

# FÍSICA NUCLEAR

*F. Bragança Gil*

N.º 9



EDIÇÃO DA ASSOCIAÇÃO DE ESTUDANTES DA FAC. DE CIÊNCIAS DE LISBOA  
L I S B O A

1981

# FÍSICA NUCLEAR

CURSO PROFESSADO NA FACULDADE DE CIÊNCIAS

DA UNIVERSIDADE DE LISBOA

POR

F. Bragança Gil



# CAPÍTULO I

## INTRODUÇÃO HISTÓRICA À FÍSICA NUCLEAR

A Física Nuclear nasceu em 1896, de uma forma bastante obscura, quando Antoine Henri BECQUEREL descobriu o fenômeno da radioatividade natural. Na realidade, o estudo deste fenômeno veio abrir perspectivas no conhecimento da estrutura íntima da matéria, que estavam longe de ser imaginadas na época em que foi observado pela primeira vez.

Os anos finais do século XIX foram férteis em descobertas que abriram o caminho para o que habitualmente se designa por física moderna. Devem aqui destacar-se, em particular, três descobertas capitais:

- Raios X, por Röntgen, em 1895;
- Radioatividade, por Becquerel, em 1896;
- Natureza corpuscular dos raios catódicos, por J.J. Thomson, em 1897.

Um pouco mais tarde, já neste século, Max Planck conseguiu explicar a distribuição espectral da radiação do corpo negro - incompreensível no quadro teórico da Termodinâmica e Electromagnetismo clássicos - ao introduzir o conceito inteiramente novo e "revolucionário" dos quanta de energia. Estava assim aberto o caminho à teoria dos quanta que permitiu explicar fenômenos então recém-descobertos, como o efeito fotoelétrico, o efeito Compton e as regularidades observadas nas frequências das riscas espectrais emitidas pelo átomo de hidrogênio e que tinham dado origem à fórmula empírica de Balmer. Posteriormente, Louis de Broglie e Erwin Schrodinger, por um lado, e Werner Heisenberg, por outro, lançaram as bases da Mecânica Quântica, que passou a constituir o enquadramento teórico que tem permitido abordar o estudo da natureza à escala da microfísica.

A descoberta da radioactividade foi uma consequência directa da descoberta dos raios X. Como se sabe, estes foram observados, pela primeira vez, por Röntgen, quando estudava os raios catódicos, descobertos recentemente. Este investigador observou, a par dos raios X, uma forte luminiscência produzida no vidro do tubo dos raios catódicos. Pôs-se, assim, o problema de saber se essa luminiscência, ou fluorescência, estaria necessariamente associada à produção de raios X. Esta hipótese - que hoje sabemos não ser correcta - conduziu, contudo, a um intenso trabalho de investigação sobre as matérias fluorescentes naturais, com o fim de verificar se a sua fluorescência estaria acompanhada da emissão de raios X. Um dos físicos que se encontrava melhor preparado para um tal trabalho de pesquisa sistemática era o francês A. H. Becquerel, físico do Museu de História Natural de Paris, que, desde anos atrás, se dedicava ao estudo da fluorescência provocada em certos minerais pela luz visível, utilizando a notável colecção desses minerais existente no Museu.

Tendo conhecimento dos trabalhos de Röntgen procurou verificar se a fluorescência de um desses minerais - o sulfato duplo de urânio e potássio - seria acompanhada pela emissão dos misteriosos raios descobertos por Röntgen. E, na realidade, as "aparências" levavam a concluir que tal hipótese era correcta. Na realidade, Becquerel colocou uma fina lâmina daquele mineral sobre uma placa fotográfica envolvida em papel preto, impermeável à luz visível, e expôs o conjunto à luz do sol durante algumas horas.

Revelando a placa, observou que esta se encontrava impressionada com a silhueta do mineral. A experiência foi repetida e modificada de modo a poder concluir-se que a impressão da chapa fotográfica era realmente devida a radiação penetrante, análoga aos raios X, emitida pelo material, e não a qualquer efeito secundário, como por exemplo, um ataque químico de vapores libertados pelo aquecimento provocado pela radiação solar. Todas as experiências efectuadas pareciam conduzir à mesma conclusão: a fluorescência induzida no sulfato duplo de urânio e potássio pela luz solar seria acompanhada de uma emissão de radiações invisíveis penetrantes, análogas aos raios X. Apesar dessa "evidência", Becquerel, como verdadeiro investigador, continuou o seu trabalho procurando a possibilidade de uma contra-prova. Isso surgiu-lhe num dia em que, ao pretender expôr ao Sol o seu dispositivo constituído pela lâmina do mineral e a chapa fotográfica envolvida em papel preto, o céu de Paris encontrava-se nublado. Adiou então a exposição até que o Sol surgisse de novo, guardando o seu dispositi



vo, pronto para ser utilizado de novo. Dias depois, as condições atmosféricas permitiram a continuação da experiência. Mas Becquerel já não utilizou a chapa que tinha guardado, na obscuridade de uma gaveta, em contacto com a lâmina de mineral fluorescente. Pensou que, ao revelá-la, a chapa só deveria apresentar uma fraca impressão daquele, uma vez que a exposição tinha sido feita apenas à luz difusa do sol encoberto. Após a revelação da chapa fotográfica observou, com espanto, justamente o contrário: a silhueta do mineral encontrava-se marcada com grande intensidade. Caía, assim, por terra, a hipótese de que os misteriosos raios penetrantes, semelhantes aos raios X, estivessem relacionados com a fluorescência do mineral. Verificava-se, com efeito, que essas radiações provinham do próprio mineral, independentemente da sua exposição à luz solar.

Na sua comunicação à Academia das Ciências de Paris, referiu-se a elas designando-as por "radiations actives" antecipando o termo radioactividade usado pela primeira vez, um pouco mais tarde, por Marie Curie.

Procurando aprofundar a sua descoberta, Becquerel pôde verificar que não é apenas o sulfato duplo de urânio e potássio que emite as tais "radiações activas", mas todos os compostos de urânio, bem como o próprio urânio metálico, sendo este mais activo que os seus compostos. Becquerel mostrou, assim, que essa emissão estava ligada ao próprio átomo de urânio.

Além das descobertas do fenómeno da radioactividade, Becquerel mostrou ainda que as radiações penetrantes emitidas pelo urânio provocam a descarga de um corpo electricamente carregado, tendo utilizado este facto para comparar as intensidades da radioactividade contida nas diversas substâncias que apresentavam o fenómeno. Com esse fim, serviu-se de um electrômetro; trata-se de um instrumento que permite detectar e medir uma diferença de potencial ou uma carga eléctrica (ou, indirectamente, uma corrente) por meio de forças mecânicas que se exercem entre corpos electricamente carregados. Um dos tipos deste instrumento, é o electrômetro de quadrantes, que consiste numa caixa oca cilíndrica dividida em quatro quadrantes ligeiramente separados e assentes em suportes isolantes. Uma fina lâmina, com a forma de dois sectores circulares opostos, encontra-se suspensa por um fio condutor, podendo rodar livremente no espaço interior dos quadrantes, mantendo-se isolada destes; os quadrantes opostos encontram-se ligados entre si, mantendo-se cada par isolado do outro. Designando por  $V_1$  a tensão aplicada a um dos pares de quadrantes,  $V_2$  a tensão aplicada a outro par de quadrantes e  $V_3$  a tensão aplicada à lâmina móvel, mostra-se que o ângulo de torsão,  $\theta$ , que esta sofre, é dado por:

$$\theta = K \cdot (V_2 - V_1) \cdot \left[ V_3 - \frac{1}{2} (V_2 + V_1) \right]$$

em que  $K$  é uma constante dependente das características do instrumento. A determinação do ângulo  $\theta$  permite medir uma das tensões, conhecidas as restantes.

Foi um electrómetro deste tipo que Becquerel utilizou nas suas medições de radioactividade.

