto, o corpo pode ser substituído por um volume igual de fluido que preenche o volume anteriormente ocupado pelo corpo. Assim, o “corpo de fluido” está também em equilíbrio. As forças a que estão sujeitos o corpo cilíndrico ou o seu substituto de fluido são:

- as forças de pressão laterais, $\vec{F}_{l,i}$ e $\vec{F}'_{l,i}$, perpendiculares às faces laterais dos *corpos*, exercidas pelo fluido circundante;

- as forças de pressão verticais também exercidas pelo fluido circundante, \vec{F}_1 e \vec{F}_2 , perpendiculares às bases;

- força gravítica \vec{F}_g , aplicada no centro de gravidade G do corpo ou do “corpo de fluido”.

Como em cada secção vertical do volume de fluido as forças são coplanares, o momento resultante é igual ao momento da resultante. Se esta for nula, o respectivo momento relativamente a qualquer ponto também será nulo. Assim, a condição de equilíbrio reduz-se, por isso, a ser nula a resultante das forças, isto é,

$$\sum \vec{F}_{ext} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_g + \sum_i (\vec{F}_{l,i} + \vec{F}'_{l,i}) = \vec{0}. \quad (3.5)$$

Como os pares $\vec{F}_{l,i}$ e $\vec{F}'_{l,i}$ são simétricos (estão ao mesmo nível), a condição da soma das forças laterais (horizontais) ser nula, $\sum F_{ext,l} = 0$, está sempre satisfeita.

Quanto à condição de soma das forças verticais ser nula, $\sum F_{ext,v} = \vec{F}_2 - \vec{F}_1 - \vec{F}_g = 0$, resulta:

$$F_2 - F_1 = -F_g, \quad (3.6)$$

onde $F_1 = P_1\Delta S$ e $F_2 = P_2\Delta S$ (P_1 e P_2 representam as pressões nas bases superior e inferior dos corpos em análise. Sendo ρ_f a massa volúmica do fluido, a massa do fluido de volume V é $m_f = \rho_f\Delta V = \rho_f\Delta S(z_1 - z_2)$, obtém-se

$$P_2\Delta S - P_1\Delta S = m_f g \quad \text{ou} \quad P_2 - P_1 = \rho_f g(z_1 - z_2), \quad (3.7)$$

Isto é, num fluido em equilíbrio, a diferença de pressão entre dois pontos A e B fluido é igual à força gravítica da coluna de fluido que se situa entre dois pontos, por unidade de área:

$$\Delta P = \frac{F_{g,f}}{\Delta S} = \rho_f g \Delta h. \quad (3.8)$$

Se o líquido tem uma superfície livre, esta é considerada como referência para a medida das alturas ($h_1 = 0$ e $h_2 = h$),

$$P = P_0 + \rho g \Delta h. \quad (3.9)$$

Se $P = P_0$, a pressão à superfície livre do líquido ($h = 0$) coincide com a pressão atmosférica. O aumento de pressão ΔP no interior do fluido em equilíbrio hidrostático, quando se passa de um ponto para outro a maior profundidade, depende da massa volúmica ρ_f do fluido e é proporcional ao desnível Δh entre os pontos.

A pressão aumenta sempre coma profundidade para líquidos e gases homogéneos (para estes, este aumento só é sensível quando Δh é muito grande, caso da atmosfera terrestre). O aumento da pressão nos líquidos, por metro, é mil vezes superior ao mesmo aumento nos gases, pois a ρ dos líquidos é 10^3 vezes maior do que a dos gases. A pressão no interior de um líquido depende apenas da altura do líquido nesse ponto, e não depende da forma do vaso que o contém. A pressão exercida por um gás é a mesma em todos os pontos de um recipiente fechado. Nos espaços abertos, a pressão do ar diminui com a altitude (diminui a massa volúmica do ar).

3.1.6 Pressão atmosférica e experiência de Torricelli

O ar atmosférico, tal como, os líquidos exerce pressão em todas as superfícies que com ele contactam - é a chamada pressão atmosférica. Ter em atenção a densidade do ar diminui com a altitude. A pressão atmosférica em cada lugar é medida com barómetros e a altura h pode ser obtida usando o barómetro altímetro.

No século XVII, o físico italiano Evaristo Torricelli descobriu um processo simples de medir a pressão atmosférica, inventando em 1643 o barómetro de mercúrio formado por um tubo de vidro, de cerca de 1 m de altura. Este tubo enche-se de mercúrio e inverte-se numa tina que também contém mercúrio. Verifica-se, em condições normais, que o mercúrio desce no tubo e estaciona a cerca de 76 cm de altura. Torricelli admitiu que a pressão exercida na tina de

mercúrio, pela coluna de mercúrio do tubo, era equilibrada pela pressão exercida pela altura de ar atmosférico. (A pressão do vapor de mercúrio, no cimo do tubo, pode considerar-se praticamente nula, em virtude da pequena volatilidade do mercúrio.)

A pressão exercida por uma coluna de mercúrio de 76 cm de altura, a 0 °C e nas condições de gravidade normal, tornou-se uma unidade de medida de pressão atmosférica, e deu-se-lhe o nome de atmosfera (atm). A pressão 1 atm (76 cm de Hg ou 760 mmHg) corresponde à pressão de $\rho_{Hg}gh \simeq 13,6 \times 10^3 \cdot 9,8 \cdot 0,76 \simeq 101,4 \times 10^3$ Pa. Também se utiliza, por vezes, o torr como unidade de pressão: 1 torr corresponde à pressão de 1 mm de Hg; 1 atm corresponde a 760 mm Hg e, portanto, 760 torr.

3.1.7 Lei de Pascal e prensa hidráulica

Seja um líquido incompressível e ideal. Só para estes, a massa volúmica ρ_f é a mesma em todos os pontos do fluido, durante qualquer processo de aumento/diminuição de pressão. Considere-se um líquido incompressível num sistema de dois vasos comunicantes, em forma de U, com secções diferentes, com um êmbolo assente sobre o líquido da extremidade de cada tubo (os êmbolos são paredes móveis).

Aplicando a equação fundamental da hidrostática a um ponto P qualquer, no interior do líquido à profundidade h , e a um ponto do líquido em contacto com a face inferior dos êmbolos A ou B, tem-se

$$P = P_0 + \rho_f gh, \quad (3.10)$$

onde P representa a pressão em P e P_0 a pressão exterior exercida pelo êmbolo A ou B no líquido.

Aplicando agora duas forças \vec{F}_A e \vec{F}_B nos respectivos êmbolos A e B, de modo a que o líquido se mantenha equilibrado, estas forças induzem alterações de pressão nos líquidos em contacto com os êmbolos: $\Delta P_0 = F_A/S_A$ e $\Delta P_0 = F_B/S_B$.

Como o líquido se mantém em equilíbrio, a pressão P em qualquer ponto P do interior, caracterizado pelo desnível h , aumentará de igual quantidade. Sendo o líquido incompressível, ρ_f mantém-se constante durante o processo de aumento de P_0 e, portanto, tem-se, de acordo com a lei fundamental da hidrostática:

$$P + \Delta P = P_0 + \Delta P_0 + \rho_f gh \quad (3.11)$$

e

$$\Delta P = P_0 + \Delta P_0 + \rho_f gh - P, \quad (3.12)$$

resultando $\Delta P = \Delta P_0$.

Ao aumentarmos a pressão P_0 em B de uma quantidade $\Delta P_0 = F_B/S_B$, porque o líquido se mantém em equilíbrio, deduz-se também que o aumento de pressão em P é $\Delta P = \Delta P_0$. O mesmo aumento de pressão ΔP em P corresponde a dois aumentos de pressão: F_A/S_A em A e F_B/S_B em B, necessariamente iguais para o fluido continuar em equilíbrio hidrostático. O ponto P é arbitrário e até poderá corresponder a um do ponto do líquido em contacto com um dos êmbolos. Conclui-se assim que: a pressão exercida em qualquer dos êmbolos é transmitida integralmente a qualquer ponto do líquido e, em particular, ao outro êmbolo em contacto com o líquido. Assim as pressões exercidas nos êmbolos são iguais, verificando-se a relação:

$$\frac{F_A}{S_A} = \frac{F_B}{S_B}. \quad (3.13)$$

A relação 3.13 traduz matematicamente a **lei de Pascal**: a pressão exercida num fluido transmite-se integralmente a todos os pontos do líquido e às paredes do contentor (os êmbolos são paredes móveis).

Da expressão 3.13 conclui-se que as forças de pressão hidrostática são proporcionais às áreas das superfícies em que actuam, quando o fluido através do qual são transmitidos está em equilíbrio e é incompressível, $\rho_f = \text{const}^{\text{te}}$. O que é evidente: se a intensidade das forças em cada unidade de superfície (pressões) são iguais, a intensidade da força resultante exercida numa superfície de área S será naturalmente proporcional ao número de unidades de superfície contidas em S .

O Princípio de Pascal é usado no sistema de travões e amortecedores, aos elevadores hidráulicos, entre outros, e deve-se ao físico e matemático francês Blaise Pascal (1623-1662). Enunciado alternativo do princípio de Pascal: o acréscimo de pressão produzido num fluido em equilíbrio transmite-se integralmente a todos os pontos do líquido e às paredes do recipiente.

Aplicação: prensa hidráulica

A prensa hidráulica é uma ferramenta mecânica que ajudou a tornar possível a revolução industrial. O objectivo da prensa hidráulica consiste em obter uma força F_B de elevada intensidade à custa de uma força F_A de pequena intensidade, aplicada numa área muito menor. Sejam S_A e S_B as áreas das superfícies dos êmbolos menor e maior da prensa, respectivamente. Entre os êmbolos existe um líquido em equilíbrio. Se se aplicar sobre S_A uma força $\vec{F}_A = -F_A \hat{k}$ que lhe é perpendicular, haverá no líquido um acréscimo de pressão

$$\Delta P = \frac{F_A}{S_A}. \quad (3.14)$$

Como esse acréscimo de pressão se transmite integralmente a todos os pontos do líquido e das paredes, o êmbolo de área S_B ficará sujeito a uma força $\vec{F}_B = +F_B\hat{k}$ tal que:

$$\Delta P = \frac{F_B}{S_B}. \quad (3.15)$$

Assim, para o líquido ficar em equilíbrio tem que se exercer sobre o êmbolo B uma força contrária a \vec{F}_B , $\vec{F} = -\vec{F}_B$. Se colocarmos no êmbolo B uma massa m , cuja força gravítica é inferior ao valor de \vec{F}_B , ao invés de exercermos a força \vec{F} , a massa m sobe em relação ao êmbolo A, até que:

$$\frac{F_A}{S_A} = \frac{F_g}{S_B} + \rho_f g h_{AB} = \frac{mg + \rho_f \Delta V g}{S_B}, \quad (3.16)$$

onde $\rho_f \Delta V g$ representa a força gravítica da massa do líquido deslocado, e h_{AB} é a diferença entre as cotas dos êmbolos B e A.

3.1.8 Impulsão e princípio de Arquimedes

Seja novamente um corpo sólido cilíndrico de altura $\Delta z = \Delta h = h_2 - h_1$ e com área da base ΔS . Admite-se ainda, por questões de simplicidade que as bases do cilindro são paralelas à superfície livre do fluido em repouso. (Para o que se segue a forma do corpo não é relevante, adoptando-se a forma cilíndrica apenas por uma questão de facilidade.)

Quando o corpo é total ou parcialmente mergulhado num fluido em equilíbrio, o fluido exerce uma pressão em todos os pontos da superfície do corpo em contacto com o fluido. A pressão, em cada ponto da superfície do corpo, não depende da substância de que é feito o corpo, mas apenas do fluido. Como o fluido está em equilíbrio, o corpo também está, logo as forças que nele actuam têm resultante nula. As forças a que está sujeito o corpo são: a força gravítica F_{gc} que actua no centro de massa do corpo, as forças de pressão laterais ao longo da superfície cilíndrica $\vec{F}_{z,l}$ e as forças de pressão verticais exercidas pelo fluido nas bases inferior \vec{F}_2 e superior \vec{F}_1 do cilindro, respectivamente. A força \vec{F}_1 tem o sentido da força da gravidade e a força \vec{F}_2 tem o sentido oposto ao da gravidade. As forças de pressão laterais, ao longo da superfície cilíndrica, $\vec{F}_{z,l}$ anulam-se duas a duas, porque só dependem da profundidade do ponto considerado, i.e., para cada $\vec{F}_{z,l,i}$ existem sempre outra força $\vec{F}_{z,l,i'}$ tal que $\vec{F}_{z,l,i'} = -\vec{F}_{z,l,i}$. Assim, a resultante das forças que actuam no corpo é:

$$\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_g + \sum (\vec{F}_{z,l,i} + \vec{F}_{z,l,i'}) = \vec{0}. \quad (3.17)$$

Como as forças de pressão laterais $\vec{F}_{z,l,i}$ e $\vec{F}_{z,l,i'}$ se equilibram duas a duas, obtém-se:

$$F_2 - F_1 = F_{gc}. \quad (3.18)$$

O corpo mergulhado, em equilíbrio estático, pode ser substituído por um fluido da mesma natureza daquele que envolve o corpo e com o mesmo volume do corpo, sem que as forças de pressão acima referidas se alteram, porque dependem apenas das características do fluido, isto é, sobre o fluido que substitui o corpo actuam as mesmas forças de pressão que actuava no corpo imerso. Como o fluido está em equilíbrio, as forças que sobre ele actuam têm também resultante nula:

$$F_2 - F_1 = F_{gf}, \quad (3.19)$$

onde F_{gf} é a medida da força gravítica \vec{F}_{gf} que actua no volume de fluido que substitui o volume do corpo mergulhado.

As forças a que está sujeito este volume de fluido são: a força gravítica \vec{F}_{gf} , que actua no seu centro de massa, e a força de pressão resultante ($\vec{I} = \vec{F}_2 + \vec{F}_1$), exercida pelo fluido circundante que compensa a força de gravidade exercida no fluido: vertical, dirigida no sentido oposto à força da gravidade (i.e., *de baixo para cima*), aplicada no centro de gravidade do volume de fluido em consideração e de módulo igual a força gravítica \vec{F}_{gf} que actua no fluido. A resultante das forças de pressão designa-se por **impulsão** do fluido e o seu ponto de aplicação, centro de impulsão, é o centro de gravidade do fluido que substitui o corpo.

Com base nestes resultados pode-se enunciar o **princípio de Arquimedes**: *qualquer corpo mergulhado num fluido será actuado, por parte do fluido, por uma força vertical, dirigida de baixo para cima, de intensidade igual à resultante das forças que o fluido exerce sobre o corpo.*

Pode-se concluir que a impulsão exercida por um fluido sobre um corpo nele mergulhado, não depende da substância de que o corpo é constituído, nem do facto de o corpo ser maciço ou oco. A impulsão é a resultante das forças de pressão exercidas pelo fluido, e, no caso do corpo em consideração, reduz-se à soma vectorial das forças de pressão exercidas nas faces *horizontais* do corpo ou seja:

$$\vec{I} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2, \quad (3.20)$$

resultando

$$I = F_2 - F_1. \quad (3.21)$$

A impulsão é dada pela expressão

$$I = \rho_f g V_{fd} = \rho_f g V_{ci}, \quad (3.22)$$

onde V_{ci} corresponde ao volume da parte imersa do corpo, que é igual ao volume V_{fd} do fluido deslocado. Quando há imersão total do corpo $V_{fd} = V_{ci} = V_c$, onde V_c representa o volume do corpo.

Se a imersão é parcial $V_{fd} = V_{ci} < V_c$, o enunciado da lei de Arquimedes toma a forma: a impulsão é igual à força gravítica que actuaria num volume de fluido igual ao volume da parte imersa do corpo. Tendo em conta que o corpo está em equilíbrio, a resultante será:

$$\vec{F} = \vec{F}_{gc} + \vec{I} = \vec{0}, \quad (3.23)$$

obtendo-se

$$F_{gc} = I \quad \text{ou} \quad \rho_c g V_c = \rho_f g V_{fd}, \quad (3.24)$$

onde V_c e V_{fd} representam os volume do corpo e do fluido deslocado (igual ao da parte imersa do corpo V_{ci}). A massa do corpo imerso, total ou parcialmente, num fluido em equilíbrio, é igual à massa do fluido que ele desloca.