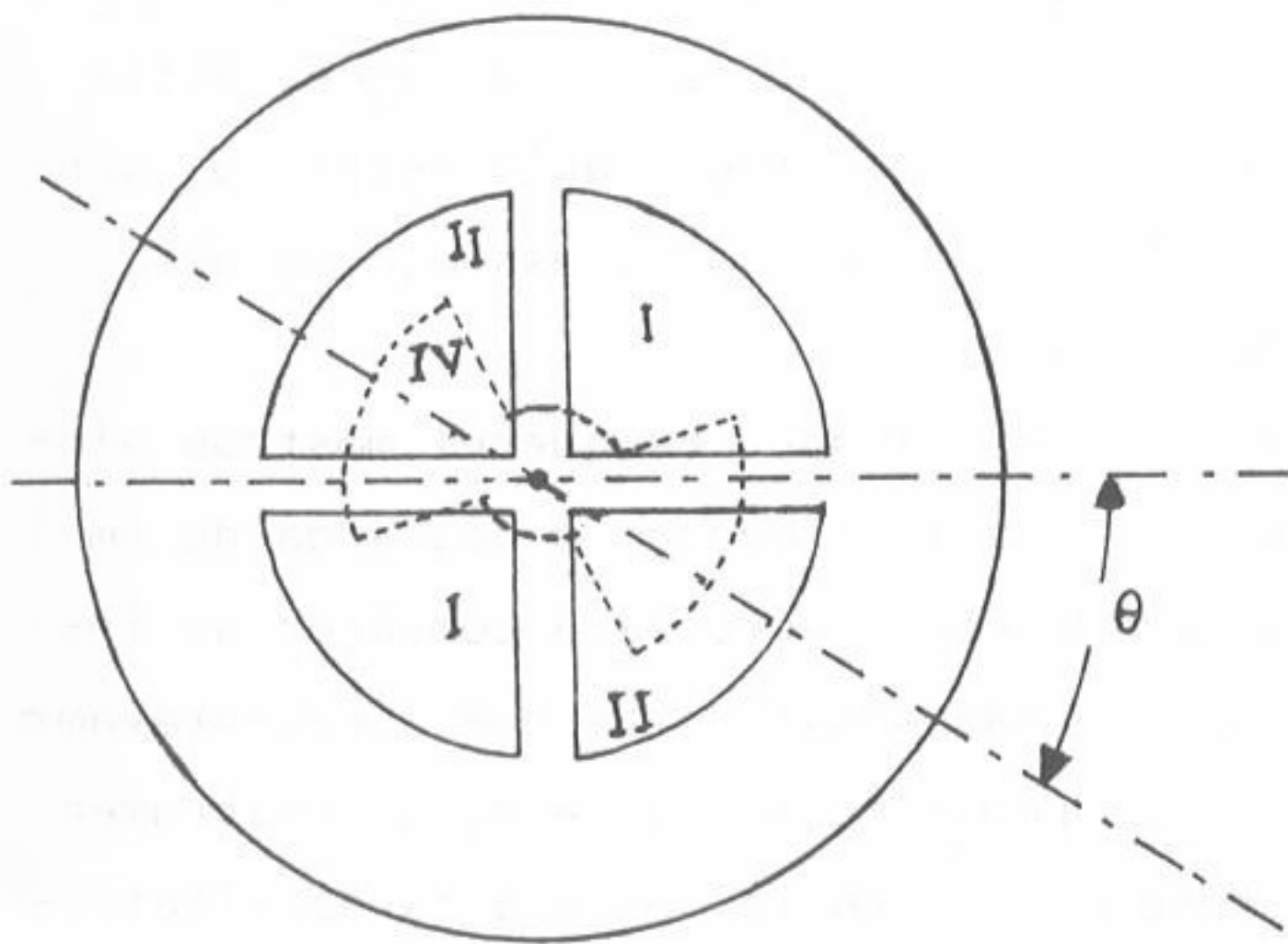
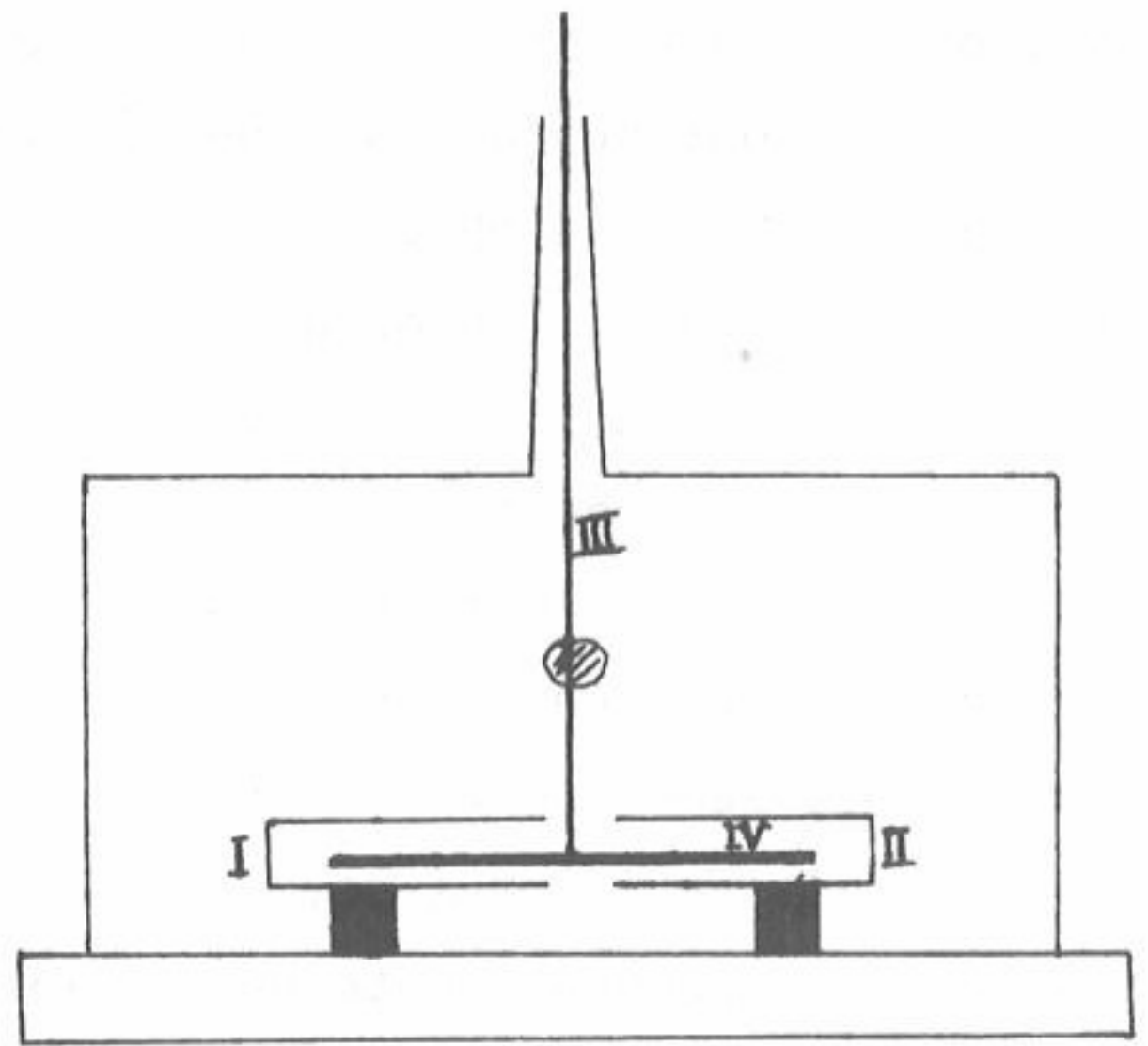


Fig. 1 : Esquema de um electrómetro de quadrantes:

- I e II- pares de quadrantes
- III- fio de suspensão
- IV - lâmina móvel
- $\theta$  - ângulo de torsão

Dois anos depois da descoberta deste fenómeno, Maria Sklodowska Curie, física polaca casada com o físico francês Pierre Curie, tomou como tema de trabalho de investigação o seguinte problema: haverá outros elementos radioactivos além do urânio? Para responder a esta pergunta, Marie Curie examinou pacientemente um grande número de materiais, usando o método de medida baseado no emprego do electrómetro que, entretanto, aperfeiçou, em colaboração com Pierre Curie. O principal melhoramento introduzido consistiu na utilização do fenómeno de piezoelectricidade para aumentar a sensibilidade do seu instrumento de medida. Este fenómeno, descoberto em 1880 pelos irmãos Pierre e Paul-Jacques Curie, con-



siste no seguinte facto: comprimindo determinados cristais ao longo de certas direcções, surgem cargas eléctricas de sinal contrário em extremos opostos do cristal; inversamente, o cristal piezoelétrico fica sujeito a uma tensão mecânica quando um campo eléctrico lhe é aplicado. Entre os materiais piezoelétricos contam-se o quartzo, a turmalina, o topázio, o clorato de sódio.