Quando um corpo é mergulhado num fluido, podem ocorrer quatro situação distintas:

- a flutuação do corpo à superfície do fluido: esta situação ocorre quando corpo é menos denso que o fluido. Flutuar é também estar em condições de imponderabilidade, visto que, em tais condições a acção gravítica da Terra sobre o corpo é compensada pela impulsão e o corpo não mergulha no fluido, logo está em equilíbrio à superfície, isto é, $\sum \vec{F} = \vec{0}$, obtendo-se $F_g = I$, resultando $\rho_c V_c = \rho_f V_{ci}$, podendo concluir-se que $\rho_c < \rho_f$, uma vez que $V_c > V_{ci}$. A fracção imersa do corpo é igual à razão entre as massas volúmicas do corpo e do fluido: $V_{ci}/V_c = \rho_c/\rho_f$. A massa do corpo é igual a $m_c = \rho_c V_c = \rho_f V_{ci}$, isto é, a massa do corpo é igual à massa do fluido que o corpo desloca;

- a flutuação de um corpo no interior do fluido: neste caso a acção gravítica da Terra também é compensada pela impulsão e o corpo está em equilíbrio no interior do fluido, isto é, $\sum \vec{F} = \vec{0}$, obtendo-se $F_g = I$, resultando $\rho_c V_c = \rho_f V_{ci}$, podendo concluir-se que $\rho_c = \rho_f$ uma vez que $V_c = V_{ci}$.

- o corpo desloca-se no interior do fluido no sentido da força gravítica: neste caso a acção gravítica da Terra não é compensada pela impulsão, e o corpo desloca-se no sentido da força gravítica, isto é, a resultante é $\sum \vec{F} = -ma\hat{k}$ com $a > 0$, obtendo-se $I - F_g = \rho_f g V_{fd} - \rho_c g V_c = -ma$, de onde se pode concluir que $\rho_c > \rho_f$, uma vez que $V_c = V_{ci}$ e $a > 0$.

- o corpo desloca-se no interior do fluido no sentido oposto ao da força gravítica: neste caso a impulsão supera a acção gravítica da Terra, e o corpo desloca-se no sentido oposto ao da força gravítica, isto é, a resultante é $\sum \vec{F} = ma\hat{k}$ com $a > 0$, obtendo-se $I - F_g = \rho_f g V_{fd} - \rho_c g V_c = ma$, de onde se pode concluir que $\rho_c < \rho_f$, uma vez que $V_c = V_{ci}$ e $a > 0$.

Ter presente que a impulsão só é igual à força gravítica que actua no volume de fluido deslocado quando o corpo está imerso no fluido, i.e., em particular a sua base inferior está em

contacto com o fluido: quando entre a superfície inferior do corpo e a superfície do contentor não existe fluido a impulsão não é igual à força gravítica do fluido deslocado.

Leitura complementar

O «horror ao vácuo»: porque se mantém a atmosfera terrestre? [1]

Desde Aristóteles de Estagira (384-322 a. C.) até René Descartes (1596-1650), incluindo este, se aceitava que não podia haver vácuo, porque ... «a Natureza tinha horror ao vácuo»! Assim, um tubo previamente cheio de líquido (escorvado),⁵ introduzido, com a parte aberta para baixo, num recipiente com líquido, continuará sempre cheio, sem esvaziar qualquer parcela. Porquê? Porque a Natureza, tendo «horror ao vácuo», obrigaria a preencher algum vazio que eventualmente se formasse.

O físico francês Blaise Pascal (1623-1662), contemporâneo de Evangelista Torricelli (1608-1647), tendo conhecimento das experiências deste, nas quais conseguiu obter vácuo, invertendo um tubo com mercúrio numa tina de mercúrio, pensou que a experiência poderia repetir-se com igual êxito, usando outros líquidos. E foi assim que refez a experiência de Torricelli com vinho (!) em tubos de vidro ligados, perfazendo um comprimento total de 15 m.

Pascal imaginou então que a pressão hidrostática devida à força gravítica da coluna de mercúrio era *equilibrada* pela pressão devida à força gravítica que actua numa coluna de ar de altura igual à distância desse ponto ao *limite superior* da atmosfera.⁶ Esta seria a pressão atmosférica e deveria, portanto, diminuir com a altitude, por ser cada vez menor a distância ao tal limite superior da atmosfera à medida que se sobe. E, conseqüentemente, diminuiria também a altura da coluna de mercúrio equilibrada. (A massa da coluna de ar suportada por cada metro quadrado da superfície terrestre é, aproximadamente, 10 ton ($m = (10^5) \text{ N/m}^2 / (9,8 \text{ m/s}^2)$).

Escreveu de Paris a seu cunhado Périer, que vivia na pequena cidade de Clermont, pedindo-lhe que fizesse a experiência de Torricelli a várias altitudes, na montanha vizinha de «Puy de Dôme». O resultado obtido cuidadosamente por Périer foi surpreendente naquela época: a coluna de mercúrio baixou cerca de 8 cm para uma diferença de quase 900 m.

A repercussão que estas experiências tiveram no século XVII foi muito grande, pois acabaram com a superstição do «horror do vácuo» e mostraram que a pressão atmosférica também *carácter gravítico*, já que está relacionada com a força gravítica que actua no ar, e por isso diminui com a altitude (como se verá mais adiante, a pressão corresponde à energia potencial, neste caso gravítica, por unidade de volume). Foi a partir de então que se iniciou a construção de bombas de vácuo ou de extracção de ar, cujos pioneiros foram Otto von Guericke, em 1650, na Alemanha, e Robert Boyle, em 1660, na Inglaterra.

No caso da Terra, a grandes altitudes (dezenas e centenas de quilómetros), as moléculas de ar com velocidade superior à segunda velocidade cósmica ($v = \sqrt{2gR_T} \simeq 11 \text{ km/s}$) podem perder a ligação com a Terra e partir para viagens interplanetárias. Contudo, a percentagem de moléculas da atmosfera terrestre com esta velocidade é muito pequena. A energia cinética média das moléculas da atmosfera é inferior ao módulo da sua energia potencial gravítica $E_p = -GM_T m / (R_T + h)$. Por isso, a fuga de moléculas do ar é desprezável e, assim, a atmosfera terrestre mantém-se.

Já não sucede o mesmo com a Lua, uma vez que à superfície do satélite natural da Terra a energia potencial gravítica de eventuais moléculas gasosas é um vinte-avos do valor que teria na Terra. Nestas condições, a percentagem de moléculas gasosas com energia cinética superior ao módulo da energia potencial gravítica lunar é muito significativa. Daqui resulta a fuga de moléculas gasosas da Lua para o espaço interplanetário e, portanto, ausência de atmosfera na Lua.

⁵Escorvar v. tr. deitar pólvora na escorva; preparar; encher (um tubo) completamente de líquido (nos sifões); ligar à carga (o sistema de lançamento de fogo) (De escorva + -ar).

⁶Numa coluna de ar com base na superfície da Terra, qualquer camada de ar é comprimida pela força gravítica que actua em todas as camadas de ar por cima da primeira. Como resultado, e devido à elevada compressibilidade do ar, a densidade da atmosfera decresce rapidamente com a altura. Apenas 10^{-5} da atmosfera se encontra a altitudes superiores a 80 km, e que 90% de toda a atmosfera se concentra nos primeiros 16 km acima da superfície. (Ter presente que o valor de g é essencialmente o mesmo que à superfície nas primeiras dezenas de quilómetros.)

3.1.9 Exercícios

1. O êmbolo menor de uma prensa hidráulica é accionado por uma alavanca inter-resistente. No caso de o atrito ser desprezável, que força é necessário exercer no êmbolo menor S_A para equilibrar um bloco de 200 toneladas apoiado no êmbolo maior S_B , sabendo que a razão S_B/S_A é 4000/1? Se essa força fosse devida à colocação de uma massa no êmbolo, qual seria o valor da massa?

Resolução:

Uma massa de 200 ton corresponde no campo gravítico da Terra, a uma força gravítica de $\simeq 2 \times 10^6$ N. Tendo em consideração que $F_A/S_A = F_B/S_B$, $F_A = (F_B/S_B)S_A \simeq 500$ N.

Se a força F_A fosse resultado da colocação de uma massa m , corresponderia à acção que a massa exerceria no êmbolo, que seria numericamente igual à força gravítica que actua na massa. Assim, e tendo em conta que $F_A = mg$, a massa necessária $m = F_A/g$ teria o valor aproximado de 50 kg.

2. A pressão de 1 atm corresponde a uma força de 10^5 N aplicada em cada metro quadrado da superfície, o que equivale a dizer que cada m^2 da superfície da Terra e do corpo humano, por exemplo, suportam uma força equivalente a uma massa de 10^4 kg. Porque é que o corpo humano não é amassado por esta força, ou seja, pela pressão da atmosfera?

Resolução:

O corpo humano não é amassado pela pressão da atmosfera porque tanto as superfícies interior como exterior dos tecidos estão sujeitas essencialmente à mesma pressão.⁷

3. Assumindo que as densidades da água do mar e do gelo são $1,028$ g/cm³ e $0,917$ g/cm³, respectivamente, determine a fracção submersa do volume de um icebergue.

Resolução:

Na situação de equilíbrio, a impulsão é igual à força gravítica que actua no volume do icebergue: $\rho_g g(V_1 + V_2) = \rho_a g V_2$, onde V_2 e V_1 representam os volumes imerso e não submerso, obtendo-se $V_2/(V_1 + V_2) = \rho_g/\rho_a = 0,892$.

3.2 Hidrodinâmica

A hidrodinâmica é a parte da mecânica que estuda a circulação, a energia e a pressão dos fluidos (De hidro- + dinâmica).

⁷Contudo, se se mergulhar em água à profundidade de 5 m, por exemplo, a pressão no exterior do corpo será 1,5 atm, enquanto que no interior será de apenas 1 atm. Esta diferença de 0,5 atm já se faz sentir no corpo humano. Se se desejar mergulhar a maior profundidade torna-se necessário usar aparelho de respiração para fornecer ar a maior pressão aos pulmões de forma a opor-se ao efeito da pressão exterior superior.

3.2.1 Movimento estacionário e movimento turbulento de um fluido

No estudo do movimento de um fluido considera-se o movimento global, especificando como varia, em cada instante e em cada ponto do espaço, a densidade e a velocidade do fluido. Ao utilizar este método, uma precaução se impõe desde já: não é legítimo extrapolar os resultados do movimento global ou macroscópico para o comportamento de cada partícula ou elemento de volume.

O movimento ou escoamento de um fluido numa conduta é estacionário quando a velocidade de cada porção elementar de fluido em cada ponto A, B, etc., do interior da conduta, não depende do tempo, i.e., é sempre a mesma. Isto significa que todos os elementos de fluido têm v_A quando passam por A, a velocidade v_B quando passam por B, etc. A velocidade é, portanto, função apenas da posição. Se, além de ser constante no decurso do tempo, a velocidade do fluido for a mesma em todos os pontos do espaço, o escoamento diz-se estacionário e uniforme.

O movimento de um fluido é turbulento, ou não estacionário, quando a velocidade em cada ponto varia no decorrer do tempo, i.e., $v = v(\vec{r}, t)$.

Os escoamentos podem considerar-se estacionários para pequenas velocidades tais como, por exemplo, o lento deslizar do caudal de um rio ou o escoamento de gases com velocidade inferior à velocidade do som no gás.

Linhas de corrente

Se no escoamento estacionário traçarmos a trajectória de uma partícula que passa por A, ela será, em cada ponto, tangente à velocidade do fluido. Como esta não varia com o tempo, a trajectória traçada é a mesma para todas as partículas que passam por A. A esta linha, tangente em cada ponto à velocidade do fluido, chama-se linha de corrente. No escoamento estacionário, as linhas de corrente não mudam de configuração e coincidem com as trajectórias das partículas do fluido. No escoamento estacionário e uniforme, a família de linhas de corrente é um conjunto de linhas paralelas.

No escoamento turbulento, as trajectórias das partículas não coincidem com as linhas de corrente, porque as velocidades, em cada ponto, variam de instante para instante e, por isso, varia também a configuração das linhas de corrente de instante para instante. Como cada partícula tem só uma trajectória, a família de trajectórias, que é construída ao longo do tempo, não coincide com a família de linhas de corrente que se formam em cada instante (sendo diferente a família de linhas de corrente num dado instante da família de linhas de corrente no instante seguinte).

Escoamento de fluidos ideais

Um fluido ideal não tem viscosidade e não é compressível. Da ausência de viscosidade resulta que a velocidade de escoamento é a mesma em todos os pontos de uma secção transversal. Da não compressibilidade resulta que a densidade do fluido é a mesma em todos os pontos e é independente do tempo, pois é constante o número de partículas em cada volume elementar (densidade, neste caso, é massa volúmica). O escoamento dos líquidos pode considerar-se praticamente incompressível. O escoamento dos gases, embora muito compressíveis, pode ocorrer, no entanto, com pequenas variações de densidade (massa volúmica) para velocidades muito inferiores à velocidade do som no ar. É o caso do movimento do ar em relação às asas de um avião subsónico, que pode-se considerar um escoamento quase incompressível.

3.2.2 Equação da continuidade

O escoamento de um fluido diz-se em regime permanente quando a massa do fluido que atravessa, por unidade de tempo, uma secção qualquer S_1 é igual à massa que atravessa, por unidade de tempo, a outra secção qualquer S_2 . No regime de escoamento permanente qualquer das grandezas associadas ao sistema não é função do tempo ($d/dt = 0$).

Considere-se o escoamento estacionário de um fluido ideal numa conduta de secção variável. Nestas situações, os fluxos do vector velocidade de escoamento nas secções S_1 e S_2 são, respectivamente:

$$\phi_1 = v_1 S_1 \quad \text{e} \quad \phi_2 = v_2 S_2, \quad (3.25)$$

ou

$$\phi_1 = \frac{dx_1}{dt} S_1 \quad \text{e} \quad \phi_2 = \frac{dx_2}{dt} S_2. \quad (3.26)$$

onde x_i representa a posição de uma “partícula” genérica do fluido.

Como $dx_i S_i = dV_i$ representa o volume elementar de fluido que atravessa a secção S_i no instante de tempo dt , o quociente $\phi_i = \frac{dV_i}{dt}$ representa o volume de fluido que atravessa por unidade de tempo a secção S_i . A grandeza $Q = dV/dt$, volume de fluido escoado por unidade de tempo, através de uma secção transversal, chama-se fluxo de volume, vazão, caudal ou débito de escoamento. Em unidades SI, a razão exprime-se em m^3/s (metro cúbico por segundo).

Uma vez que o fluido é incompressível e entre as secções S_1 e S_2 , ou entre quaisquer outras, não há acumulação nem diminuição de fluido (o que poderia acontecer se a conduta tivesse fugas por exemplo), o volume de fluido que atravessa a secção transversal S_1 é igual ao volume de fluido que atravessa a secção transversal S_2 , por unidade de tempo, i.e., os fluxos são iguais

através de duas secções quaisquer:

$$\phi_1 = \phi_2 \quad \text{ou} \quad \vec{v}_1 S_1 = \vec{v}_2 S_2 \quad \text{ou} \quad v_1 S_1 = v_2 S_2 \quad (3.27)$$

Esta expressão exprime a lei da conservação da massa na dinâmica dos fluidos, e é chamada equação da continuidade, pois se multiplicarmos o invariante vS pela massa volúmica do fluido ρ , obtém-se um novo invariante dm/dt , que é a massa escoada por unidade de tempo através de cada secção.

A equação de continuidades para qualquer fluido, compressível ou incompressível, em regime de escoamento permanente toma a forma

$$\rho_1 v_1 S_1 = \rho_2 v_2 S_2 \quad (3.28)$$

Da equação da continuidade na forma 3.27, resulta que:

- as velocidades de escoamento e as áreas das secções transversais de escoamento são inversamente proporcionais, ou seja, a menor secção corresponde maior velocidade de escoamento;
- as linhas de corrente adensam-se nos estrangulamentos.

3.2.3 Equação fundamental da hidrodinâmica

Considere-se de novo o escoamento estacionário de um fluido ideal numa conduta de secção variável. Seja $S_1 \Delta L_1$ um dado volume de fluido, o qual, num instante t enche a porção do tubo situada entre as secções AA' e CC'. Num instante posterior $t + \Delta t$, esse mesmo volume de fluido, por entretanto se ter deslocado, ocupa a porção de tudo entre as secções BB' e DD'. O volume $S_2 \Delta L_2$ do novo espaço que o fluido foi ocupar no instante $t + \Delta t$ é igual ao volume $S_1 \Delta L_1$ do espaço que ocupava no instante t e que deixou de ocupar no instante $t + \Delta t$.

A energia mecânica da massa Δm do fluido nas secções B e D é:

$$E_{m,1} = E_{p,1} + E_{c,1} = \frac{1}{2} \Delta m_1 v_1^2 + \Delta m_1 g h_1 \quad (3.29)$$

$$E_{m,2} = E_{p,2} + E_{c,2} = \frac{1}{2} \Delta m_2 v_2^2 + \Delta m_2 g h_2 \quad (3.30)$$

As forças exteriores responsáveis pela alteração da configuração do sistema (de AC para BD) são:

- a força de pressão \vec{F}_1 , potente, de intensidade $F_1 = P_1 S_1$, exercida na secção S_1 pelo fluido restante (P_1 representa a pressão exercida em S_1 , que pode ser medida usando um manómetro ligado a esta secção);

- a força de pressão \vec{F}_2 , resistente, de intensidade $F_2 = P_2 S_2$, exercida na secção S_2 pelo fluido restante (P_2 representa a pressão exercida em S_2 , que pode ser medida usando um manómetro ligado a esta secção).

Estas forças exteriores, durante a referida mudança de configuração do sistema (fluido mais Terra), realizam os trabalhos:

$$W(\vec{F}_1) = F_1 \Delta L_1 \cos 0^\circ = P_1 S_1 \Delta L_1 \quad (3.31)$$

$$W(\vec{F}_2) = -F_2 \Delta L_2 \cos 180^\circ = -P_2 S_2 \Delta L_2. \quad (3.32)$$

Como não há forças interiores dissipativas a actuar, porque sendo o fluido ideal, são nulas as forças de viscosidade (atrito interno), embora o fluido possa ser compressível, verifica-se a relação:

$$W(\vec{F}_{ext}) = \Delta E_m = \Delta E_p + \Delta E_c. \quad (3.33)$$

Das expressões anteriores resulta:

$$P_1 S_1 \Delta L_1 - P_2 S_2 \Delta L_2 = \frac{1}{2}(\rho_2 S_2 v_2 \Delta t) v_2^2 - \frac{1}{2}(\rho_1 S_1 v_1 \Delta t) v_1^2 + (\rho_2 S_2 v_2 \Delta t) g h_2 - (\rho_1 S_1 v_1 \Delta t) g h_1. \quad (3.34)$$

Simplificando e reagrupando os termos, obtém-se a equação de Bernoulli para o escoamento em regime permanente:

$$P_1 + \frac{1}{2} \rho_1 v_1^2 + \rho_1 g h_1 = P_2 + \frac{1}{2} \rho_2 v_2^2 + \rho_2 g h_2. \quad (3.35)$$

Para um fluido incompressível, $\rho = \rho_1 = \rho_2$, e sem perdas de massa, a equação de Bernoulli toma a forma:

$$P_1 + \frac{1}{2} \rho v_1^2 + \rho g h_1 = P_2 + \frac{1}{2} \rho v_2^2 + \rho g h_2. \quad (3.36)$$

Generalizando, em quaisquer secções verifica-se a relação:

$$P + \frac{1}{2} \rho v^2 + \rho g h = \text{conste}, \quad (3.37)$$

onde o termo $P + \rho g h$ representa a pressão estática (pressão - energia potencial por unidade de volume associada à pressão - e a pressão gravítica - energia potencial por unidade de volume) e o termo $\frac{1}{2} \rho v^2$ representa a pressão dinâmica (energia cinética por unidade de volume). Assim, a equação de Bernoulli exprime a conservação da energia mecânica por unidade de volume do fluido.

A equação de Bernoulli aplica-se ao escoamento estacionário e isotérmico de fluidos compressíveis e não viscosos. Para os líquidos incompressíveis o valor da constante é o mesmo para os pontos da mesma linha de corrente, mas difere de uma linha de corrente para outra. Se o líquido for viscoso surgem forças de atrito, cujo trabalho se transforma em energia térmica, deixando o processo de ser isotérmico. Nestas situações teríamos:

$$W(\vec{F}_{ext}) = \Delta E_m + \Delta U_i = \Delta E_p + \Delta E_c + \Delta U_i, \quad (3.38)$$

onde ΔU_i representa a variação da energia interna do fluido.

Quando o fluido se escoar na horizontal, $h_1 = h_2$, não há variação de energia potencial, a equação 3.37 toma a forma:

$$P + \frac{1}{2}\rho v^2 = \text{conste}. \quad (3.39)$$

A equação fundamental da hidrostática é um caso particular da equação de Bernoulli. Para um líquido em equilíbrio tem-se $v_1 = v_2 = 0$. Considerando o ponto P_1 , situado à superfície livre do fluido onde se considera $h_1 = 0$, a neste ponto terá o valor da pressão atmosférica (pressão exterior): $P_1 = P_0$. No ponto P_2 , $h_2 = -z$ (z é a cota do ponto P_2), a pressão no interior da massa de fluido é $P = P_2$, obtendo-se, a partir da equação 3.36,

$$P = P_0 + \rho g z. \quad (3.40)$$

Aplicações da equação de Bernoulli

Segue-se um conjunto de exemplos de aplicação da equação fundamental da hidrodinâmica.

Escoamento de um líquido por um orifício

A equação de Bernoulli permite determinar a velocidade de escoamento de um líquido contido num vaso, através de uma abertura praticada nas paredes ou no fundo do vaso. Torricelli demonstrou que a velocidade com que um líquido sai por um orifício aberto num vaso que o contenha, é igual à velocidade que adquiririam as partículas do líquido se caíssem, em queda livre, de uma altura igual à distância que vai da superfície livre do líquido no vaso até ao nível do centro do orifício.

Tubo de Venturi

O tubo de Venturi destina-se a medir a velocidade de deslocamento horizontal de um fluido num tubo com secção variável, conhecidas as pressões nas secções/pontos de medida S_1 e S_2 .

Da equação da continuidade resulta: $v_1 S_1 = v_2 S_2$, de onde se pode concluir que a velocidade de escoamento aumenta nos estrangulamentos. Aplicando a equação de Bernoulli ao sistema, obtém-se $P + \frac{1}{2}\rho v^2 = \text{conste}$, pois $\rho g \Delta h = 0$, verificando-se que um aumento da velocidade nos estrangulamentos corresponde a uma diminuição de pressão:

$$P_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 = P_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2. \quad (3.41)$$

Conhecidos os valores P_i e S_i , pode-se calcular as velocidades v_i e a vazão $Q = v_i S_i$ (fluxo de volume: volume de fluido que flui no tubo por unidade de tempo).

Tubo de Pitot

O tubo de Pitot corresponde à introdução num cano horizontal, por onde se escoar um fluido, de dois ramos abertos de um manómetro. Aplicando a equação de Bernoulli a este sistema (às duas extremidades A e B dos ramos do manómetro) obtém-se

$$v = \sqrt{2(P_2 - P_1)/\rho}, \quad (3.42)$$

onde $\Delta P = P_2 - P_1$ se lê no manómetro.

3.2.4 Viscosidade

Os fluidos são substâncias que podem fluir, escoar-se, com maior ou menor facilidade - ou porque as suas partículas não ocupam posições fixas, movendo-se umas em redor das outras, rolando encostadas, mudando de vizinhança, deslocando-se com pequeno atrito, como os líquidos; ou porque as suas partículas estão muito afastadas umas das outras, na ordem de 100 diâmetros, e se deslocam rápida e erraticamente em todo o espaço do recipiente contendor, colidindo umas com outras, como os gases. No estado líquido, não há estrutura organizada, cristalina, mas as distâncias intermoleculares ainda são pequenas (as moléculas giram, rolam, umas sobre as outras). No estado gasoso, as moléculas deslocam-se aleatoriamente e livremente em translação, colidindo.

Os líquidos não têm forma própria (adaptam-se aos contornos dos recipientes que os contêm) mas têm volume definido e são quase incompressíveis. Os gases não têm forma própria nem volume definido (ocupam todo o espaço que lhe é “oferecido” por um recipiente fechado, por maior que seja) e são altamente compressíveis. Os fluidos não reagem a qualquer força que implique variação de forma, adaptando-se sempre à forma dos vasos que os contêm.

Considere-se um fluido a escoar-se lentamente ao longo de uma conduta e imagine-se o caudal dividido, por exemplo, em seis camadas paralelas. Chama-se viscosidade do fluido ao atrito interno do fluido, ou seja à força de atrito entre as camadas adjacentes do fluido que se movem com velocidades relativas diferentes. Esta força de atrito interno aumenta com a velocidade relativa das camadas, é oposta a esta e, para velocidades pequenas, é proporcional à velocidade relativa.

Sejam duas placas planas paralelas, separadas de uma distância d , mergulhadas num fluido viscoso. A placa inferior está fixa, enquanto que a placa superior é compelida por uma força \vec{F} a deslocar-se paralelamente à inferior. Em resultado da viscosidade, o fluido adere às placas, isto é, a camada de fluido imediatamente adjacente à placa adere a esta. Assim, o fluido junto à placa superior adquire a velocidade \vec{v} da placa e arrasta, devido à viscosidade, a camada de fluido

adjacente, a qual adquire uma velocidade ligeiramente inferior a \vec{v} e assim sucessivamente, até que se atinge a camada de fluido adjacente à placa inferior, que tem a velocidade desta $\vec{v} = \vec{0}$. É possível mostrar que a velocidade \vec{v} é proporcional a F e a d , e inversamente proporcional à área da placa A :

$$v = \frac{1}{\eta} \frac{F \cdot d}{A}. \quad (3.43)$$

O parâmetro de proporcionalidade $1/\eta$ depende das propriedades do fluido. A grandeza η designa-se coeficiente de viscosidade, cuja unidade SI é Pa·s (pascal segundo).

A viscosidade depende, naturalmente, das forças de ligação intermoleculares e é, por isso, uma característica de cada fluido. É grande para os líquidos ditos «muito viscosos», como, por exemplo, a glicerina. Nos gases, a viscosidade é praticamente nula, em virtude dos grandes espaços intermoleculares.

Viscosidade de algumas substâncias: ar (a 20 °C), $1,89 \times 10^{-5}$ Pa·s; sangue (a 37 °C), 4×10^{-3} Pa·s; água (a 20 °C), 1×10^{-3} Pa·s; glicerina (a 20 °C), 1,49 Pa·s.

3.2.5 Regimes de escoamento e o número de Reynolds

O escoamento de um fluido numa conduta diz-se laminar quando as camadas adjacentes de fluido deslizam suavemente umas sobre as outras. O escoamento é turbulento quando surgem correntes circulares (vórtices).

O parâmetro que caracteriza o regime de escoamento de um fluido é o número de Reynolds N_R . Para uma conduta de secção circular de raio R , o número de Reynolds depende da massa volúmica ρ do fluido, do raio R da conduta por onde se escoar o fluido, da velocidade v de escoamento do fluido e da sua viscosidade η :

$$N_R = 2\rho Rv/\eta. \quad (3.44)$$

A grandeza R é adimensional.

Se o número de Reynolds N_R é inferior a 2000, o escoamento diz-se **laminar**. Se for superior a 3000, o escoamento é **turbulento**. Para valores de N_R compreendidos entre 2000 e 3000, o tipo de escoamento é, em maior ou menor grau, a composição destes dois regimes.

3.2.6 Velocidade de escoamento e caudal

Considere-se um escoamento laminar horizontal numa conduta de secção circular de raio R e comprimento L . Se P_1 e P_2 representarem as pressões nas extremidades da conduta, a velocidade de escoamento do fluido $v_P(r)$, num ponto P , onde r representa a distância ao eixo do tubo,

é dada por:⁸

$$v_P(r) = \frac{1}{4\eta} \frac{P_2 - P_1}{L} (R^2 - r^2). \quad (3.45)$$

Pode-se mostrar que a **velocidade média** numa conduta de secção circular de raio R e comprimento L é metade da velocidade máxima de escoamento $v_P(r = 0)$, equação 3.45:

$$\langle v \rangle = \frac{1}{8\eta} \frac{P_2 - P_1}{L} R^2, \quad (3.46)$$

onde P_1 e P_2 representarem as pressões nas extremidades da conduta de comprimento L .

O **caudal** na conduta de secção circular de raio R e comprimento L é dado pela equação de Poiseuille:

$$Q = \langle v \rangle S = \frac{1}{8\eta} \frac{P_2 - P_1}{L} R^2 \pi R^2. \quad (3.47)$$

Da relação 3.47 conclui-se que a alteração do raio R da conduta tem um forte efeito no caudal ou vazão do fluido: a dependência é em R^4 . Supondo que o fluxo numa conduta é $100 \text{ cm}^3/\text{s}$, o efeito de duplicar um dos parâmetros, mantendo os outros constante, é: i) se o comprimento L da conduta duplicar, o fluxo diminui para $50 \text{ cm}^3/\text{s}$; ii) se a viscosidade do fluido η duplicar, o fluxo diminui para $50 \text{ cm}^3/\text{s}$; se a diferença (queda) de pressão $P_2 - P_1$ entre a extremidades da conduta de comprimento L duplicar, o fluxo aumenta para $200 \text{ cm}^3/\text{s}$; se o raio R da conduta duplicar, o fluxo aumenta para $1600 \text{ cm}^3/\text{s}$. Um aumento de 19% no raio origina uma duplicação do fluxo.

3.2.7 Aplicação: vasodilatação dos vasos sanguíneos

O sangue é um fluido viscoso (a $37 \text{ }^\circ\text{C}$: $\rho = 1050 \text{ kg/m}^3$ e $\eta = 4 \times 10^{-3} \text{ Pa}\cdot\text{s}$), que flui nas artérias e veias de forma geralmente laminar. Como consequência da viscosidade, a velocidade do sangue na camada imediatamente adjacente às paredes da artéria/veia é nula, em resultado das forças intermoleculares atractivas entre o sangue e as paredes da artéria/veia. Visto que a velocidade do sangue na artéria/veia varia radialmente, então a equação de Bernoulli permite concluir que a pressão varia também radialmente. Como no eixo da artéria, a velocidade é máxima, a pressão aí é mínima. Junto às paredes da artéria/veia a velocidade é mínima e a pressão é máxima. Em consequência, as células do sangue, devido à diferença de pressão entre a periferia e o centro do canal sanguíneo, são sujeitas a uma força que as desloca da periferia para o eixo da conduta, isto é, as células do sangue tendem a acumular-se no eixo central dos vasos sanguíneos.

⁸Que se obtém a partir das equações de Navier Stokes, que são equações diferenciais que descrevem o escoamento de fluidos.

A pressão do sangue à entrada da aorta pode ser medida e varia, num adulto saudável, entre: pressão sistólica (máxima, e ocorre quando o coração se contrai) - da ordem de 120 torr (0,18 atm); e pressão diastólica (mínima, ocorre entre contracções do coração) - da ordem de 80 torr (0,11 atm). A pressão diminui à medida que o sangue passa das artérias para os capilares e veias. De facto são os vasos de diâmetro mais menor que determinam a resistência ao fluxo. A posição das arteríolas, imediatamente antes dos capilares, permite controlar o fluxo de sangue numa dada região do organismo sempre que é necessário. Esta rede de pequenos vasos pode restringir o fluxo para uma parte do corpo, enquanto induz um aumento do fluxo noutra parte do corpo de forma a ir ao encontro da demanda de oxigénio e nutrientes, uma vez que têm a capacidade de variação o seu raio em resposta a estímulos nervosos.

A capacidade de vasodilatação (aumento do calibre de vasos, em regra para intensificar a irrigação sanguínea de um órgão ou parte dele) permite controlar eficazmente o fluxo sanguíneo. Caso contrário, teria que haver uma variação de pressão, o que implica alterar a actividade do coração. De facto, a relação de Poiseuille, equação 3.47, permite concluir, que para duplicar o fluxo sanguíneo, mantendo a diferença de pressão, por exemplo, o raio da arteríola apenas tem de aumentar cerca de 19%! Se este aumento se desse às custas de um aumento de pressão, a pressão na arteríola teria que duplicar, o que implicaria uma duplicação da pressão arterial à saída do coração.

3.2.8 Exercícios

1. Porque é que a pressão num líquido aumenta com a profundidade (distância à superfície livre do líquido), mas num gás a pressão é a mesma em qualquer ponto do interior do contentor?