O dispositivo experimental usado por Marie Curie nas suas medições de intensidade de uma emissão radioactiva consistia essencialmente do seguinte, Fig. 2 :

- Um electrómetro de quadrantes (E);
- Um condensador de pratos paralelos (A e B);
- Um cristal piezoelétrico (P), que podia ser submetido a uma força mecânica, fornecida pelo peso de massas marcadas (M) suspensas do cristal.

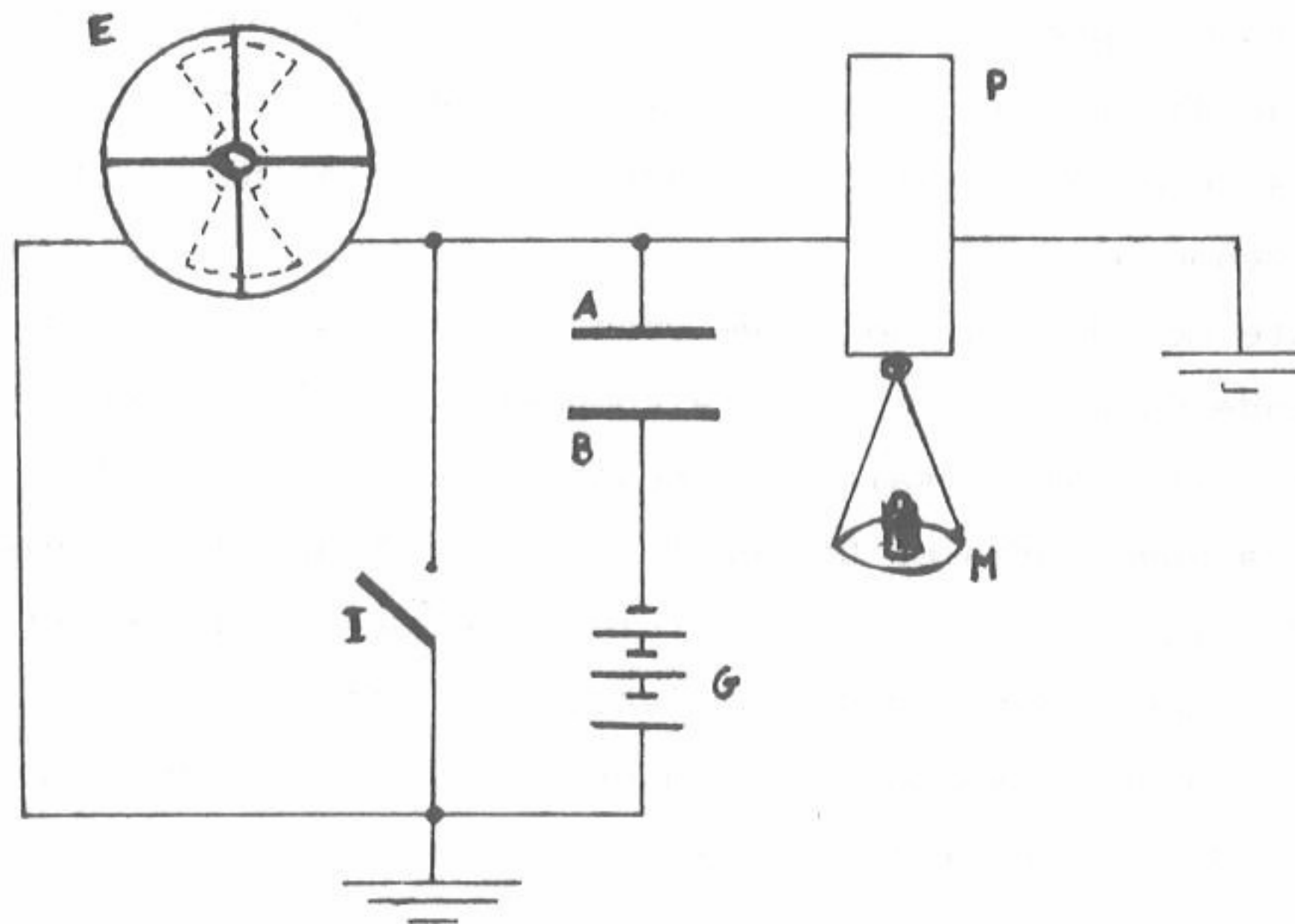


Fig. 2 - Esquema do dispositivo experimental usado por Maria Curie nas suas determinações de radioactividade.

O material cuja radioactividade se pretendia avaliar era disposto, em camada fina, no prato inferior do condensador (B) ; o outro prato desse condensador (A) encontrava-se ligado a um par de quadrantes do electrómetro e a um dos eléctrodos do cristal piezoeléctrico. Sob a influência das radiações emitidas pelo material radioactivo provocava-se a ionização do ar entre os pratos do condensador, tornando-o condutor, permitindo a passagem da corrente eléctrica, obtida a partir do gerador (G) .

Nestas condições, um dos pares de quadrantes do electrómetro é electricamente carregado, o que faz com que a lâmina se mova. Como aquela corrente é muito fraca - da ordem de grandeza de  $10^{-11}$  A - aumentou-se a sensibilidade do instrumento, procurando compensar a carga resultante por meio de uma corrente eléctrica desenvolvida no cristal piezoeléctrico, submetendo-o a uma força conveniente, fornecida por massas marcadas (M) suspensas do cristal. Obrigava-se, assim, a lâmina do electrómetro a regressar à sua posição inicial. Finalmente o interruptor (I) permitia descarregar o sistema antes de cada medição. Nestas condições, o método empregado permitia medir indirectamente a corrente eléctrica que, por acção das radiações, atravessava o condensador, através das massas marcadas que era necessário adicionar para levar a lâmina do electrómetro à sua posição de repouso.

Usando este método, que hoje tem apenas interesse histórico, Maria Curie examinou um grande número de minerais e compostos químicos, tendo concluído que, de todos os materiais ensaiados, apenas o tório era radioactivo numa mesma ordem de grandeza que o urânio. Conseguiu ainda mostrar que a radioactividade dos compostos de urânio e tório é proporcional à quantidade desses elementos presentes, sendo independente das propriedades físico-químicas desses compostos. Confirmou, assim, as observações de Becquerel, deduzindo que a radioactividade seria uma propriedade essencialmente atómica.

Nas suas longas e extremamente pacientes observações, Maria Curie pôde ainda observar que certos minerais, como a pitchblenda, a torbernite, a autonite, a carnotite, apresentam uma radioactividade superior à do próprio urânio. Isto fez com que Maria Curie suspeitasse da existência de elementos desconhecidos que tivessem uma radioactividade muito superior às do urânio e tório. Para ensaiar a sua hipótese, preparou amostras de fosfato duplo de cobre e urânio, justamente a composição química conhecida de um daqueles minerais, a torbernite. Maria Curie verificou que esta "torbernite artificial" apresentava uma



radioactividade normal, em acordo com a sua composição. Tratava-se, então, de procurar conseguir o isolamento do ou dos elementos, até então desconhecidos, a que se deveria a elevada radioactividade de alguns minerais. Foi esta tarefa a que, a partir de então, se entregaram Pierre e Maria Curie.

Depois de análises físico-químicas, extremamente árduas, foi-lhes possível identificar dois novos elementos radioactivos: ao primeiro, quimicamente semelhante ao Bismuto, deram o nome de Polônio, em homenagem ao país natal de Maria Curie; o segundo, quimicamente semelhante ao Bário, recebeu o nome de Rádio.

Se a Becquerel e ao casal Curie se deve a descoberta da radioactividade e a identificação do Polônio e do Rádio - pelo que lhes foi atribuído o prêmio Nobel em 1903 - as descobertas mais importantes, imediatamente posteriores, para o conhecimento profundo da radioactividade ficou a dever-se, sobretudo, à equipa de cientistas dirigida por Ernest Rutherford.

Por volta de 1904 já se conheciam vinte elementos radioactivos, muitos deles descobertos por Rutherford e colaboradores. Foi igualmente Rutherford que mostrou a existência de dois tipos de radiações corpusculares na emissão do urânio: aquelas que designou por raios alfa, que são absorvidas por uma simples folha de papel ou por alguns centímetros de ar, e os raios beta, que podem atravessar alguns milímetros de alumínio. Uma terceira radiação de natureza electromagnética e muito mais penetrante designada por raios gama, foi identificada por P. Villard.

Já desde 1899 que diversos investigadores, entre os quais Becquerel, tinham verificado que os raios beta podem ser deflectidos num campo magnético, da mesma forma como os raios catódicos.