Resolução:

Nos líquidos as partículas estão tão próximas umas das outras que a pressão que algumas delas exercem numa superfície, imaginária ou não, é influenciada pela acção compressora devido à força gravítica das partículas que estão sobre elas. Compreende-se, assim, o facto experimental de a pressão num ponto P do líquido ser numericamente igual à força gravítica de uma coluna líquida de secção unitária e altura igual à distância do ponto P à superfície livre do líquido. Esta pressão é muito sensível às variações do potencial gravítico, e actua em todas as direcções e sentidos, pois deve-se ao choque das partículas com as superfícies, reais ou imaginárias (modelo cinético).

Nos gases, devido à grande mobilidade das moléculas e ao seu grande afastamento, a acção compressora directa, por contacto, de umas sobre as outras não é de considerar. Como tal, a pressão não varia tão significativamente com o potencial gravítico, uma vez que a distribuição

de partículas é que é determinante. E essa distribuição é aleatória, sendo a densidade a mesma em todo o recipiente contendor. O número de colisões, por unidade de superfície e por unidade de tempo, em qualquer direcção, perpendicular às superfícies é pois, estatisticamente constante, a menos de flutuações ocasionais, que são macroscopicamente indetectáveis.

2. Determinar o número de Reynolds N_R do escoamento de água e de ar a 20 °C com velocidade de 20 m/s numa conduta de raio 1 cm, e classifique o escoamento.

Resolução:

No caso da água $N_R = 2\rho Rv/\eta=4000$: o escoamento é turbulento. No caso do ar, $N_R = 2\rho Rv/\eta=280$: o escoamento é laminar.

3. Sabendo que para a artéria aorta $R = 1$ cm e $(P_2 - P_1)/L=0,6$ torr/m=80 Pa/m, onde P_1 e P_2 representarem as pressões nas extremidades da artéria aorta de comprimento $L = 40$ cm, determine as velocidades máxima e média na aorta, o número de Reynolds, o regime de escoamento, o caudal do sangue na aorta, e a queda de pressão do sangue na aorta.

Resolução:

Tendo presente que $\rho=1050$ kg/m³ e $\eta = 0,004$ Pa s, obtém-se $\langle v \rangle = \frac{1}{8\eta} \frac{P_2 - P_1}{L} R^2 = 25$ cm/s.

O número de Reynolds $N_R = \rho \langle v \rangle d/\eta \simeq 1313$, podendo o escoamento considerar-se laminar.

O caudal do sangue na aorta é $Q = \langle v \rangle S = \frac{1}{8\eta} \frac{P_2 - P_1}{L} R^2 \pi R^2 = 79$ cm³/s.

Assumindo que a aorta tem 40 cm de comprimento, a queda de pressão $(P_2 - P_1) = [(P_2 - P_1)/L]L = 0,24$ torr. Pode concluir-se que a pressão do sangue na artéria aorta praticamente não varia, até à região onde ocorre a sua ramificação em outras artérias.

4. Suponha que numa situação de emergência é necessário um aumento de cinco vezes do fluxo de sangue, como por exemplo, quando se está a ser perseguido por um cão “enfurecido”. Como responde o corpo a esta necessidade?

De acordo com a expressão de Poiseuille, equação 3.47, se o aumento de fluxo de dever apenas a um incremento de pressão, a pressão sanguínea deve passar de 120 mmHg para 600 mmHg! Este valor é pouco conveniente para o organismo. Felizmente, o corpo tem outras formas de satisfazer esta necessidade: a **vasodilatação** dos pequenos vasos, em particular das arteríolas. Assim, se no processo de vasodilatação o raio da artéria aumentar em 50%, a pressão pode ser mantida em 120 mmHg, enquanto que o fluxo aumenta de um factor de 5 vezes ($(1,5)^4 \simeq 5$).

3.3 Aplicações: sistemas cardiovascular

Aproximadamente 56% do corpo humano é composto de líquidos. O líquido contido nas células (aproximadamente 2/3 do total) é chamado líquido intracelular. O restante é chamado líquido extracelular ou meio interno do corpo. Estes líquidos diferem substancialmente. Em particular, o intracelular contém grandes quantidades de iões potássio, magnésio e fosfato. O líquido extracelular possui iões sódio, cloreto, bicarbonato, mais nutrientes para as células tais como o oxigénio. Estas diferenças são mantidas por mecanismos especiais de transporte através das membranas celulares.

Todos os órgãos e tecidos do corpo contribuem para a homeostasia,⁹ isto é, para a manutenção de condições estacionárias do meio interno. Entre os sistemas que contribuem para a homeostasia está o sistema circulatório. Assim, a função da circulação é a de atender às necessidades dos tecidos, transportando nutrientes, removendo produtos de excreção e em fim, mantendo em todos os líquidos dos tecidos um ambiente apropriado à sobrevivência e função das células.

O sistema cardiovascular e o sangue formam a rede de transporte do organismo. O sistema cardiovascular é formado pelo coração, órgão que bombeia o sangue, e uma rede vascular de distribuição. A rede vascular é constituída por três tipos de vasos sanguíneos: as artérias, as veias e os capilares. Estima-se que todos ligados entre si em linha recta, seriam equivalentes a um canal com cerca de 160 000 km (cerca de 4 vezes o perímetro da Terra). Os capilares, os vasos mais pequenos, constituem 98% da rede vascular. A passagem do sangue através do coração e dos vasos sanguíneos é chamada de circulação do sangue.

3.3.1 Sistema vascular

Os vasos condutores do sangue para fora do coração são as artérias. Estas ramificam-se progressivamente em vasos sanguíneos de menor calibre, denominados arteríolas, e depois em capilares, vasos de paredes muito finas e permeáveis à troca de substâncias entre o sangue oxigenado e os tecidos. Nos vasos capilares ocorre a troca de nutrientes e resíduos (parte dos resíduos a eliminar são processados no fígado e eliminados pelos rins). A partir dos capilares o sangue venoso é recolhido em vénulas que progressivamente coalescem em veias de diâmetros progressivamente maiores que conduzem o sangue novamente ao coração. (A veia porta conduz o sangue ao fígado e não ao coração.) As artérias são compostas por paredes musculares espessas e elásticas capazes de resistir à *onda de sangue* a alta pressão que é bombeada a cada batimento cardíaco. As paredes dos capilares são praticamente da espessura de uma célula, permitindo a troca de

⁹Homeostasia s. f. propriedade de determinados seres vivos, a despeito das variações do meio ambiente, manterem em equilíbrio todas as suas funções e a própria constituição química dos tecidos (Do gr. *hómoios*, «semelhante; igual» + *stasis*, «situação» + *-ia*).

nutrientes e resíduos. As veias têm paredes finas que lhe permitem expandirem-se e susterem grandes quantidades de sangue, quando o corpo está em repouso. As veias maiores possuem válvulas que trabalham num único sentido, o que impede o sangue de voltar para trás.

Quando o sangue retorna ao coração através das veias cava superior e inferior é recolhido na cavidade superior direita do coração, átrio direito ou aurícula direita, e é, em seguida, impulsionado para o ventrículo direito. Daqui é bombeado, através das artérias pulmonares, para os capilares dos pulmões, libertando aí o dióxido de carbono e absorvendo o oxigénio. No pulmões ocorre a hematose do sangue, fenómeno respiratório que diz respeito à transformação do sangue venoso em sangue arterial (Do gr. haimátosis, «transformação em sangue»). O sangue arterial retorna pelas veias pulmonares para a cavidade superior esquerda do coração, átrio esquerdo ou aurícula esquerda, que conduz o sangue para o ventrículo esquerdo. O ventrículo esquerdo bombeia o sangue através da aorta (que têm aproximadamente o diâmetro de uma mangueira de jardim), artérias sistémicas e dos capilares e, de volta ao coração, através das veias.

3.3.2 O sangue

Basicamente, o sangue consiste num meio fluido, denominado plasma, no qual estão em suspensão células. A densidade do sangue, ρ , praticamente não varia em condições normais do sistema cardiovascular e a tem um valor aproximado de 1050 kg/m^3 ($1,050 \text{ g cm}^{-3}$), podendo ser considerado um fluido incompressível. O plasma, após a remoção das células por centrifugação, é um fluido claro, ligeiramente viscoso, rico em proteínas (albumina, globulina e *fibrinogen*), constituído por água (90% da sua massa), proteínas (7%), substâncias inorgânicas (1%) e substâncias orgânicas (1%). As células suspensas no plasma são, essencialmente, os eritrócitos ou glóbulos vermelhos, os leucócitos ou glóbulos brancos e as plaquetas.

Os glóbulos vermelhos ou eritrócitos são discos bicôncavos com diâmetro de cerca de $7,6 \mu\text{m}$ e uma espessura de aproximadamente $1,0 \mu\text{m}$ no centro e $2,8 \mu\text{m}$ nos bordos, o número de eritrócitos é de 5 a 5,5 milhões por mm^3 de sangue nos homens e de 4,5 a 5 milhões nas mulheres, ocupando aproximadamente 45% do volume do sangue. Os eritrócitos têm cor amarelo-pálido numa camada delgada de sangue fresco quando vistos ao microscópio de grande aumento; mas quando sobrepostos em várias camadas adquirem uma matiz avermelhada. Não possuem núcleo e compõem-se, fundamentalmente, de uma proteína contendo ferro e de um constituinte lipóide que parece estar em grande concentração na membrana plasmática. As propriedades semi-permeáveis desta membrana, permitem ao eritrócito absorver líquido por osmose de meio

hipotónico e,¹⁰ no meio hipertónico,¹¹ ele se enrugam como uma esfera *murcha*. Dada a elevada concentração no sangue e a capacidade de se agregar e se deformar com a tensão de cisalhamento, os eritrócitos têm uma influência marcante nas propriedades reológicas do sangue.¹² Os leucócitos ou glóbulos brancos são de tamanhos diferentes e, em média, têm cerca de 10 μm . São muito menos numerosos que os eritrócitos e, num indivíduo sadio, existem entre 5000 a 8000 leucócitos por mm^3 de sangue. Os leucócitos são células, no verdadeiro sentido da palavra, tendo núcleo e citoplasma. As plaquetas (tromboplastídeos; trombócitos) são pequenas massas de protoplasma (2 μm a 4 μm de diâmetro) e o seu número varia entre 250000 e 300000 por mm^3 . Têm um papel importante no processo de coagulação do sangue, assim como no desenvolvimento da *arterosclerosis*.

3.3.3 O coração

O coração é a força motriz da circulação do sangue. É uma bomba muscular composta principalmente pelo miocárdio, um tipo de músculo capaz de trabalhar ininterruptamente, com a dimensão de um punho cerrado, que possui quatro cavidades. O fluxo de sanguíneo através destas cavidades é controlado por válvulas que trabalham num único sentido: válvula pulmonar, válvula tricúspide, válvula aórtica e válvula mitral. As válvulas são constituídas por 2 ou 3 folhetos em forma de taça, e são fixadas por cordões tendinosos, semelhantes a filamentos, que ligam cada folheto das válvulas à parede do coração impedindo que se revirem. Por minuto, o coração bombeia o volume total de sangue (cerca de 5 litros) a todo o organismo (o volume de sangue bombeado em cada contracção é cerca de 85 ml).

Cada batimento cardíaco consta de três fases. Na diástole, o coração relaxa. Enquanto na sístole auricular é a aurícula que se contrai, na sístole ventricular são os ventrículos. O nódulo sinusal (o *pacemaker* natural do coração) regula a sequência das fases enviando impulsos eléctricos, conduzidos por fibras musculares especializadas, primeiro às aurículas e depois aos ventrículos, que originam a sua contracção. Excitados periodicamente, os músculos dos ventrículos contraem-se vigorosamente, cerca de 70 vezes por minuto - ritmo ou batimento cardíaco em repouso - impulsionando o sangue através dos vasos a todas as partes do corpo.¹³

¹⁰Hipotónico adj. respeitante à hipotonia; (quím.) diz-se de uma solução, em relação a outra, quando tem menor pressão osmótica que esta (De hipotonia + -ico).

¹¹Hipertónico adj. respeitante à hipertonia; (quím.) diz-se de uma solução, em relação a outra, quando tem maior pressão osmótica que esta (De hipertonia + -ico).

¹²Reologia s. f. estudo da deformação e escoamento da matéria, que abrange o escoamento plástico de sólidos e o escoamento de líquidos viscoelásticos (De reo- + -logia).

¹³Durante a prática intensiva de exercício físico o batimento cardíaco pode atingir os 200 batimentos por minuto. O som ritmado emitido pelo coração deve-se à contracção estanque das válvulas cardíacas.

3.3.4 Circulação do sangue

A circulação do sangue através das cavidades direitas do coração, *coração direito*, e dos pulmões é denominada circulação pulmonar ou pequena circulação. A circulação do sangue através das cavidades esquerdas do coração, *coração esquerdo*, é conhecida como circulação sistémica, também chamada grande circulação ou circulação periférica por *suprir* com o fluxo sanguíneo todos os tecidos do corpo excepto os pulmões.

Embora o circuito saindo do coração e de novo voltando a ele envolva praticamente apenas uma ordem de capilares, encontra-se uma excepção nos vasos dos órgãos abdominais. O sangue fornecido ao baço, pâncreas, estômago e intestinos pelas artérias sistémicas é recolhido por uma grande veia, a veia porta. Esta veia penetra no fígado ramificando-se em seu interior. À medida que o sangue passa através de sinusóides semelhantes a capilares, troca substâncias nutrientes com as células hepáticas sendo então recolhido pelas veias hepáticas, que o lançam na veia cava inferior.

Em repouso, as veias funcionam como reservatórios, armazenando grande parte do volume de sangue do organismo. Se for necessário intensificar a irrigação, as veias contraem-se e enviam mais sangue para o coração. Distribuição do sangue na circulação sanguínea: de todo o sangue existente no corpo humano, 84% em volume está contido na circulação sistémica com 64% nas veias,¹⁴ 13% nas artérias e 7% nas arteríolas e capilares sistémicos. O coração tem 7% a 10% e 9% os vasos pulmonares.

A cada batimento, a contração dos ventrículos produz uma onda de pressão que é transmitida através das artérias, fazendo com que as suas paredes se expandam.¹⁵ Entre as pulsações, as paredes elásticas das artérias fazem um movimento de *ricochete*. A variação de pressão ΔP , induzida pelas contrações dos ventrículos, produz uma deformação da artéria em lugar de produzir uma variação da densidade do sangue.¹⁶

Durante a fase diastólica de cada ciclo, os ventrículos direito e esquerdo (separados por um septo muscular), são enchidos por sangue proveniente das respectivas aurículas direita e esquerda. Quando as respectivas pressões equilibram as pressões existentes nas aurículas fecham-se as válvulas tricúspide (que liga a aurícula direita com o ventrículo direito) e mitral (que comu-

¹⁴Circulação sistémica ou grande circulação.

¹⁵Esta onda, ou pulsação, pode ser sentida nas zonas onde as artérias estão à superfície da pele).

¹⁶A densidade do sangue praticamente não varia, em condições normais do sistema cardiovascular, e, a 37 °C, tem um valor aproximado de 1050 kg/m³ (1,050 g cm⁻³). De facto, a resistência a uma deformação volumétrica no sangue, caracterizada pelo módulo de elasticidade volumétrico, é de aproximadamente 10⁹ N/m², bastante similar ao da água, enquanto que a resistência da artéria à mudança de volume é da ordem de 10⁵ N/m². Portanto, a variação da densidade do sangue que pode ocorrer devido a uma variação da pressão no sistema circulatório é desprezável, em face da variação do volume contido pela artéria por deformação das suas paredes. Como referido, o sangue pode ser modelado como um fluido incompressível.

nica a aurícula esquerda com o ventrículo esquerdo). Neste momento os músculos dos ventrículos contraem-se,¹⁷ aumentando ainda mais a pressão do sangue nos ventrículos. Quando a pressão no ventrículo esquerdo supera a pressão existente no ramo ascendente da aorta e quando a pressão no ventrículo direito excede a pressão da artéria pulmonar, a válvula aórtica no ventrículo esquerdo e a válvula pulmonar no ventrículo direito abrem-se e o sangue é impulsionado para a aorta e os pulmões respectivamente. Esta é a **fase sistólica**. A ejeção continua até que, novamente, a desaceleração da corrente sanguínea conduz a um aumento da pressão que fecha as válvulas. Neste momento os músculos relaxam, a pressão decresce e a fase diastólica novamente têm início. Enquanto o coração se enche de sangue, a pressão arterial é baixa (pressão diastólica), mas quando o coração começa a bombear mais sangue esta sobe (pressão sistólica).