Becquerel mostrou ainda que a energia dos raios beta varia de uma forma contínua, desde zero até um valor máximo, variável conforme o elemento radioactivo que os emite. Trabalhos experimentais de diversos investigadores vieram a mostrar que os raios beta são constituídos por electrões.

Os raios alfa foram identificados por Rutherford, como sendo constituídos por núcleos de átomos de hélio. Note-se que, por essa altura, ainda não havia evidência experimental para a existência do núcleo atómico, que só foi estabelecida, ainda por Rutherford, em 1911, a partir dos trabalhos experimentais de dois dos seus colaboradores, Geiger e Mardsen. Assim, ao relatar as suas conclusões sobre a natureza dos raios alfa, Rutherford escreveu:

"Podemos concluir que uma partícula alfa é um átomo de hélio ou, para ser mais preciso, a partícula alfa, após ter perdido a sua carga positiva, é um átomo de hélio."

Acabamos de descrever, a traços muito largos, as primeiras descobertas - nos últimos anos do século XIX e nos primeiros do nosso século - no domínio da Radioactividade, fenómeno que está na base da identificação do núcleo atómico e que levou à constituição de todo um novo capítulo da Física, a Física Nuclear, uma ciência ainda em plena evolução, não apenas nas suas aplicações mas, igualmente, como uma das ciências fundamentais da natureza que procura tornar compreensível a estrutura íntima da matéria.

—————//—————



# CAPÍTULO II

## PROPRIEDADES GLOBAIS DO NÚCLEO

### 1 . INTRODUÇÃO

O conceito do átomo como partícula indivisível foi introduzido na Filosofia, por Demócrito, na Grécia Clássica e só no século XVIII ele foi utilizado, por Dalton, na descrição dos processos químicos. Nos finais do século XIX e início do actual, acumularam-se factos experimentais que indicavam ser o átomo constituído por partículas menores. Surgiu, assim, o modelo atómico de Thomson - em que o átomo era considerado como uma esfera carregada positivamente na qual se encontravam mergulhados electrões - e, mais tarde ( em 1911 ) o modelo atómico de Rutherford. Neste último, como se sabe, admite-se que o átomo é constituído por uma nuvem electrónica de carga negativa, girando em torno de um núcleo de carga positiva, de valor absoluto igual à do conjunto dos electrões; o núcleo, embora contendo a quase totalidade da massa do átomo, ocupa um volume extraordinariamente reduzido: o raio médio da nuvem electrónica é da ordem de grandeza de  $10^{-10}$  m enquanto o raio médio do núcleo é da ordem de  $10^{-15}$  m .

O modelo de Rutherford encontra-se muito mais próximo da realidade, como foi mostrado pelas experiências dos seus colaboradores Geiger e Marsden.

A questão que logicamente se segue é então:

São os núcleos dos átomos estruturas simples? A existência do fenómeno da Radioactividade é, como vimos, a primeira resposta negativa a esta pergunta. Uma outra resposta foi dada por Rutherford ao realizar, em 1919, aquilo que pode ser considerado como a primeira reacção nuclear: bombardeando núcleos atómicos com partículas alfa de energia suficiente, verificou que eles emitem protões (núcleos de átomos de hidrogénio). Foi assim concebido um primeiro modelo para o núcleo em que se supunha este constituído por protões e electrões; assim se explicava a diferença existente entre o número de massa do núcleo

QUADRO 11-1INTERACÇÕES

- 1) Interacções fortes: são as que se processam entre nucleões e outras partículas pesadas (mesões e hiperões) que, por este facto, têm a designação geral de Hadrões.
- 2) Interacções electromagnéticas: são as existentes entre o campo electromagnético e as partículas carregadas.
- 3) Interacções fracas: são as características de um processo do tipo da desintegração beta. As partículas que apresentam interacções fracas, quer entre si quer com os hadrões, designam-se por Leptões.
- 4) Interacções gravíticas: são as que executam entre massas sendo, de longe, as de mais fraca intensidade.

(igual ao seu número de protões) e o número atómico, que seria dado pela diferença entre os números de protões e de electrões presentes no núcleo. No entanto, a Mecânica Quântica veio mostrar, como estudaremos mais adiante, que não é possível admitir a existência permanente de electrões no interior do núcleo. A dificuldade pôde ser ultrapassada quando foi descoberta, por Chadwick, uma partícula neutra de massa ligeiramente superior à do protão, a qual foi designada por neutrão.



Um núcleo é, assim, definido como um conjunto de prótons e neutrões confinados numa muito pequena fracção do volume ocupado por um átomo. Prótons e neutrões são hoje considerados como dois estados de carga diferentes de uma mesma partícula - o nucleão.

Como os prótons se repelem, por serem electricamente carregados, foi necessário admitir a existência de uma força atractiva de muito maior intensidade do que a interacção electromagnética. Esta força designa-se por interacção forte ou força nuclear e manifesta-se entre quaisquer nucleões mas não entre estes e o electrão. Os diferentes tipos de interacção hoje conhecidos encontram-se no quadro 11-1.

Serão, por sua vez, os nucleões, estruturas compostas? Ainda não há respostas decisivas a esta pergunta mas certas experiências, realizadas a energias muito elevadas, parecem mostrar a validade de teorias que postulam a existência de quarks, dos quais os nucleões se comporiam.

Note-se que o conceito de partícula elementar está directamente relacionado com o domínio de energia em que se localiza um determinado problema. Assim, é lícito tratar qualquer partícula como elementar, desde que se estejam estudando processos provocados por quantidades de energia insuficientes para a decompor. Por exemplo, os átomos podem ser considerados como elementares quando se consideram processos que envolvem energias da ordem do electrão-volt, como é o caso do domínio de estudo da Física Molecular; os núcleos poderão ser considerados como elementares nos domínios de estudo da Física Atómica e da Química, em que se estudam fenómenos que se passam no cortejo electrónico do átomo; os nucleões, por sua vez, podem ser considerados como partículas elementares se os processos físicos envolvidos estão relacionados com energias que não revelem neles modificações de estrutura: é este o domínio da Física Nuclear. Acima dessas energias, entra-se num domínio, inicialmente incluído na Física Nuclear mas que hoje é habitualmente considerado como independente desta: a Física de Altas Energias ou Física das Partículas Elementares.

## 2. - PARTÍCULAS ELEMENTARES E LEIS DE CONSERVAÇÃO

As leis de conservação desempenham um papel fundamental em Física. Diz-se que um sistema físico apresenta uma simetria quando existe um conjunto de transformações que não alteram a situação física que se está descrevendo; o sistema é, então, dito invariante em relação a essas transformações. Um resultado fundamental foi o de reconhecer que a cada simetria de um sistema físico corresponde uma lei de conservação. Assim, por exemplo, a homogeneidade do espaço—tempo implica a conservação do momento linear e da energia; a isotropia do espaço tem como consequência a conservação do momento angular.

Outro aspecto importante das leis de conservação consiste em que elas implicam a existência de regras de selecção. Uma regra de selecção significa que para um dado sistema somente certos processos podem ocorrer enquanto outros são totalmente proibidos. De um ponto de vista quântico, as leis de conservação permitem-nos introduzir certos conjuntos discretos de números que especificam as quantidades conservadas: são os números quânticos. A carga eléctrica de uma partícula é um exemplo bem conhecido; o momento angular intrínseco ou spin, é outro.

Em resumo: uma invariância ou simetria de um sistema implica uma lei de conservação e esta origina uma regra de selecção; as leis de conservação em Mecânica Quântica permitem a introdução de números quânticos, característicos do objecto físico estudado, em termos dos quais é possível exprimir as regras de selecção. Consideram-se dois tipos de leis de conservação: absolutas e parciais. As primeiras são as que são sempre satisfeitas; as parciais são as que são válidas apenas em certas classes de processos. Um exemplo destas últimas, que discutiremos mais adiante, é o da conservação da paridade. As leis de conservação absolutas mais importantes são:

- 1) Conservação do massa-energia
- 2) Conservação do momento linear
- 3) Conservação do momento angular
- 4) Conservação da carga eléctrica
- 5) Conservação do número bariónico
- 6) Conservação do número leptónico.