3.3.5 Pressão arterial

Na circulação sistémica, a pressão no ventrículo esquerdo varia entre aproximadamente zero (pressão atmosférica), diástole, e 120 mmHg ou superior, sístole. A variação da pressão na aorta é bem menor (120 mmHg na sístole e 80 mmHg na diástole). A *distensibilidade* elástica da aorta e das grandes artérias faz com que a pressão do sangue na rede arterial se mantenha suficientemente alta, mesmo durante a diástole ventricular. Assim, o sangue continua correndo para a periferia, diminuindo progressivamente a pressão arterial para cerca de 0 mmHg ao chegar ao fim das veias cavas na aurícula direita. A pressão nos capilares sistémicos varia entre o máximo de 35 mmHg, próximo as extremidades das arteríolas, até 10 mmHg próximo das suas extremidades venosas. A pressão média nos capilares é aproximadamente 17 mmHg, pressão suficiente para que pouco plasma vaze dos capilares porosos, mas permitir que os nutrientes possam difundir-se facilmente pelas células dos tecidos. Na circulação pulmonar acontece algo similar, mas os níveis médios da pressão são menores. Nas artérias pulmonares a pressão é pulsátil (como na aorta), com as pressões sistólica de cerca de 25 mmHg e diastólica de 8 mmHg, sendo que a pressão capilar pulmonar é de aproximadamente 7 mmHg.

A diferença de pressão entre a aorta e os capilares é determinante para o movimento do sangue. Esta diferença deve-se a variações na energia cinética e/ou potencial do sangue e à dissipação de energia por diversos efeitos viscosos. Entretanto, nota-se que a diminuição de pressão média na circulação sistémica é muito maior nos segmentos que representam os vasos de menor calibre. Finalmente, a queda de pressão média efectiva é maior ao nível de arteríolas do que em qualquer outra zona da circulação. As arteríolas, no seu conjunto, são as regiões de maior resistência na rede vascular. A princípio, a afirmação pode parecer contraditória pois

¹⁷Contracção isovolumétrica: todas as válvulas do coração estão fechadas e admite-se que o sangue é incompressível

o diâmetro de um capilar é menor que o de uma arteríola. Isto é compensado em termo de resistência do conjunto dos capilares pelo fato de corresponder a uma secção transversal muito maior a nível de capilares.

Tendo em conta que a pressão do sangue nas veias é cerca de um décimo da existente nas artérias, é de esperar que existem outros mecanismos que assegurem o retorno do sangue ao coração. De facto, diversos mecanismos físicos concorrem para o adequado retorno do sangue venoso (fluxo sanguíneo que retorna ao coração) ao coração. Muitas veias profundas estão localizadas nos músculos, e que quando estes se contraem, à medida que uma pessoa se move, por exemplo, pressionam as veias e empurram o sangue para o coração (as válvulas de sentido único impedem o refluxo do sangue). A respiração também contribui para assegurar a circulação. Ao respirar, a simples acção de inalar também promove o regresso do sangue ao coração: ao inalar, a cavidade torácica expande-se, reduzindo a pressão no tórax, e a elevada pressão a que se encontra o resto do organismo força o sangue nas veias a regressar ao coração. O retorno do sangue venoso da parte superior do organismo faz-se com a ajuda da gravidade.

Em resumo, a grande flutuação da pressão no ventrículo esquerdo é transformada na aorta numa onda de pressão de valor médio alto e menor flutuação, em resultado da elasticidade da aorta. Quando uma artéria ou veia se ramifica, a área da secção transversal do conjunto de seus ramos é maior que a do vaso inicial. Como o volume de sangue que flui através da aorta é o mesmo que flui por todos os vasos, a velocidade média diminui inversamente com a área da secção transversal. Assim, a velocidade média do sangue na aorta é de aproximadamente, 33 cm/s, enquanto que nos capilares é de 0,03 cm/s. Embora os capilares sejam muito curtos (comprimento típico de 0,3 mm a 1 mm), o sangue permanece neles 1 a 3 segundos, tempo suficiente para a ocorrência de toda a troca de substâncias entre o sangue e as células dos tecidos.

3.3.6 Medição da tensão arterial

A pressão do sangue nas artérias tem de ser regulada para assegurar uma adequada irrigação sanguínea e conseqüentemente oxigenação dos órgãos. Se a pressão arterial for muito baixa, a irrigação é insuficiente. Se for muito alta, pode causar danos aos vasos sanguíneos e órgãos. Variações súbitas da pressão desencadeiam, em segundos, reacções compensatórias por parte do sistema nervoso. Estas reacções autónomas do sistema nervoso não envolvem as partes conscientes do cérebro. As variações a longo prazo são, em parte, controladas pelas hormonas que influenciam a quantidade de líquido expulso pelos rins. As reacções hormonais demoram algumas horas a fazer efeito.

Uma hemorragia grave ou uma súbita mudança de postura podem originar uma variação brusca da pressão arterial que é detectada pelos baro-receptores (receptores alongados existentes nas paredes das principais artérias) que enviam sinais ao cérebro através dos nervos sensoriais. Uma reacção autónoma ajusta a frequência cardíaca, o volume de sangue bombeada e o diâmetro das arteríolas até a pressão arterial voltar ao normal.

A medição da tensão é uma parte integrante da rotina de um exame médico.¹⁸ Para medir a tensão arterial usa-se um instrumento denominado esfigmomanómetro que mede os valores da tensão sistólica (o valor máximo),¹⁹ quando o coração se contrai, e da tensão diastólica, quando o coração relaxa. A tensão arterial de um adulto saudável é cerca de 120 mmHg/80 mmHg.

Durante o procedimento é colocada uma braçadeira insuflável no antebraço e insuflada com uma pêra de borracha (usada para insuflar e desinsuflar). A braçadeira depois é libertada enquanto o médico ausculta o fluxo sanguíneo nas artérias do braço, com um estetoscópio.

3.3.7 Principais doenças cardiovasculares

Segue-se uma breve descrição dos aspectos hidrodinâmicos das principais doenças que afectam a rede vascular.

Aterosclerose

Arteriosclerose s. f. esclerose ou endurecimento das tónicas arteriais (Do gr. *artería*, «artéria» + *sklerōsis*, «endurecimento»). Aterosclerose s. f. (medic.) lesão arterial em que há degenerescência gorda e esclerose (Do gr. *athéro(oma)*, «depósito de gordura» + *sklerōsis*, «endurecimento»). Esclerose s. f. endurecimento do tecido intersticial de um órgão, nomeadamente do tecido conjuntivo; fibrose; cirrose; ~ arterial: o m. q. arteriosclerose (Do gr. *sklērōsis*, «endurecimento»).

A aterosclerose corresponde à acumulação de colesterol e outras substâncias adiposas, transportadas pela corrente sanguínea, nas paredes das artérias, originando o seu estreitamento. Estas substâncias acumulam-se no interior das artérias e formam depósitos amarelos chamados aterosomas.²⁰ Estes depósitos reduzem o fluxo sanguíneo nas artérias, e o revestimento muscular da parede da artéria torna-se mais espesso, estreitando ainda mais a artéria. As plaquetas podem agrupar-se à superfície dos depósitos em aglomerados começando a formar coágulos de sangue. Um coágulo maior pode, então, bloquear totalmente a artéria e impedir a oxigenação de um órgão.

¹⁸Tensão arterial: (fisiol.) pressão que é necessário exercer sobre uma artéria para que cesse o pulso do vaso abaixo do ponto de compressão.

¹⁹Esfigmomanómetro s. m. (medic.) instrumento para registar a pressão do sangue nas artérias (Do gr. *sphygmós*, «pulsção» + port. *manómetro*).

²⁰Ateroma [o] s. m. (medic.) degenerescência das paredes internas das artérias, com a concomitante deposição local de colesterol e ulterior calcificação ou ulceração (Do gr. *athérōma*, -atos, «id.», pelo fr. *athérome*, «ateroma»).

Na aterosclerose, a artéria vai-se estrangulando/entupindo gradualmente. Para que o fluxo de sangue se mantenha constante, a velocidade de escoamento aumenta. De acordo com a equação de Bernoulli, a pressão vai diminuindo à medida que o canal estreita, acabando a artéria por colapsar: o fluxo de sangue é interrompido ($v = 0$ m/s). O aumento da pressão resultante faz com que a artéria se reabra. E assim, sucessivamente. Eventualmente, no processo um pouco da superfície da artéria ou um coágulo sanguíneo entretanto formado, pode desprender-se e ir parar ao coração ou bloquear uma outra artéria (trombose e/ou embolia).²¹ Pode afectar qualquer artéria e é uma das principais causas da trombose, de ataques cardíacos, e da má circulação nas pernas.

A variação relativamente pequena do raio de uma artéria tem um efeito dramático no fluxo do sangue através dessa artéria (rever secção 3.2.6). Considere-se por exemplo que numa artéria de raio 1 cm, a pressão é 120 mmHg e o fluxo normal é 100 cm³/min. Se a artéria sofrer uma oclusão de 20%, o fluxo passa para 41 cm³/min e a pressão necessária para assegurar o fluxo normal é agora de 293 mmHg; se a oclusão for de 50%, o fluxo passa para 6,3 cm³/min e a pressão necessária para assegurar o fluxo normal é agora de 1920 mmHg; no caso de oclusão de 80%, o fluxo passa para 0,16 cm³/min e a pressão necessária para assegurar o fluxo normal é agora de 75000 mmHg.

Em consequência da aterosclerose, pode ocorrer um aumento da secção de uma artéria causado pelo enfraquecimento da parede da artéria: a pressão do sangue na artéria pode induzir o seu alargamento, formando um **aneurisma**. Pode mesmo ocorrer a ruptura da artéria, dando origem a uma hemorragia interna, a qual pode ser, rapidamente, fatal.

Hipertensão

A hipertensão corresponde a um estado de tensão arterial persistentemente elevada, superior a 140 mmHg/90 mmHg, que pode causar lesões arteriais e cardíacas. Esta condição obriga o coração e as artérias a um esforço, acabando por causar lesões nas artérias coronárias (artérias que irrigam o músculo cardíaco), no coração, e nos tecidos mais delicados, como por exemplo os olhos e os rins.

²¹O fluxo de sangue numa artéria encontra-se normalmente sob pressão de maneira que é pouco provável que ocorra a formação de coágulos. Se o fluxo sanguíneo numa artéria abrandar, é mais provável que um coágulo sanguíneo se forme. Podem também formar-se no coração, quando a frequência cardíaca é fraca e irregular porque as cavidades superiores (aurículas) não se esvaziam completamente a cada batimento, podendo ser libertados das aurículas para as artérias coronárias ou periféricas.

Acidente isquémico transitório

O sangue oxigenado é transportado para o cérebro por dois pares de grandes artérias: as artérias carótidas e as artérias vertebrais: as artérias carótidas circulam ao longo da parte anterior do pescoço e as artérias vertebrais pela parte posterior do pescoço, por dentro da coluna vertebral. Estas grandes artérias desembocam num *círculo* formado por outras artérias, do qual partem artérias mais pequenas, assim como ocorre com as estradas que saem de uma rotunda de tráfego. Estes ramos levam sangue a todas as partes do cérebro.

As duas artérias vertebrais que fazem a irrigação do cérebro derivam das artérias subclávias, antes de estas chegarem aos braços. Em condições normais, o fluxo sanguíneo dirige-se para irrigar o cérebro. Contudo, em determinadas situações há reversão do fluxo da artéria vertebral ipsilateral, distalmente a uma estenose, ou oclusão da artéria subclávia proximal, ou, mais raramente, da artéria inominada. Quando a artéria subclávia está parcialmente obstruída na zona próxima da ramificação, a velocidade do sangue aí aumenta e, de acordo com a equação de Bernoulli, a um incremento da velocidade numa dada região corresponde um decréscimo de pressão. Em virtude da redução na pressão da artéria subclávia distalmente à obstrução, o sangue flui anterogradamente pela artéria vertebral contralateral, chega à artéria basilar e desce retrogradamente pela artéria vertebral ipsilateral, para suprir a circulação colateral para a extremidade superior. Dessa forma, o suprimento sanguíneo é sequestrado no sistema basilar e pode comprometer o fluxo sanguíneo encefálico, regional ou total.

Por vezes, esta situação ocorre também quando se realiza um exercício mais vigoroso com um dos braços: o fluxo de sangue aumenta na artéria subclávia para dar resposta à maior necessidade de irrigação dos músculos do braço, diminuindo a pressão junto à junção da artéria vertebral respectiva. Em consequência, o sangue da artéria vertebral do lado oposto, por exemplo, diverge parcialmente para artéria vertebral ligada à artéria subclávia afectada, em vez de ir para o cérebro, o que pode originar tonturas, fraqueza, etc., devido à deficiente irrigação do cérebro.

A designação clássica para este fenómeno é “a síndrome do roubo da subclávia”, que origina o acidente isquémico transitório (AIT). Um acidente isquémico transitório, também é chamado uma “mini trombose”, por ser, muitas vezes, um sinal de aviso antes de uma trombose. No caso de um AIT, a artéria apenas fica bloqueada durante um curto espaço de tempo.

Paragem cardíaca

A paragem cardíaca é a interrupção súbita do bombeamento de sangue do coração, a qual é muitas vezes fatal. Pode ser causada por um de dois tipos de problemas cardíacos: a fibrilhação

ventricular (o mais comum)²² ou assistolia.²³ Durante uma paragem cardíaca, o coração pára de bombear e em consequência o cérebro e outros órgãos não recebem sangue oxigenado sem o qual não conseguem funcionar. A pessoa não tem pulsação e pára de respirar. Cerca de três minutos após a paragem cardíaca, o cérebro começa a sofrer algumas lesões. A morte ocorre passados cerca de 5 minutos, se a acção de bombeamento do coração não for restabelecida. A circulação pode ser mantida através de massagem cardíaca externa, até que seja restabelecida permanentemente.

3.4 Bibliografia

[1] *Manual de Física, Mecânica - 12º ano de escolaridade*, Luís Silva e Jorge Valadares, Didáctica Editora, 1985.

[2] *General Physics with Bioscience Essays*, J. B. Marion and W. F. Hornyak, John Wiley & Sons, NY, 1985.

[3] *Notas Manuscritas de Biofísica*, Paulo Seara de Sá, 2005.

[4] *Advanced Physics*, S. Adams e J. Allday, Oxford Press, 2000.

[5] *Enciclopédia Médica da Família*, Livraria Civilização Editora, 2001.

[6] *Dicionário de Língua Portuguesa*, Porto Editora, 1999.

²²Durante a fibrilhação ventricular, os ventrículos contraem-se rápida e descoordenadamente, impedindo o coração de bombear sangue [fibrilhação ou fibrilação s. f. (medic.) sucessão irregular, desordenada, de contracções e relaxações das fibras de um músculo, como o coração, o diafragma e outros (Do fr. fibrillation, «id.»)]

²³A assistolia, um problema eléctrico do coração, é a incapacidade total de o músculo cardíaco se contrair, o que por sua vez dá origem à paragem cardíaca [assistolia s. f. (medic.) insuficiência da contracção (sístole) do coração (Do gr. a-, «sem» + systolé, «contracção» + -ia)].

Capítulo 4

Campo eléctrico e corrente eléctrica

¹Electricidade s. f. (fís.) forma de energia caracterizada pela facilidade de transformação em outras formas, como energia térmica, luz, movimento, etc.; estudo dos fenómenos eléctricos; a causa desses fenómenos (Do lat. cient. *electricitate*-, pelo fr. *électricité*, «id.»). A carga eléctrica é o conceito fundamental da electricidade: quantidade de electricidade num corpo, adquirida pela adição (carga negativa) ou extracção (carga positiva) de electrões. A corrente eléctrica corresponde ao movimento ordenado de cargas eléctricas; quantidade de electricidade que atravessa, por segundo, uma secção de um condutor.

Embora a electricidade e o magnetismo se possam afirmar individualmente, estão inextricavelmente associados, surgindo sempre um onde quer que o outro esteja presente. Esta associação/relação de forças é baptizada pela ciência com um epíteto híbrido: electromagnetismo. O electromagnetismo estuda as interacções eléctricas e magnéticas. Estas interacções envolvem uma propriedade fundamental da matéria, a **carga eléctrica**, um atributo tão fundamental como a massa.

Os fenómenos eléctricos tem um papel fundamental no funcionamento de um ser vivo, através do sistema nervoso (sistema nervoso central e sistema nervoso periférico). Os impulsos nervosos viajam ao longo das células nervosas sob forma de sinais eléctricos. Neste capítulo são apresentadas as noções básicas do electromagnetismo . Os conceitos são tratados apresentando os fenómenos em que o corpo humano ou partes dele são o objecto de análise.