Consideremos as três últimas. Antes, porém, apresentemos as partículas elementares mais importantes para a Física Nuclear. Elas dividem-se em quatro grupos, de acordo com as suas massas:

- 1) Fóton, quantum do campo electromagnético
  - 2) Leptões (electrões positivos e negativos, neutrinos e mesões  $\mu$ )
  - 3) Mesões  $\pi$
  - 4) Bariões (protão e neutrão)
- } Hadrões

As partículas dos dois primeiros grupos são sofrem interacções por meio de forças electromagnéticas e de interacção fraca. As restantes (grupos 3 e 4) sofrem, além das anteriores, forças de interacção forte; por este facto elas pertencem ao grupo dos Hadrões. As principais propriedades de todas as partículas indicadas estão indicadas no quadro 11-2.

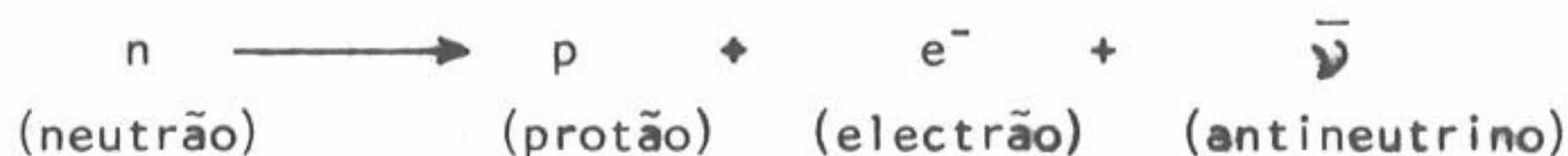
A lei da conservação da carga eléctrica significa, em microfísica, que em todas as reacções entre partículas as cargas eléctricas totais existentes no estado inicial e final são iguais. Um exemplo de uma reacção entre partículas totalmente interdita porque violaria esta lei de conservação seria a transmutação de um electrão num fóton e neutrino: esta transmutação seria incompatível com as três primeiras leis de conservação anteriormente recordadas, contudo tal transmutação nunca se produz.

Conservação do número bariónico: Designam-se por bariões as partículas de massa igual ou superior à do protão e cujo spin é semi-inteiro. A cada barião atribui-se um número quântico designado por número bariónico, cujo valor é igual a 1. Como a cada partícula corresponde uma anti-partícula, aos antibariões foi atribuído o número bariónico igual a -1. Para as restantes partículas o número bariónico é nulo.

A lei da conservação do número bariónico estabelece que em qualquer reacção entre partículas o número bariónico conserva-se. Como exemplo, consideremos o declínio do neutrão livre, característico do declínio beta, que estudaremos mais adiante:

QUADRO 11-2

PARTÍCULAS NUCLEARES							
Partícula	Carga (em unidades elementares)	Energia de repouso (correspondente à massa)	Spin	Estatística	Nº bariônico	Nº Leptônico	
Fotão	0	0	1	bosão	0	0	
<u>Leptões</u> eléctron positão neutrino antineutrino	-1 +1 0 0	0,511 MeV 0,511 MeV 0 0	1/2 1/2 1/2 1/2	fermião fermião fermião fermião	0 0 0 0	+1 -1 +1 -1	
<u>Mesões</u> $\pi^+$ $\pi^0$ $\pi^-$	+1 0 -1	0,14985 u.m.a. 0,14491 u.m.a. 0,14985 u.m.a.	0 0 0	bosão bosão bosão	0 0 0	0 0 0	
<u>Bariões</u> protões neutrões	+1 0	1,007276 u.m.a. 1,0086652 u.m.a.	1/2 1/2	fermião fermião	+1 +1	0 0	



expressa em números bariónicos, verifica-se que, de facto, este número quântico conserva-se:

$$+ 1 \longrightarrow + 1 + 0 + 0$$

Conservação do número leptónico: de forma análoga ao que se passa com os bariões e o número bariónico, atribui-se o número leptónico +1 aos leptões e o número leptónico -1 aos antileptões; para as partículas que não sejam leptões, este número é nulo. Utilizando o exemplo anterior teremos, no que respeita ao número leptónico:

$$0 \longrightarrow 0 + 1 - 1$$

tal como sucede com o número bariónico, o número leptónico conserva-se na reacção.

### 3. - UNIDADES, NOMENCLATURA E GENERALIDADES SOBRE REACÇÕES NUCLEARES

As unidades de energia usadas em Física Nuclear é o electrão-volt (eV), bem como os seus múltiplos: quilo electrão-volt (1KeV=10<sup>3</sup>eV), megaelectrão-volt (1MeV=10<sup>6</sup>eV) e gigaelectrão-volt (1GeV=10<sup>9</sup>eV). O valor do electrão-volt em

Joule é dado por:

$$1 \text{ eV} = 1,602 \times 10^{-19} \text{ coulomb} \times 1 \text{ Volt} = 1,602 \times 10^{-19} \text{ joule.}$$

Como unidade de massa, usa-se a "unidade de massa atómica" (u.m.a.), definida como 1/12 da massa do átomo neutro do isótopo de número de massa 12 do Carbono (<sup>12</sup>C); o valor dessa unidade é:

$$1 \text{ u.m.a.} = 1,660431 \times 10^{-27} \text{ kg}$$



## FÍSICA NUCLEAR

A equivalência entre massa e energia, traduzida pela equação de Einstein,  $E = mc^2$ , em que  $c$  é o módulo da velocidade das ondas electromagnéticas no vácuo, permite-nos calcular o valor da energia correspondente a esta massa:

$$(1,660431 \times 10^{-27}) \times (2,997925 \times 10^8)^2 = 14,923214 \times 10^{-11} \text{ joule} = 931 \text{ MeV}$$

Para ter uma ideia das energias envolvidas nos processos atômicos e nucleares, consideremos os seguintes exemplos:

-As energias envolvidas nas transições electrónicas entre os níveis mais externos do átomo, responsáveis pelos espectros ópticos no domínio do visível, são inferiores à dezena do electrão-volt; assim, por exemplo, as bem conhecidas riscas amarelas do espectro visível do sódio, as chamadas riscas D desse espectro, correspondem a transições electrónicas da ordem de grandeza de 2 eV.

-As energias envolvidas nas transições electrónicas nas camadas mais profundas do átomo - responsáveis pela emissão dos raios X - atingem as dezenas de quiloeléctron-volt.

-As energias envolvidas nas transições nucleares apresentam, por vezes, valores da mesma ordem de grandeza das anteriores mas, frequentemente, atingem valores muito superiores que podem ir até vários megaelectrão-volt.

-Os grandes aceleradores de partículas actuais, usados no estudo experimental da Física de Altas Energias, atingem valores da ordem de grandeza do gigaelectrão-volt.

Vejamos agora os aspectos essenciais da nomenclatura usada para os núcleos.

Um núcleo é caracterizado pelo seu número de massa,  $A$ , igual ao número total de nucleões (protões + neutrões) e pelo número atómico,  $Z$ , igual ao número de protões e, portanto, igual à sua carga eléctrica expressa em termos da carga do protão em unidades elementares. O núcleo é representado pelo símbolo químico do elemento de que faz parte, afectado dos dois números referidos e, eventualmente do número de neutrões,  $N$ , igual à diferença  $(A - Z)$ , com a seguinte convenção, em que  $X$  representa genericamente o símbolo de um elemento químico qualquer:





Para um mesmo elemento, caracterizado pelo número atômico  $Z$ , existem núcleos com número de massa distintos. Cada uma destas espécies nucleares constitui um núclido do elemento  $X$  e os diferentes núclidos de um mesmo elemento  $X$  dizem-se isótopos uns dos outros. Exemplos:

Núclidos isótopos do hidrogênio:  ${}^1_1\text{H}$  ;  ${}^2_1\text{H}$  (deutério);  ${}^3_1\text{H}$  (trítio)

Núclidos isótopos do urânio:  ${}^{233}_{92}\text{U}$  ;  ${}^{234}_{92}\text{U}$  ;  ${}^{235}_{92}\text{U}$  ;  ${}^{238}_{92}\text{U}$ .

Em geral, um elemento químico natural contém, em percentagens muito diversas, vários dos seus núclidos.

Todos os núclidos existentes podem ser convenientemente representados num gráfico que exprime o número de neutrões em função do de protões, o qual é conhecido por gráfico de Segré. Nesta representação, os núclidos cujos pontos representativos se

encontram numa mesma linha horizontal tem o mesmo número de neutrões e são designados por núclidos ISÓTONOS. Os núclidos ISÓTOPOS situam-se evidentemente na mesma linha vertical. Enfim, os núclidos que têm os seus pontos representativos sobre uma mesma recta perpendicular à bissec-triz do gráfico, têm um mesmo número de nucleões; eles são designados por núcleos ISÓBAROS.