4.1 Interacção fundamentais

Na representação do mundo físico, por um agregado de partículas materiais, é-se levado a considerar, fundamentalmente, três tipos de forças, chamadas interacções fundamentais. Quando se fala em três tipos de interacção fundamental significa que há apenas três formas básicas de um corpo exercer acção sobre outro. As partículas interagem umas sobre as outras através da

¹Notas de Biofísica, José Figueiredo, Departamento de Física da Universidade do Algarve, 2005

acção de partículas elementares. São estas interacções fundamentais que regem o movimento da matéria² e da energia por toda a parte, capazes de determinar a agregação dessas partículas:

- a interacção gravitacional: o parâmetro característico das partículas é a sua massa,³ pois a interacção gravitacional depende da massa das partículas, que, tanto quanto se sabe, só admite valores positivos. A interacção gravitacional é sempre atractiva, e vem originando, no decurso do tempo, a agregação dos átomos e moléculas em planetas, estrelas, galáxias, etc.

- as interacções nucleares ou mélicas: são responsáveis pela estabilidade dos nucleões (protões⁴ e neutrões⁵) e do núcleos atómicos.⁶ Os protões tem carga eléctrica positiva, enquanto que os neutrões tem carga eléctrica nula. (O electrão, partícula elementar não nuclear mas que faz parte da constituição da matéria tem carga eléctrica simétrica à do protão.)

- interacção electromagnética:⁸ responsável pela maior parte das propriedades ordinárias da matéria como por exemplo a força de atrito. O parâmetro da matéria associado a este interacção é a carga eléctrica que admite valores negativos e positivos, podendo a interacção ter caracter atractivo ou repulsivo.⁹

Na Tabela 4.1 comparam-se, de forma simplista, as características principais das interacções físicas fundamentais.

4.2 Campo eléctrico e força eléctrica

Para interpretar as interacções eléctricas recorre-se ao conceito de campo eléctrico. Quando dois corpos eletrizados interactuam exercem um sobre o outro forças de naturezas eléctricas.

²Matéria s. f. (fís.) aquilo de que um corpo é feito, que ocupa espaço, que ocupa espaço, tem massa (**por isso tem peso**) e pode impressionar os nossos sentidos corporais; energia condensada numa porção de espaço; (Do lat. *materia*-, «id.»). Na definição de matéria constante no Dicionário de Língua Portuguesa, da Priberam Informática e da Porto Editora (versão electrónica de 1996) refere-se que ter massa implica ter peso (“por isso tem peso”). Esta afirmação não é exacta nem é precisa.

³Massa s. f. (fís.) razão existente entre qualquer força que actue sobre um dado corpo material e a aceleração do movimento que essa força lhe comunica; quantidade de matéria de um corpo; (Do lat. *massa*-, «id.»).

⁴Protão s. m. (fís.) partícula elementar, constituinte dos núcleos atómicos, de massa quase igual à unidade (na escala de massas atómicas) e carga positiva, igual em valor absoluto à do electrão; ião hidrogénio (Do gr. *prōtos*, «primeiro» + [electr]ão).

⁵Neutrão s. m. (fís.) partícula elementar de massa ligeiramente maior que a do protão, sem carga eléctrica, facto que lhe permite penetrar através da estrutura aberta dos átomos, mas dificulta a sua detecção, que só é possível quando efectua uma colisão com um núcleo atómico e se observam as consequências; (Do fr. *neutron*, «id.»).

⁶Átomo s. m. na filosofia antiga, partícula indivisível da matéria; porção mais pequena de matéria que caracteriza um elemento químico, composta por um núcleo (constituído por protões e neutrões) em torno do qual se situa a nuvem electrónica (os electrões)⁷; coisa excessivamente pequena (Do gr. *átomos*, «indivisível», pelo lat. *atōmu*-, «átomo»).

⁸A força electromagnética e a força nuclear fraca são duas formas da mesma interacção fundamental: a energias e a temperaturas extremamente elevadas as duas forças *fundem-se* na *interacção electrofraca*.

⁹Carga eléctrica: conceito fundamental da electricidade; quantidade de electricidade num corpo, adquirida pela adição (carga negativa) ou extracção (carga positiva) de electrões.

Interacção	Intensidade*	Alcance	Partículas sobre que actua	Transportadores
<i>Nuclear forte</i>	1	curto	quarks	gluões
<i>Electromagnética</i>	1/137	longo	partículas c/ carga eléctrica	fotões
<i>Nuclear fraca</i>	10^{-9}	curto	electrões, neutrões, neutrinos	W^\pm, Z^0
<i>Gravitacional</i>	10^{-38}	longo	todas as partículas	gravitões

Tabela 4.1: Comparação simplista das interacções fundamentais: *intensidade relativa, assume-se a intensidade da força nuclear forte igual a 1. (A interacção nuclear forte é também conhecida por *força de Yukawa*.)

4.2.1 Carga eléctrica

A carga eléctrica é o conceito fundamental da electricidade, e corresponde à quantidade de electricidade num corpo, adquirida pela adição (carga negativa) ou extracção (carga positiva) de electrões. A carga eléctrica é a propriedade das partículas materiais caracterizada pelas atracções e repulsões fortes entre elas de natureza não gravítica. A unidade da grandeza física carga eléctrica, quantidade de electricidade, no Sistema Internacional, é o coulomb (De Charles Coulomb, físico francês, 1736-1806), símbolo C: 1 C é a quantidade de electricidade transferida por uma corrente eléctrica constante de 1 ampere durante 1 segundo.¹⁰ A corrente eléctrica corresponde ao movimento ordenado de cargas eléctricas; quantidade de electricidade que atravessa, por segundo, uma secção de um condutor.

Aspectos notáveis da carga eléctrica

A carga eléctrica:

- é uma grandeza que não se pode exprimir em função de grandezas exclusivamente mecânicas;
- é invariante, quer dizer, não muda de valor nas transformações físicas e químicas e tem sempre o mesmo valor em qualquer referencial, ou seja para qualquer observador;
- as cargas elementares, positiva e negativa, embora tenham os mesmo módulo são fisicamente assimétricas: a primeira está associada a partículas do núcleo - os protões - enquanto que a segunda está associada às partículas do invólucro atómico, que são partículas de massa cerca de 1800 vezes menor que os protões - os electrões;
- tanto quanto se sabe não existem na Natureza partículas livres com carga eléctrica inferior à carga eléctrica elementar (carga eléctrica do electrão ou do protão): $e = 1,6 \times 10^{-19}$ C;
- não é possível criar ou destruir carga eléctrica.

¹⁰Para se ter uma ideia da carga eléctrica de 1 C, refere-se que as trovoadas atmosféricas envolvem quantidades de electricidade desta ordem de grandeza.

Conservação da carga eléctrica

O princípio de conservação da carga eléctrica traduz o facto de sempre que a partir de um sistema neutro (sem carga aparente) surge uma carga eléctrica de um sinal, surge também uma carga eléctrica simétrica, isto é, ocorre a produção de pares de partículas de carga de sinais contrários.

Condutores e dieléctricos

Um condutor é uma substância ou corpo que oferece uma resistência relativamente pequena à passagem de uma corrente eléctrica, de energia térmica, etc. (por ex., um metal). Um dieléctrico é um material que conduz mal a electricidade; s. m. (electr.) objecto ou substância isoladora de electricidade, isto é, que não contém cargas livres de se moverem sob a acção de um campo eléctrico (dieléctrico ideal); substância dieléctrica: em geral, é a substância má condutora de electricidade.

O parâmetro dieléctrico de um material, também chamado permitividade relativa, é a razão entre a capacidade de um condensador, cujo dieléctrico é o material, e a capacidade que teria se o dieléctrico fosse o vazio. A rigidez dieléctrica de um material corresponde ao campo eléctrico máximo que um dieléctrico pode suportar sem perder as suas qualidades de isolador.

o Ar húmido é condutor de electricidade, descarregando rapidamente os corpos electrizados. A água salgada é boa condutora de electricidade.

4.2.2 Força electrostática e lei de Coulomb

A electrostática é parte do electromagnetismo que estuda das propriedades das cargas eléctricas em repouso (De electrostático). A electrodinâmica é área do electromagnetismo que estuda as forças geradas entre circuitos condutores próximos, quando percorridos por correntes eléctricas (De electro- + dinâmica).

A intensidade comum das forças de interacção electrostática entre duas cargas eléctricas pontuais é directamente proporcional ao produto das cargas e inversamente proporcional ao quadrado da distância $|\vec{r}|$ que as separa. A lei de Coulomb da força eléctrica traduz matematicamente a interacção entre duas cargas eléctricas pontuais:

$$\vec{F}_{q_1, q_2} = \frac{1}{4\pi\epsilon} \frac{q_1 q_2}{|\vec{r}|^2} \frac{\vec{r}}{|\vec{r}|}, \quad (4.1)$$

onde \vec{F}_{q_1, q_2} representa a força que a partícula de carga eléctrica q_1 exerce sobre a partícula de carga eléctrica q_2 (q_1 e q_2 representam o valor algébrico da carga eléctrica das duas partículas), e \vec{r} representa o vector posição da partícula q_1 relativamente à partícula q_2 .

Por sua vez a força que a partícula de carga eléctrica q_2 exerce sobre a partícula de carga eléctrica q_1 é dada pela por

$$\vec{F}_{q_2, q_1} = -\frac{1}{4\pi\epsilon} \frac{q_1 q_2}{|\vec{r}|^2} \frac{\vec{r}}{|\vec{r}|}. \quad (4.2)$$

As forças de atracção ou repulsão entre duas cargas eléctricas pontuais são simétricas, com a mesma linha de acção: o seu módulo é directamente proporcional aos módulos das cargas e inversamente proporcional ao quadrado da distância entre os centros de carga das cargas. As forças eléctricas entre cargas do mesmo sinal são repulsivas, enquanto as forças eléctricas entre cargas de sinal contrário são atractivas. Diz-se que duas cargas eléctricas são iguais se, no mesmo meio e na mesma posição em relação a uma terceira carga, exercem sobre esta a mesma força.

O parâmetro ϵ caracteriza as propriedades eléctricas do meio entre as duas carga e designa-se permitividade eléctrica do meio. A permitividade eléctrica traduz a interferência do meio material na interacções eléctricas que nele ocorrem. A variação da permitividade implica, portanto, uma variação da intensidade das forças eléctricas de interacção. As forças eléctricas entre duas cargas são máximas no vazio, onde ϵ toma o menor valor: no vazio - vácuo, ausência de matéria ponderável - $\epsilon = \epsilon_0 = 8,85 \times 10^{-12} \text{ C}^2/\text{Nm}^2$. A quantidade ϵ_0 é uma constante universal, tal como a constante gravitacional G ou a velocidade da luz no vazio c .

Dois corpos extensos carregados com carga eléctrica q_1 e q_2 podem ser consideradas pontuais se a distância entre eles for muito maior que a máxima dimensão linear de cada corpo. A experiência mostra que se os corpos carregados tiverem dimensões apreciáveis em relação à respectiva distância, a força que um exerce sobre o outro não satisfaz a lei de Coulomb.

Considere-se uma distribuição de partículas carregadas electricamente. A força que esta distribuição de cargas eléctricas exerce sobre uma carga de prova pontual é igual à soma das forças que cada carga exerce sobre a carga de prova pontual, isto é, a experiência mostra que as cargas actuam independentemente umas sobre as outras, sendo as forças entre pares de partículas dadas exactamente pela lei de Coulomb como se as outras não existissem.

Princípio da sobreposição ou da não interferência das forças eléctricas: Quando várias cargas eléctricas actuam conjuntamente sobre outras a força que sobre estas exerce cada uma dessas cargas é a mesma que, de facto, cada uma exerceria se actuassem isoladamente.

4.2.3 Campo eléctrico

Um campo de forças corresponde a uma porção do espaço onde são sensíveis e verificáveis acções de forças sem agente transmissor intermédio (campo da gravidade, campo eléctrico,¹¹ campo magnético, campo de mesões, este último responsável pelas forças nucleares); (Do lat. *campus*, «planície; campina»). Um campo eléctrico corresponde a uma região do espaço na qual se exerce força perceptível, diferente da força gravitacional, sobre cargas eléctricas.

Todos os corpos e partículas criam campos de forças no espaço à sua volta - propriedade geral da matéria. Se os corpos são electricamente neutros, o campo criado é gravitacional. Se estão electricamente carregados e em repouso, criam um campo gravitacional fraco e um campo eléctrico forte. Se além disso, estão em movimento, criam aqueles dois campos mais um campo magnético forte.

Para se perceber melhor o conceito de campo, considere-se uma agulha magnética orientada numa dada região do espaço. Se se aproximar dela um ímã verifica-se que a agulha se desvia, o que prova que, nesse lugar, o espaço sofreu qualquer modificação nas suas propriedades pelo facto de nele se colocar o ímã. Diz-se que o ímã criou um campo magnético. Analogamente, um corpo electrizado cria no espaço um campo eléctrico, que se pode detectar com um electróscópio. Da mesma forma um corpo de massa m provoca certas modificações nas propriedades do espaço que o circunda, modificações essas reveladas pelo aparecimento de forças gravíticas quando nos pontos desse espaço se colocam outros corpos. Diz-se então que qualquer corpo, pelo facto de ter massa, cria um campo gravítico ou campo de gravitação.

Para detectar qualquer campo recorre-se a corpos que, quando colocados nele, são actuados por forças. Estes corpos chamam-se corpos de prova. O corpo de prova deve ser escolhido de tal modo que altere o menos possível as propriedades do campo que se pretende estudar.

A força eléctrica \vec{F}_{el} que actua num corpo electrizado colocado num ponto P de um campo eléctrico, é proporcional à carga eléctrica q desse corpo. Sendo q a carga de um corpo de prova a grandeza campo eléctrico num ponto P define-se pela equação:¹²

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}_{el}}{q}. \quad (4.3)$$

Os vectores \vec{F} e \vec{E} têm a mesma direcção; terão o mesmo sentido se a carga de prova for positiva e sentidos contrários se a carga de prova for negativa. A unidade SI de campo eléctrico, que não se define a partir desta equação, designa-se volt por metro, V/m (N/C).

¹¹Eléctrico adj. relativo à electricidade; que produz electricidade; que conduz ou utiliza electricidade; designativo dos fenómenos em que intervêm as partículas elementares que compõem a matéria, em especial os electrões; (fig.) vertiginoso; excitante; blindagem eléctrica: dispositivo para reduzir a interacção entre dois elementos de um circuito eléctrico ou entre dois circuitos eléctricos próximos.

¹²A carga do corpo de prova tem de ser suficientemente pequena para não alterar o campo em que é colocada.

Se o campo eléctrico no ponto P é criado por uma carga pontual Q , a expressão da grandeza campo eléctrico é:

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Qq}{r^2} \frac{\vec{r}}{r} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r^2} \frac{\vec{r}}{r}, \quad (4.4)$$

onde \vec{r} representa o vector de posição do ponto P relativamente ao centro de carga da carga Q . Considere-se uma carga de prova positiva q : se a carga Q é positiva, o campo eléctrico por ela criado tem o sentido do \vec{r} e portanto é repulsivo; se Q é negativa, o campo eléctrico tem sentido contrário ao de \vec{r} , e é, portanto, atractivo.

As linhas de campo são linhas imaginárias orientadas tangentes, em cada ponto, aos vectores representativos da grandeza campo nesses pontos, e cujo sentido é o desses vectores. As linhas de campo nunca se cruzam porque por cada ponto do campo só pode passar uma dessas linhas, o que resulta do campo só poder ter uma direcção em cada ponto. Numa região onde o campo se possa considerar uniforme as linhas de campo são rectilíneas e paralelas. As linhas de campo do campo eléctrico começam sempre numa carga positiva, e terminam numa carga negativa.