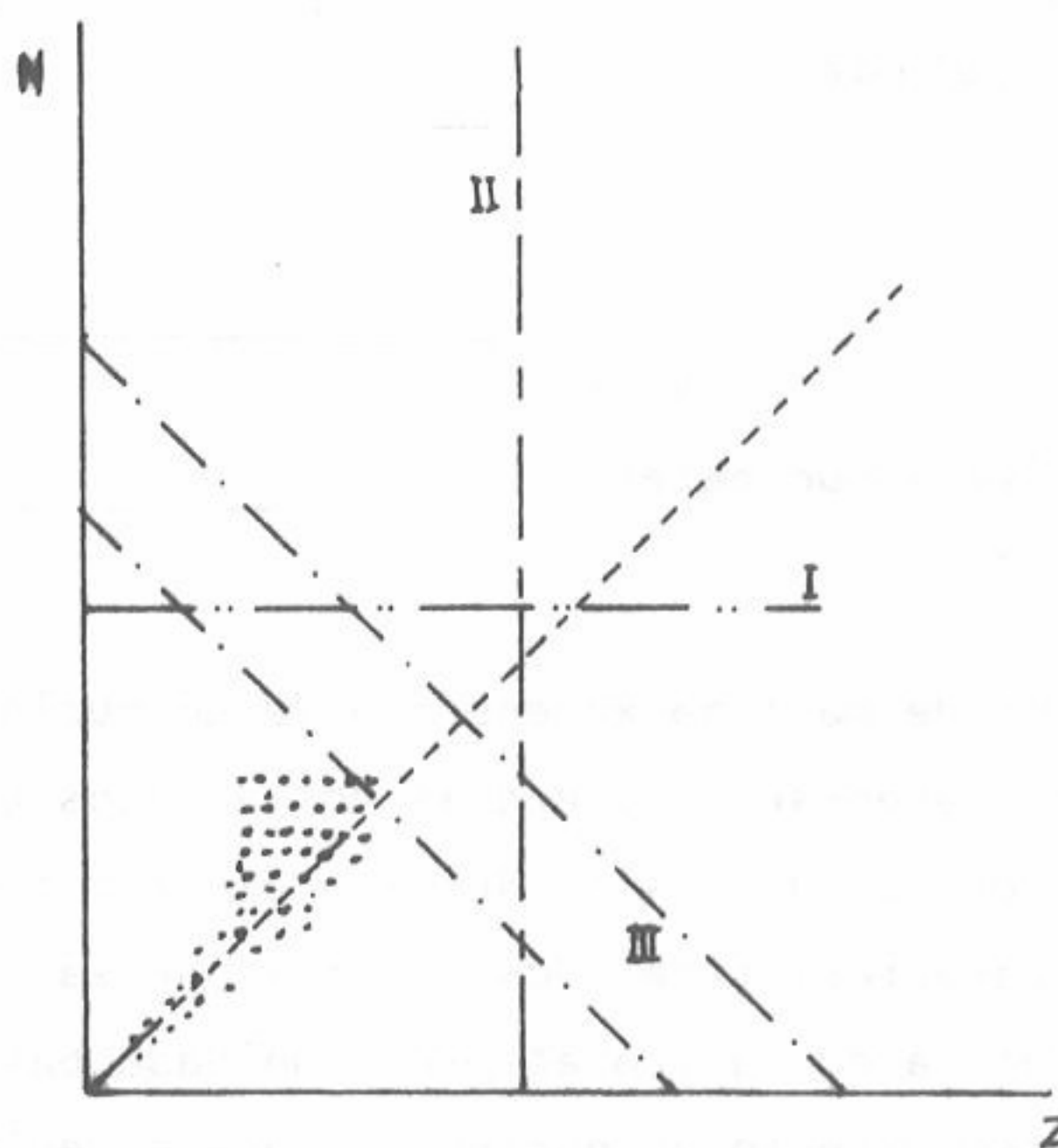


Fig. 3: Gráfico de Segré

- I- núcleos isótonos
- II- núcleos isótopos
- III- núcleos isóbaros

O número atômico dos núclidos existentes na natureza vai desde  $Z = 1$  (hidrogênio) até  $Z = 92$  (urânio). Núclidos de número atômico superior têm sido produzidos por meio de reacções nucleares, sendo  $Z = 105$  (elemento hahnio, de símbolo  $\text{Ha}$ ) o valor mais elevado obtido até ao presente. A reacção nuclear que lhe deu origem foi conseguida, pela primeira vez, em 1970.

Todos os núclidos de número atômico superior ao do urânio, por isso designados por transurânicos, são instáveis, tendo períodos de semidesintegração muito variáveis, que vão desde 0,38 milisegundo no  ${}_{100}^{258}\text{Fm}$  (fêrmio - 258), até  $1,56 \times 10^7$  ano, no  ${}_{96}^{247}\text{Cm}$  (cúrio - 247).

A maior parte dos núclidos conhecidos são instáveis podendo existir em diversos estados ou níveis de energia, representados graficamente por diagramas em que cada linha horizontal representa um determinado estado, definido pelos valores de determinadas grandezas que o caracterizam e que estudaremos no decorrer deste curso:

energia,  $E$ , momento angular total,  $I$ , momento dipolar magnético,  $\mu$ , momento quadripolar elétrico,  $Q$ , vida-média,  $\tau$ , paridade,  $\pi$ .