4.2.4 Energia potencial electrostática

Num campo eléctrico \vec{E} , o trabalho W da força eléctrica \vec{F}_{el} , no deslocamento de uma carga q entre A e B é independente do caminho seguido, pelo que as forças eléctricas são conservativas e o campo eléctrico é conservativo. Qualquer sistema de cargas eléctricas, pelo facto de estas interagirem entre si, possui energia potencial eléctrica que depende da posição relativa dessas cargas. O trabalho pela força eléctrica em qualquer deslocamento entre dois pontos A e B, é igual à diferença entre os valores da energia potencial eléctrica correspondentes a esses pontos; o trabalho é nulo para qualquer trajectória fechada. Pode então afirmar-se que se verifica sempre a relação:

$$\Delta E_{p,AB} = -W_{AB}(\vec{F}_{el}) = -\left(\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Qq}{r_A} - \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Qq}{r_B}\right). \quad (4.5)$$

Define-se, para o sistema em consideração, a energia potencial eléctrica como:

$$E_p = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Qq}{r}. \quad (4.6)$$

onde \vec{r} representa o vector de posição do centro de carga da carga q relativamente ao centro de carga da carga Q .

Esta definição corresponde a considerar nula a energia potencial de um sistema de duas cargas a distância infinita. (Considera-se infinita a distância quando as interacções entre as duas cargas forem desprezáveis.)

4.2.5 Potencial eléctrico

Da expressão anterior conclui-se que, num campo eléctrico criado por uma carga pontual única, a razão E_p/q é constante para cada ponto. A grandeza potencial eléctrico define-se como: Define-se, para o sistema em consideração, potencial eléctrico como:

$$V = \frac{E_p}{q}. \quad (4.7)$$

A unidade SI de potencial eléctrico é o volt, V (J/C).

O facto de se poder caracterizar o campo eléctrico, em cada ponto, por esta grandeza, permite afirmar que o campo eléctrico deriva de um potencial.

Convém referir que nem o módulo do campo eléctrico nem o valor do potencial se tornam infinitos, como se poderia pensar, atribuindo a $r = |\vec{r}|$ o valor zero na respectivas expressões. A razão disso está em que não há cargas pontuais mas sim corpos carregados cujas dimensões podem ser muito pequenas, mas que nunca se anulam.

Diferença de potencial e trabalho eléctrico

Seja $V_A - V_B$ a diferença de potencial entre dois pontos, A e B, de um campo eléctrico. No deslocamento da carga q de A para B o trabalho W_{AB} da força eléctrica é dado por

$$W_{AB} = q(V_A - V_B). \quad (4.8)$$

Supondo que B está à distância infinita do ponto A, obtém-se:

$$W_{A\infty} = qV_A. \quad (4.9)$$

O potencial eléctrico num ponto é numericamente igual ao trabalho realizado pela força eléctrica que actua uma carga unitária e positiva, quando esta se desloca desse ponto até ao infinito. Isto é, o potencial eléctrico (num dado ponto de um campo electrostático) corresponde ao trabalho efectuado para transportar a unidade de carga eléctrica positiva do infinito até ao ponto.

Diferença de potencial e campo eléctrico

A direcção do campo eléctrico \vec{E} é normal às superfícies equipotenciais e o seu sentido aponta sempre no sentido dos potenciais decrescentes. Se uma carga eléctrica pontual for colocada, sem velocidade inicial, num campo eléctrico:

- desloca-se no sentido do campo, ou seja, dos potenciais mais altos para os potenciais mais baixos, se for positiva;
- desloca-se no sentido contrário ao do campo, ou seja, dos potenciais mais baixos para os potenciais mais altos, se for negativa;

Num campo eléctrico qualquer, ao passar-se de um ponto para outro da mesma linha de campo, suficientemente próximo do primeiro para que se possa considerar constante o módulo do campo eléctrico \vec{E} , se tem:

$$|\vec{E}| = \frac{\Delta V}{\Delta d}, \quad (4.10)$$

onde ΔV representa a variação de potencial nesse deslocamento e Δd a distância entre esses pontos, considerada positiva se esse deslocamento for no sentido dos potenciais decrescentes ou seja no sentido do campo. A unidade SI de campo eléctrico define-se a partir desta equação, e designa-se volt por metro, V/m.

Um campo vectorial ou escalar é uniforme num dado domínio se tomar a mesmo valor em todos os pontos do domínio. (Um campo uniforme é pois um campo constante.) Num campo eléctrico \vec{E} uniforme, para dois pontos quaisquer A e B tem-se

$$|\vec{E}| = \frac{V_A - V_B}{d_{AB}}, \quad (4.11)$$

onde d_{AB} representa a distância entre as superfícies equipotenciais a que pertencem A e B, considerada positiva se o sentido de A para B for o dos potenciais decrescentes.

4.2.6 Capacidade eléctrica

Num condutor isolado, a carga e o potencial são grandezas directamente proporcionais. A constante de proporcionalidade chama-se capacidade eléctrica do condutor. A capacidade eléctrica (de um condutor isolado) é a razão entre a carga do condutor e o seu potencial. A unidade SI de capacidade eléctrica é o **farad**, F, (1 F=1 C/1 V). O farad é, portanto, a capacidade de um condutor isolado que fica ao potencial de 1 V quando possui a carga eléctrica de 1 C. Dado tratar-se de uma unidade muito grande, usam-se vulgarmente os seus submúltiplos, em particular: o microfarad (1 μF = 10^{-6} F) e o picofarad (1 pF= 10^{-6} F).

Um condensador é um sistema formado por dois condutores separados por um isolador (dieléctrico). Assim, um condensador compreende as duas armaduras (os condutores) separadas por um dieléctrico. A armadura que *recebe* as cargas eléctrica designa-se colectora. A outra chama-se armadura condensadora. A capacidade eléctrica de um condensador é o quociente da carga eléctrica Q da armadura colectora e da diferença de potencial V entre as armaduras:

$$C = \frac{Q}{V}. \quad (4.12)$$

Os condensadores podem ser de capacidade constante ou de capacidade variável.

Um condensador plano é constituído por duas armaduras planas e paralelas de área S , à distância d uma da outra. Fornecendo à armadura colectora a carga eléctrica Q , estabelece-se

uma diferença de potencial V entre as placas. Se a separação d das duas placas for pequena, comparada com a área S das armaduras, o campo eléctrico \vec{E} entre as placas pode considerar-se uniforme, de módulo $E = Q/(\epsilon S)$. A diferença de potencial entre as armaduras é dada por $V = E \cdot d$. Por definição de capacidade de um condensador de placas paralelas é

$$C = \epsilon \frac{S}{d}, \quad (4.13)$$

onde ϵ representa a permitividade eléctrica o dieléctrico, e S e d a área das placas e a distância entre as placas.

A energia que um sistema de cargas pontuais em repouso macroscópico - sistema electrostática - possui é toda ela energia potencial e designa-se por energia potencial electrostática. Trata-se da energia necessária para trazer as cargas desde o infinito até às posições que ocupam. O cálculo desta energia conduz ao resultado geral:

$$E_p = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n Q_i V_i, \quad (4.14)$$

onde V_i representa o potencial produzido por todas as cargas, excepto a carga Q_i , no ponto onde se situa esta carga. Num condutor, em equilíbrio electrostático, com a carga $Q = \sum_{i=1}^n Q_i$, todos os seus pontos estão a potencial $V_i = V$. A expressão 4.14 toma a forma:

$$E_p = \frac{1}{2} QV = \frac{1}{2} CV^2. \quad (4.15)$$

Esta é a energia que o condutor descarrega para a Terra (ou outro reservatório de carga) quando se liga a esta e é a energia potencial electrostática que o condensador recebeu durante a carga. Para descarregar um condensador, põem-se em contacto as armaduras colectora e condensadora. Esta energia, durante a descarga, pode manifestar-se sob formas diversas, tais como: eléctrica, luminosa e térmica (faísca), mecânica, química, fisiológica e mecânica (contração muscular no choque eléctrico), etc.

4.2.7 Potenciais em membranas e impulsos nervosos

Os fenómenos eléctricos tem um papel fundamental na manutenção da vida de um ser vivo. Por exemplo, a condução de impulsos nervosos é basicamente um processo eléctrico, embora o mecanismo de condução seja mais complexo do que num material como por exemplo num metal.

Potenciais em membranas

As paredes das células animais são finas membranas que consistem em duas camadas de proteínas separadas por uma camada de moléculas *lipóides*. Cada uma destas camadas tem

espessura de cerca de 3 nm, sendo a espessura total cerca de 9 nm. A membrana celular separa duas regiões que contém uma variedade de iões em solução. Na região intracelular abundam os iões Na^+ e Cl^- , enquanto no interior da célula há maior concentração de iões K^+ . Estes iões podem-se difundir através da estrutura proteica porosa da membrana. Contudo, os coeficientes de difusão para os vários iões é bastante diferente.¹³ Ao contrário do que seria de esperar, existe um gradiente de concentração destes iões entre o interior e o exterior das células, o que significa que a difusão dos iões tem coeficientes diferentes consulate a direcção de difusão. Por exemplo, a concentração do ião K^+ no interior da célula é cerca de 30 vezes superior à concentração no exterior da célula. Qual é a razão deste comportamento?

Nas superfícies interior e exterior das células existe uma dupla camada de carga que produz uma diferença de potencial de aproximadamente 70 mV, isto é, considerando o potencial no exterior da célula (região extracelular) igual a zero, a região intracelular (interior da célula) está ao potencial de -70 mV. Esta diferença de potencial assegura a manutenção do gradiente dos vários iões. Ter presente que o excesso de carga em cada região da membrana está nas superfícies interior e exterior desta. O fluido em cada região é electricamente neutro.

A diferença de potencial V que impõe as concentrações de equilíbrio através da membrana à temperatura normal do corpo (310 K) é dada pela equação de Nernst para iões positivos (para iões negativos o sinal muda):

$$V = V_i - V_e = -61 \log \frac{C_i}{C_e} \text{ mV}, \quad (4.16)$$

onde C_i e C_e representam as concentrações no interior e no exterior da célula respectivamente. Assim, tomando as concentrações de equilíbrio, por exemplo, do ião Cl^- ($C_i=9$ mmol/L e $C_e=125$ mmol/L), a diferença de potencial através da membrana é $V(\text{Cl}^-) = V_i - V_e = +61 \log(9/125)=-70$ mV.

No equilíbrio a taxas de difusão de iões Cl^- para fora e para dentro da célula são iguais. Ter presente que se as concentrações dos outros iões resultarem num potencial diferente de -70 mV, ocorre difusão da zona de maior concentração para a zona de menor concentração. Contudo, em adição à difusão existe outro processo que contribui para a transferência de iões através da membrana: o transporte activo de iões K^+ e Na^+ , provocado por uma espécie de reacção química chamada bomba de sódio-potássio, que injecta iões no sentido contrário ao da difusão *normal* das duas espécies. A energia dispendida para operar a bomba é fornecida pelos processos metabólicos que decorrem na célula.

¹³A grande maioria dos outros iões presentes nos fluidos extracelular e intracelular têm dimensões significativamente maiores que o poros da membrana, podendo ignorar-se os seus efeitos.

Tendo presente a espessura da membrana, $d = 9 \text{ nm}$, e a diferença de potencial entre as superfícies externa e interna, $V_e - V_i = 70 \text{ mV}$, pode-se determinar o campo eléctrico através da membrana:

$$E = \frac{V_e - V_i}{d} = 7,8 \times 10^6 \text{ V/m.} \quad (4.17)$$

Trata-se de um valor de campo eléctrico muito elevado (no ar, uma faísca ocorre entre dois pontos quando a magnitude do campo eléctrico atinge cerca de 3 MV/m). Óleos especiais apresentam campos eléctricos de ruptura iguais ou superiores a 10^7 V/m .

Verifica-se que, apesar da elevada magnitude do campo no interior da membrana, poucas iões das células da membrana são necessários para estabelecer o campo eléctrico. Sabendo que uma célula típica do corpo humano tem um volume de cerca de 10^{-15} m^3 , uma área superficial de aproximadamente $5 \times 10^{-10} \text{ m}^2$, e que se estima que a capacidade por unidade de área de uma membrana celular é da ordem de 10^{-2} F/m^2 ou 10^{-6} F/cm^2 , a carga total numa membrana celular é $Q = VC = 70 \times 10^{-3} \times (10^{-2} \times 5 \times 10^{-10}) \simeq 3,5 \times 10^{-13} \text{ C}$ e, portanto, o número total de iões é $n = Q/e = 2 \times 10^6$ iões. Comparando o número de iões n nas paredes da célula com o número de iões de potássio $N_K [= (\text{concentração})(\text{volume})(\text{número de Avogadro})]$,

$$N_K = [(150 \times 10^{-3} \text{ mol}) / (10^{-3} \text{ m}^{-3})] \times (10^{-15} \text{ m}^{-3}) \times (6 \times 10^{23} \text{ iões/mol}) \simeq 9 \times 10^{10}, \quad (4.18)$$

verifica-se que apenas 1 em cada 50 000 iões de potássio dentro da célula devem ser transportados para a superfície da célula para se estabelecer o campo dentro da membrana.

Impulsos nervosos: potencial acção

O sistema nervoso é o sistema mais complexo do corpo humano e regula simultaneamente todas as actividades do corpo. É fonte da nossa consciência, inteligência e criatividade, e permite-nos comunicar e sentir emoções. Controla também quase todos os processos do corpo, desde funções automáticas das quais temos plena consciência, como a respiração e o pestanejar, às actividades complexas que implicam pensamento e a aprendizagem, como tocar um instrumento musical e andar de bicicleta. O sistema nervoso de um humano divide-se em duas partes: o sistema nervoso central constituído pelo encéfalo e pela espinal medula, e o sistema nervoso periférico, constituído por todos os nervos que emergem do sistema nervoso central e se espalham pelo corpo, transmitindo sinais entre as diferentes partes do corpo e o sistema nervoso central. Os sinais nervosos têm a forma de impulsos eléctricos.

Uma célula nervosa ou neurónio é composta como todas as células por um núcleo, e tem um ou dois prolongamentos especiais, conhecidos como fibras nervosas ou axónios, que transportam sinais nervosos, e podem ser muito longos. Um neurónio possui ainda várias dendrites,

prolongamentos curtos e ramificados. Os sinais eléctricos que se propagam ao longo de um axónio transportam informação sensorial para o cérebro ou informação com instruções motoras do cérebro para várias partes do corpo. Quando transporta informação para ou do cérebro, um axónio recebe um estímulo de outro axónio apenas na secção terminal através das sinapses. Contudo, uma célula nervosa pode ser estimulada a entrar em acção em qualquer ponto ao longo do axónio por meios eléctricos, mecânicos, térmicos ou químicos.

Uma fibra nervosa ou axónio, ao longo da qual um impulso eléctrico se transmite, tem uma membrana contendo um fluido condutor no interior e outro no exterior. Em repouso, os corpos carregados que conseguem atravessar a membrana são iões de potássio, que abandonam axon para a sua vizinhança.¹⁴ Desta transferência resulta um excesso de carga negativa no interior do axon. Esta distribuição de carga origina uma diferença de potencial entre o interior do axónio e o exterior é de cerca -70 mV.¹⁵

Em repouso, as cargas eléctricas negativas (na superfície interior) e positivas (na superfície exterior) estão distribuídas uniformemente ao longo do axónio, estando o interior relativamente ao exterior a um potencial de -70 mV. Quando um estímulo eléctrico é aplicado a um axónio, a membrana torna-se temporariamente muito mais permeável a outros iões presentes nos fluidos, levando a uma alteração local na diferença de potencial. O estímulo eléctrico despolariza a membrana, e a diferença de potencial aumenta rapidamente para cerca de +30 mV. Esta perturbação - alteração da diferença de potencial - chamada potencial acção, propaga-se ao longo da membrana como um pulso com velocidade da ordem de 30 m/s. O pulso completo transmite-se a a outro ponto do axónio em pouco milisegundos, após o qual a membrana recupera e a diferença de potencial retorna ao valor inicial, num processo chamado despolarização (*descarga da membrana*), e a diferença de potencial primeiro atinge -90 mV, retornando de seguida ao seu valor inicial de -70 mV, e restaurando a permeabilidade da membrana aos valores de equilíbrio.

O estudo de determinados impulsos nervosos é um importante meio de diagnóstico em medicina. Os exemplos mais familiares são o electrocardiografia e electroencefalografia. Os electrocardiogramas são obtidos colocando eléctrodos no tronco do paciente, registando as diferentes diferenças de potencial, e permitem estudar a actividade do coração. Colocando eléctrodos no escalpe permite estudar os potenciais no cérebro, e os padrões obtidos podem ser bastante úteis no diagnóstico de desordens como epilepsia ou tumores cerebrais.

¹⁴Os iões potássio tem um papel essencial na condução nervosa. Um dieta saudável deve incluir alimentos ricos em potássio como bananas, tomates, espinafres e laranjas.

¹⁵Axónio é a parte do neurónio que leva os impulsos nervosos do corpo celular para outra célula nervosa ou para órgãos efectores. Os neurónios só têm um axónio.

4.2.8 Exercícios

1. Sabendo que uma célula típica do corpo humano tem uma área superficial de aproximadamente $5 \times 10^{-10} \text{ m}^2$, que a espessura da parede celular é 9 nm, e que a permitividade eléctrica do material que forma a parede é cerca de 10 vezes a permitividade eléctrica do vácuo, determine a capacidade eléctrica da parede da célula e a energia armazenada nas paredes da célula.

RESOLUÇÃO:

Numa primeira aproximação pode-se representar a parede celular como sendo equivalente a um condensador plano de placas paralelas. A capacidade neste caso obtém-se usando a expressão:

$$C = \epsilon \frac{S}{d} = 10\epsilon_0 \frac{5 \times 10^{-10} \text{ m}^2}{9 \times 10^{-9} \text{ m}} = 4,9 \text{ pF}, \quad (4.19)$$

A energia armazenada nas paredes da célula é dada por:

$$E_p = \frac{1}{2} QV = \frac{1}{2} CV^2 = 1,2 \times 10^{-14} \text{ J}. \quad (4.20)$$

4.3 Corrente eléctrica

Define-se corrente eléctrica como o movimento ordenado de cargas eléctricas. Ao sentido de arrastamento dos electrões num material é usual chamar-se sentido real ou sentido electrónico da corrente (sentido em que fluem os portadores de carga negativa). Por convenção, o sentido da corrente eléctrica é contrário ao sentido electrónico, ou seja do polo positivo para o polo negativo. Este sentido (convencional) foi utilizado pela primeira vez por Ampère, que desconhecia a natureza corpuscular da corrente eléctrica.

4.3.1 Intensidade de corrente eléctrica

Define-se intensidade de corrente eléctrica, através de uma secção de um condutor, como a taxa de variação temporal do fluxo de carga eléctrica nessa secção:

$$I = \frac{dQ}{dt}. \quad (4.21)$$

A unidade SI de intensidade de corrente é o ampere, A: 1 A é a intensidade de corrente eléctrica quando o número de portadores de carga correspondentes à carga de 1 C, atravessa, por segundo, uma dada secção de um condutor.

Uma corrente eléctrica diz-se corrente directa ou corrente contínua (dc, “direct current”) quando corresponde a um fluxo de carga eléctrica que têm sempre o mesmo sentido; o termo alternativo corrente contínua (cc), pode dar origem a alguma confusão, já que as grandezas que caracterizam a corrente eléctrica são, do ponto de vista físico, grandezas contínuas. Contudo,

quando aplicada aqui, a designação contínua significa que não varia no tempo. Uma corrente eléctrica diz-se corrente alternada (ac, “alternating current”) quando o sentido de deslocamento dos portadores de carga varia no tempo.

Como se referiu na secção anterior, a diferença de potencial (ddp) (ou tensão eléctrica) define-se com a energia potencial eléctrica por unidade de carga eléctrica: $V = E_p/Q$. Uma vez que a energia potencial é, sempre definida a menos de uma constante, o valor da tensão ou diferença de potencial refere-se sempre a uma diferença relativamente a um ponto de referência, i.e., dizer que a tensão num ponto é 1 volt (1 V), corresponde a dizer que o valor da tensão nesse ponto, quando comparado com o do ponto de referência, é superior ao valor da tensão no ponto de referência em 1 V, ou seja, que a diferença de potencial entre os dois pontos é de 1 V. 1 V corresponde, portanto, à ddp/tensão entre dois pontos quando para se mover a carga de 1 coulomb (1 C) de um ponto ao outro é necessário realizar o trabalho de 1 joule (1 J).

Um circuito eléctrico é um conjunto de condutores (incluindo resistências, condensadores, bobinas, geradores, receptores, etc.) onde há pelo menos um percurso fechado para fluxo de carga. A corrente eléctrica (fluxo de carga por unidade de tempo) num circuito eléctrico tem, por convenção, o sentido dos potenciais decrescentes, i.e., o sentido das cargas positivas ou na ausência destas o sentido contrário ao das cargas negativas. Assim e, em geral, o sentido da corrente normalmente indicado corresponde ao sentido convencional (que é contrário ao dos electrões).

Em electricidade e electrónica designa-se por fonte de corrente ou tensão um circuito de dois terminais susceptível de fornecer energia eléctrica ao(s) circuito(s) que a ele se liga(m) (muitas vezes referidos como carga(s), do inglês “load(s)”). Uma fonte de tensão ideal mantém aos seus terminais uma dada tensão, independentemente da corrente que a atravessa. Uma fonte de corrente ideal fornece uma dada intensidade de corrente, independentemente da tensão aos seus terminais. Ambas podem ser fontes independentes ou dependentes. As primeiras têm características independentes dos valores de tensão e de corrente em quaisquer pontos do circuito a que estejam ligadas; nas segundas as características são controladas pelo valor da corrente ou da tensão algures no circuito de que fazem parte. As fontes de tensão dc usadas no laboratório convertem a tensão alternada da rede de distribuição em tensão contínua.

Um gerador eléctrico é máquina que converte energia mecânica em energia eléctrica. Um alternador é um gerador síncrono de corrente eléctrica alternada.¹⁶ Um inversor eléctrico é dispositivo que converte uma tensão contínua em tensão alternada;

¹⁶Síncrono (electr.): diz-se dos motores de corrente alternada cuja velocidade é constante para determinado período da corrente, e que só podem continuar em movimento quando já tiverem atingido a velocidade característica.

4.3.2 Lei de Ohm

A intensidade de corrente num condutor depende do campo eléctrico, \vec{E} , das propriedades do material de que é feito o condutor e da sua forma. Em geral esta dependência no campo eléctrico e nas propriedades do material é caracterizada pela grandeza condutividade eléctrica.

Para alguns materiais, especialmente para os metais, a uma dada temperatura, a corrente é praticamente directamente proporcional à magnitude do campo eléctrico. Esta regra é conhecida como “lei” de Ohm (descoberta em 1826 por George Ohm). O termo lei está entre aspas, porque na verdade, e como acontece com a equação dos gases ideais e a lei de Hooke, por exemplo, esta regra corresponde a um modelo idealizado que apenas descreve o comportamento de alguns materiais.

Num elemento condutor puramente resistivo a tensão V aos terminais desse elemento e a corrente eléctrica I que percorre esse elemento, a uma dada temperatura T , são proporcionais:

$$V = R \cdot I. \quad (4.22)$$

Esta relação traduz matematicamente a **lei de Ohm**. A constante de proporcionalidade R é a resistência do elemento. A resistência eléctrica de um elemento corresponde à oposição ao fluxo de cargas eléctricas do material que compõe o elemento. A unidade SI de resistência eléctrica é o ohm, símbolo Ω . (O inverso da resistência é a condutância σ . A unidade SI de condutância é o siemens, símbolo S): 1 Ω é a resistência eléctrica de um condutor quando uma tensão de 1 V aplicada às extremidades do condutor, origina uma corrente eléctrica de intensidade 1 A.

4.3.3 Resistência eléctrica e resistividade

Em termos microscópicos a lei de Ohm toma a forma $J = \sigma E$, onde J representa a densidade de corrente (corrente por unidade de área), E a magnitude do campo eléctrico, e σ a condutividade do material.

A condutividade eléctrica de um material σ caracteriza a facilidade com que se estabelece o fluxo de carga eléctrica nesse material. A resistividade eléctrica ϱ corresponde ao inverso da condutividade. Quanto maior a resistividade de um material maior será a magnitude do campo eléctrico necessário para causar uma dada densidade de corrente. Em geral, a resistividade varia com a temperatura. Com o aumento da temperatura, a resistividade dos metais aumenta e a dos semicondutores diminui.

A resistência R de um fio condutor depende da resistividade ϱ do material, do comprimento L , da área S da secção recta do fio, e da temperatura T . Assumindo T constante, R é dada por:

$$R = \varrho \frac{L}{S}. \quad (4.23)$$

Uma pessoa com resistência eléctrica de uma pessoa entre as suas mãos é da ordem de 10 k Ω . Com as mãos molhadas em água salgada a resistência diminui para cerca de 1000 Ω .

Como é conhecido, a energia representa a capacidade de realizar trabalho. Como acontece com as partículas materiais na presença de um campo gravítico, os portadores de carga na presença de um campo eléctrico têm tendência a deslocarem-se para as regiões de menor energia potencial eléctrica. Quando se movem no interior de meios condutores (bons condutores, resistências, etc.) perdem energia à medida que avançam, em consequência de colisões com os cernes ou os núcleos dos átomos. Há, portanto, uma diminuição de potencial ou uma queda de tensão no seu deslocamento.

Os portadores de carga livres no seu movimento sofrem colisões com os átomos dos materiais, dissipando energia na forma de energia térmica, de que resulta o aumento de temperatura dos componentes e condutores. O aumento de temperatura traduz-se num fluxo de energia térmica do componente/conductor para a sua vizinhança: efeito de Joule. É possível, também, que parte da energia eléctrica seja convertida noutras formas de energia, por exemplo energia luminosa.

A energia dissipada por unidade de tempo, potência dissipada, no condutor percorrido por uma corrente eléctrica I e aos terminais do qual existe uma diferença de potencial ou queda de tensão V é dada pela expressão:

$$P = V \cdot I, \quad (4.24)$$

que no caso de um elemento resistivo toma a forma:

$$P = R \cdot I^2. \quad (4.25)$$

Cada condutor tem uma capacidade limitada para a quantidade de energia térmica que pode dissipar. Se esse limite for ultrapassado, o condutor queima. é o que acontece com os fusíveis dos equipamentos ou instalações eléctricas.¹⁷

4.4 Aplicações: efeitos da corrente eléctrica no corpo humano

A natureza eléctrica dos impulsos nervosos explica porque é que o corpo é sensível a correntes eléctricas externas. A propagação no corpo de correntes inferiores a 100 mA podem ser fatais porque interferem com processos nervosos essenciais como por exemplo, os que ocorrem no coração. Correntes da ordem de 10 mA através de uma perna ou braço provoca fortes contracções musculares e dor considerável; se quando uma pessoa agarra um condutor a correntes

¹⁷Fusível adj. 2 gén. que se pode fundir ou derreter; fundível; fúsil; s. m. pl. (electr.) fios metálicos aplicados num circuito eléctrico, para interromper esse circuito (por fusão do fio) quando a intensidade da corrente ultrapassa certo limite (Do lat. *fusibile-, «id.», de fusu-, «fundido»).

que percorre o corpo é 20 mA, a pessoa tem dificuldade em largar o condutor. Se correntes desta ordem passarem pelo peito podem causar fibrilação ventricular, uma súbita contracção muscular desorganizada do músculo cardíaco, fazendo com que o coração bombeie muito pouco sangue. Surpreendentemente, correntes superiores a 100 mA são menos capazes de causar fibrilação porque o músculo é "clamped" numa posição. Nesta situação, o coração para de bater e é, muitas vezes, capaz de reiniciar o batimento normal quando a corrente é cessa. Os desfibriladores eléctricos usados normalmente nas emergências eléctricas induzem um pulso de corrente significativo para parar o coração (e a fibrilação) para dar ao coração a possibilidade de reiniciar o seu ritmo normal.

Os fluidos do corpo humano em geral são bastante bons condutores porque possuem substanciais concentrações de iões. Por comparação, a resistência da pele é bastante superior, variando desde 500 k Ω (pele muito seca) a cerca de 1000 Ω para pele molhada, dependendo também da área de contacto. Se $R = 1000 \Omega$, a corrente de 100 mA, requer uma diferença de potencial $V = RI = 100 \text{ V}$. Se não fosse a resistência da pele, mesmo uma bateria comum de 1,5 V poderia produzir um choque eléctrico hazardous.

Em resumo, uma corrente eléctrica pode induzir três tipos de hazards:

- interferência com o sistema nervoso,
- lesão provocada por acções compulsivas dos músculos,
- queimaduras devido ao efeito de Joule, $E_d = RI^2\Delta t$.

Mesmo tensões da ordem de 10 V podem ser perigosas. Assim, deve-se ser sempre cuidadoso quando se manuseiam equipamentos eléctricos.

Por outro lado, correntes alternadas com frequências da ordem de 10^6 Hz não interferem apreciavelmente com os processos nervosos e pode mesmo ser usada com fins terapêuticos por exemplo no tratamento por aquecimento de condições de arterite, sinusite ou outras desordens. Se um dos eléctrodos for muito pequeno, a concentração de energia térmica pode ser usado para a destruição local de tecidos como tumores ou para cortar tecidos em certos procedimentos cirúrgicos.

4.5 Exercícios

1. Uma pessoa com resistência eléctrica entre as suas mãos da ordem de 10 k Ω agarra acidentalmente os terminais de uma fonte de tensão de 14 kV. a) Se a resistência interna da fonte for 2000 Ω , qual é a corrente que percorre o corpo da pessoa? (1,2 A ??) b) Qual é a potência dissipada no corpo da pessoa? ($1,4 \times 10^4$ W ??) c) Se se aumentar a resistência interna da fonte de forma a tornar a fonte segura, qual deve ser o valor da resistência interna da fonte para que

a corrente máxima através de um corpo humano seja igual ou inferior a 1 mA? ($1,4 \times 10^7 \Omega$??)

2. A resistividade média de um corpo humano (aparte da resistência da superfície da pele) é cerca de $5 \Omega\text{m}$. O caminho condutor entre as duas mãos podem ser representados aproximadamente como um cilindro com 1,6 m de comprimento e de diâmetro 0,10 m. A resistência da pele pode tornar-se desprezável molhando as mãos em água salgada. Qual é a resistência entre as mãos, se a resistência da pele for desprezada? Qual a diferença de potencial entre as mãos que pode originar um choque letal com corrente de 100 mA? Considerando a corrente de 100 mA, qual a potência dissipada no corpo?

Este resultado mostra que uma pequena diferença de potencial produz uma corrente perigosa quando a resistência da pele é substancialmente reduzida.

4.6 Bibliografia

[1] Manual de Física, 11º ano de escolaridade, (Campo Eléctrico e Corrente Eléctrica), Luís Silva e Jorge Valadares, Didáctica Editora, 1983.

[2] *General Physics with Bioscience Essays*, J. B. Marion and W. F. Hornyak, John Wiley & Sons, NY, 1985.

[3] *Notas Manuscritas de Biofísica*, Paulo Seara de Sá, 2005.

[4] *Advanced Physics*, S. Adams e J. Allday, Oxford Press, 2000.

[5] *Manual de Física, Campos e Ondas - 12º ano de escolaridade*, Luís Silva e Jorge Valadares, Didáctica Editora, 1985.

[6] *Enciclopédia Médica da Família*, Livraria Civilização Editora, 2001.

[7] *Dicionário de Língua Portuguesa*, Porto Editora, 1999.

Formulário de Biofísica

$$\vec{a} = \text{const}^{\vec{t}e}$$

$$x(t) = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$$

$$v(t) = v_0 + a t$$

$$v^2 = v_0^2 + 2a\Delta s$$

$$\vec{M}_0(\vec{F}) = \vec{r} \times \vec{F}$$

$$M_0(F) = r F \sin \theta$$

$$\vec{L}_0 = \vec{r} \times \vec{p}$$

$$L_0 = r p \sin \theta$$

$$W(F) = \vec{F} \cdot \Delta \vec{r}$$

$$W(F) = F \Delta r \cos \theta$$

$$E_c = \frac{1}{2} m v^2$$

$$E_p = mgh$$

$$P = \frac{F}{S}$$

$$\rho = \frac{m}{V}$$

$$P = P_0 + \rho gh$$

$$I = \rho_f g V_{fd}$$

$$Q = vS$$

$$P + \frac{1}{2} \rho v^2 + \rho gh = \text{const}^{\vec{t}e}$$

$$v = \frac{1}{4\eta} \frac{P_A - P_B}{L} (R^2 - r^2)$$

$$\langle v \rangle = \frac{1}{8\eta} \frac{P_A - P_B}{L} R^2$$

$$I = \frac{\Delta Q}{\Delta t}$$

$$V = IR$$

$$P = VI$$

$$R = \rho \frac{L}{S}$$

$$1 \text{ atm} = 760 \text{ torr} = 1,013 \times 10^5 \text{ Pa}; e = 1,6 \times 10^{-19} \text{ C}; g = 9,8 \text{ m/s}^2;$$