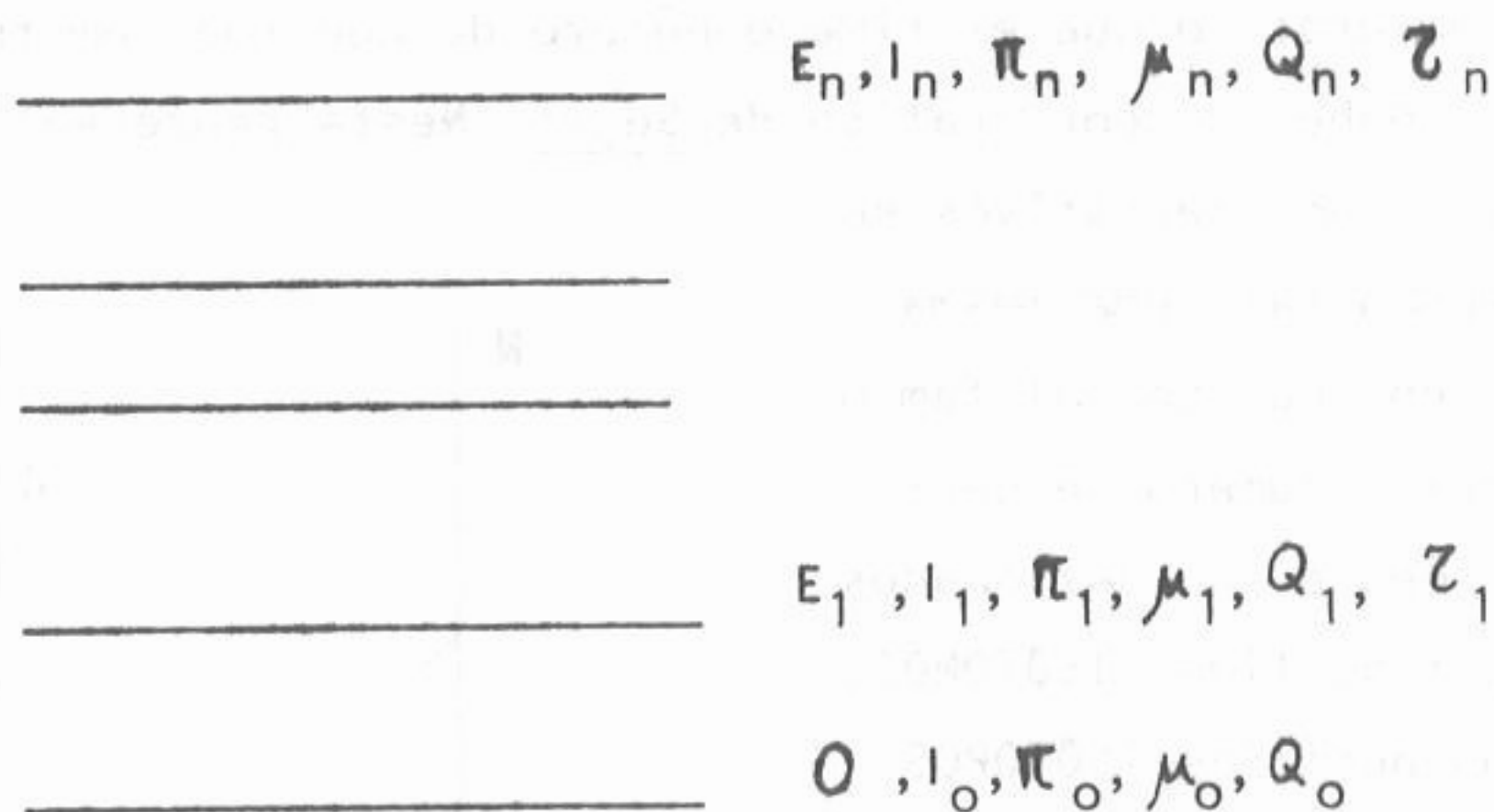


Fig. 4: -  
-níveis nucleares

O estado de mais baixa energia de um núcleo designa-se por estado fundamental, determinando-se as energias dos estados excitados relativamente a este. Um dos objectivos da Física Nuclear experimental consiste em determinar as grandezas características dos estados nucleares, de modo a procurar compreender a estrutura do núcleo atômico, unidade básica constituinte da natureza. Como o acesso directo ao núcleo não nos é, evidentemente possível, estudam-se as grandezas características do núcleo nos seus diferentes estados excitados através das radiações emitidas nos processos de desexcitação nuclear. O fenómeno da Radioactividade foi, assim, o primeiro meio de deduzir as propriedades nucleares, vindo mais tarde juntar-se-lhe o estudo das Reacções Nucleares.

A vida-média de um estado nuclear excitado, que definiremos com precisão mais adiante, é muito variável: geralmente inferior ao microsegundo, chega a atingir valores da ordem de grandeza do picosegundo. No entanto, quando a energia de excitação é fraca e há uma grande diferença entre os valores dos momentos angulares totais do núcleo nos dois estados nucleares intervenientes no processo de desexcitação, a vida-média pode ser muito superior, podendo mesmo



atingir ordens de grandeza do ano. Estados nucleares nestas condições designam-se por metaestáveis e o conjunto do núcleo no seu estado fundamental no estado metaestável define o que se designa por isómeros nucleares. Assim, por exemplo, o  $^{119m}\text{Sn}$  e o  $^{119}\text{Sn}$  constituem um par de isómeros nucleares, sendo o primeiro um estado metaestável, existente entre os níveis excitados do segundo, cujo período de semidesintegração é de 245 dia. Convencionou-se designar por estado metaestável aquele cujo período de desintegração é superior a 0,1 segundo.

Um dos domínios da Física Nuclear diz respeito às Reacções Nucleares que devemos referir neste parágrafo nos aspectos que respeitam à nomenclatura.

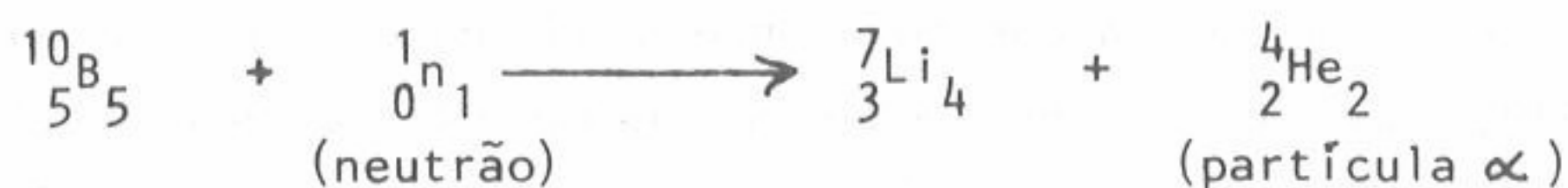
Entende-se por reacção nuclear qualquer interacção de uma partícula com um núcleo, em que este sofra uma modificação conduzindo à criação de um outro núcleo à eventual emissão de uma ou mais partículas. A maior parte das reacções nucleares são interacções inelásticas entre um núcleo  $X$ , de uma massa relativamente elevada, e uma partícula incidente  $A$ , de massa inferior à do núcleo-alvo. Exemplos de partículas usadas como projecteis nas reacções nucleares são:

neutrões, protões, deutões, partículas  $\alpha$ , fotões, etc, usando-se também diversos núcleos, nas chamadas reacções com iões pesados.

Nas reacções nucleares emprega-se, por vezes, uma notação análoga à utilizada nas reacções químicas:



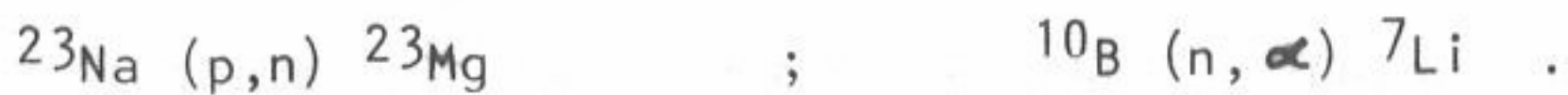
Exemplos:



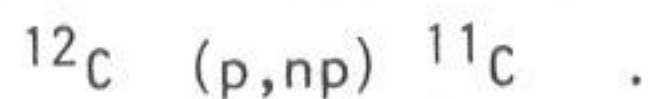
Contudo, usa-se muito mais frequentemente uma notação abreviada, na qual se faz figurar entre parêntesis a partícula bombardeante e a emitida, separadas por uma vírgula; antes dos parêntesis coloca-se o núcleo-alvo e depois deles o núcleo resultante. Com esta notação, as reacções nucleares dos exemplos an-

## FÍSICA NUCLEAR

teriores escrevem-se:



Esta notação é ainda aplicável quando se formam várias partículas  $A'$  ; assim, por exemplo:



Uma primeira classificação das reacções nucleares é justamente baseada no conteúdo dos parêntesis. Teremos, assim, por exemplo, reacções  $(n, \gamma)$ ,  $(d,p)$ ,  $(\alpha, p)$ ,  $(d,2n)$ , etc.

Note-se que em qualquer reacção nuclear há conservação do número de massa e do número atómico, como consequência, respectivamente, das leis de conservação do número bariónico e da carga eléctrica.

Cada reacção nuclear é caracterizada quantitativamente por uma secção eficaz, que depende da natureza da reacção e da energia cinética das partículas bombardeantes. Os valores das secções eficazes nas reacções nucleares variam dentro de largos limites, desde a ordem de grandeza de  $10^4$  barn até menos de  $10^{-12}$  barn ( $1 \text{ barn} = 10^{-24} \text{ cm}^2$ ).

A variação da secção eficaz com a energia do projectil dá, por vezes, origem a fenómenos de ressonância: a secção eficaz tem valores anormalmente elevados em comparação com os que se observam para valores muito vizinhos dessas energias. As curvas que traduzem a variação da secção eficaz em função da energia dos projecteis apresentam, assim, por vezes, picos de ressonância muito pronunciados. (Fig. 5)

Uma vez que nos estamos referindo, embora muito brevemente, às reacções nucleares convém aqui, desde já, citar a descoberta da radioactividade artificial. As primeiras reacções nucleares que se conseguiram produzir utilizaram como projecteis as partículas  $\alpha$  emitidas por núclidos radioactivos naturais. Já anteriormente citámos a que foi conseguida, pela primeira vez por Rutherford em 1919, bombardeando núcleos com aquelas partículas e obtendo protões. Mais tarde, em 1934, Frédéric Joliot e Irene Joliot-Curie realizaram uma reacção nuclear que teve consequências de um extraordinário alcance: a produção de núclidos radioactivos não existentes na natureza. Na realidade, até aquele ano os únicos núclidos radioactivos conhecidos eram o  ${}^{235}\text{U}$ , o  ${}^{238}\text{U}$ , o  ${}^{232}\text{Th}$  e os descendentes destes que, em conjunto, constituem as famílias radioactivas



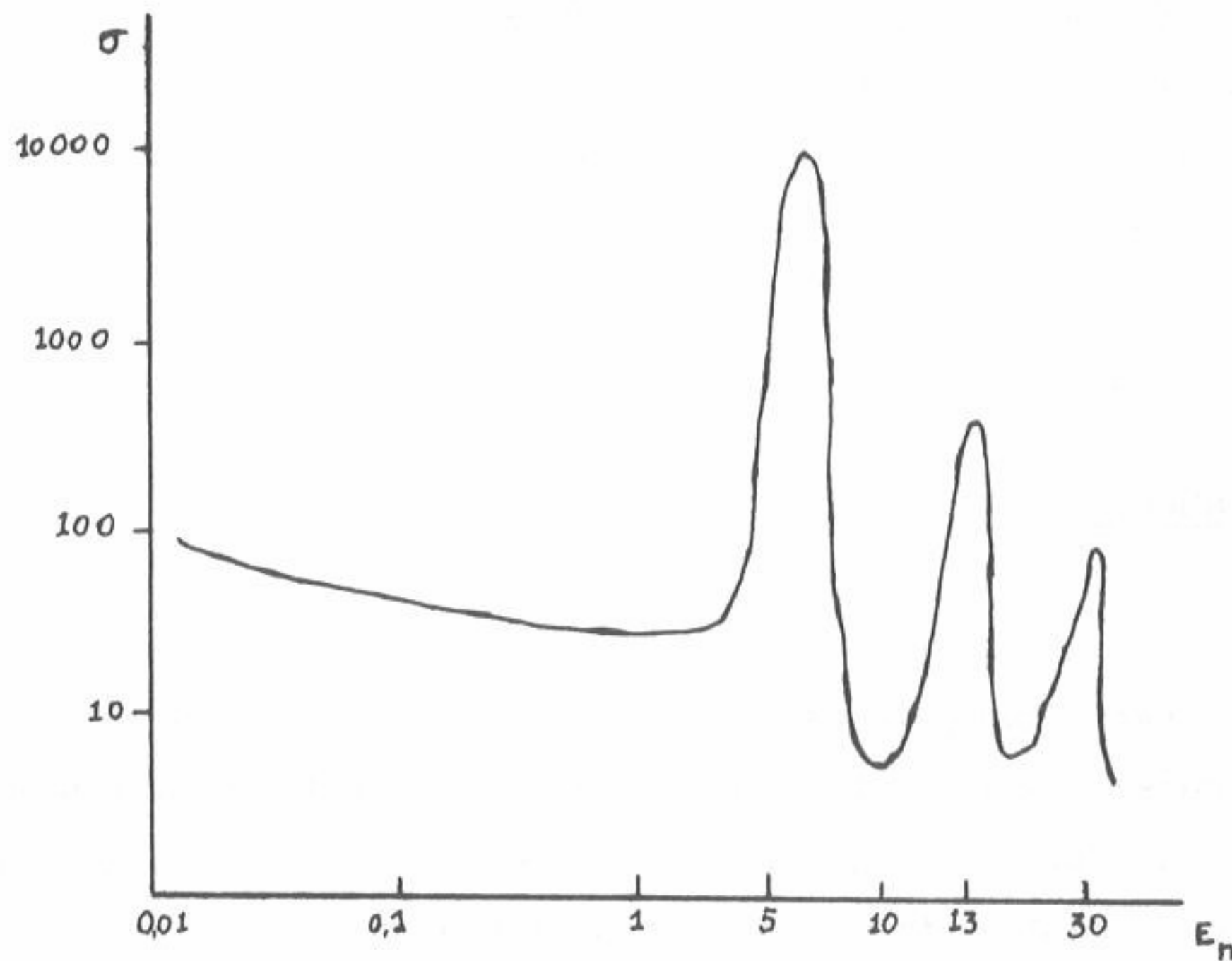
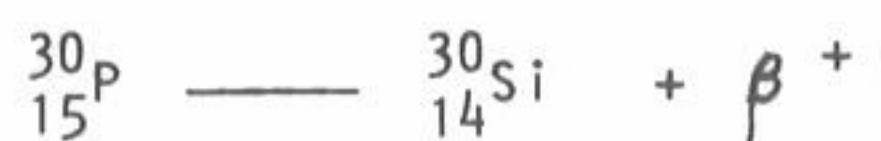


Fig. 5: Exemplo de uma curva de ressonância de uma reacção nuclear:  $\sigma$  - secção eficaz;  $E_n$  - energia das partículas bombardeantes.

naturais, de que trataremos mais adiante. O casal Joliot procurou explorar a via aberta pelo estudo das reacções nucleares provocadas pelo bombardeamento de partículas alfa, obtidas a partir da radioactividade dos núclidos naturais. Assim, ao bombardearem alumínio, observaram a formação de um núclido não existente na natureza que foi identificado como sendo um isótopo do fósforo de número de massa 30. Verificaram ainda que o  $^{30}\text{P}$  é instável, emitindo partículas beta positivas. O processo é então descrito pelos seguintes esquemas:



Trata-se de uma descoberta de importância transcendente, como se referiu e, devido a ela, foi atribuído o prémio Nobel ao casal Joliot. Em primeiro lugar,

trata-se da primeira transmutação provocada de um núclido num outro, que conseguiu ser identificada; depois, descobriu-se que é possível produzir artificialmente núclidos radioactivos, isótopos dos elementos químicos naturais.

Começou aqui a era da prodigiosa aplicação dos radionúclidos artificiais em quase todos os campos da ciência e da tecnologia.

#### 4. - DIMENSÕES DO NÚCLEO

O meio mais directo para se estudar as dimensões e formas dos núcleos consiste em bombardeá-los com partículas e estudar-se a dispersão destas, em particular, a sua distribuição angular, tal como foi realizado, pela primeira vez, por Rutherford e colaboradores, nos trabalhos que conduziram ao estabelecimento da existência do núcleo. As partículas utilizadas neste tipo de estudo são partículas alfa, protões, neutrões e electrões. É, contudo, necessário que o comprimento de onda associado ao movimento dessas partículas seja inferior às dimensões dos núcleos em estudo. Utilizando electrões, esta condição só é satisfeita para energias superiores a 200 MeV.

Quando se utilizam partículas alfa, protões e neutrões o que na realidade se mede é a extensão espacial do potencial médio de interacção nuclear (interacção forte). Pelo contrário, quando se empregam electrões, mede-se a distribuição de cargas nucleares (os protões), uma vez que a principal interacção entre o núcleo e os electrões externos é do tipo electromagnético.

Um grande número de experiências deste tipo permitiu obter uma expressão geral para o raio médio do núcleo; em primeira aproximação, o núcleo pode ser assimilado a uma esfera cujo raio é dado por:

$$R = r_0 A^{1/3} \quad (4.- 1)$$

em que  $A$  é o número de massa e  $r_0$  é uma constante relacionada com o raio do nucleão. O valor de  $r_0$  varia entre 1,0 e 1,4 fermi, consoante o método empregado para a determinação do raio nuclear (1 fermi = 1 fantometro =  $10^{-15}m$ ). É curioso notar que a expressão anterior que permite calcular o raio médio



nuclear é imediatamente deduzida admitindo que os nucleões são esferas de raio  $r_0$ .

O valor de  $r_0 = 1,0$  fermi é obtido quando se utilizam electrões nas experiências de dispersão, medindo-se então, não as dimensões do núcleo mas as da distribuição média dos protões. O valor de  $r_0 = 1,4$  fermi obtem-se quando se utilizam partículas que interactuam fortemente com o núcleo (protões, neutrões, partículas alfa), medindo-se então a extensão espacial do potencial nuclear, de muito curto alcance. Este último valor de  $r_0$  (1,4 fermi) está em bom acordo com os resultados que podem ser obtidos sobre o alcance das forças nucleares, utilizando a teoria de Yukawa, a que adiante nos referiremos.

#### 5. - DENSIDADE DA MATÉRIA NUCLEAR

Como consequência da expressão que nos permite calcular o raio médio do núcleo, verifica-se que a densidade da matéria nuclear é constante. Com efeito, calculando a massa específica do núcleo ter-se-á:

$$\rho = \frac{A \times m_p}{\frac{4}{3} \pi R^3} = \frac{A \times m_p}{\frac{4}{3} \pi r_0^3 A} = \frac{3m_p}{4\pi r_0^3} \quad (5.-1)$$

em que  $A$  representa o número de massa do núcleo e  $m_p$  a massa do protão. Como se vê, a massa específica do núcleo só depende desta última e da constante  $r_0$  sendo, portanto, igual para todos os núcleos.

O núcleo não é, evidentemente, constituído por um volume limitado por uma superfície perfeitamente definida. Ele é descrito como uma distribuição de massas e de cargas eléctricas, sujeitas a determinadas interacções, cuja densidade não decai abruptamente nos seus limites. Diversas experiências de dispersão de partículas a energias elevadas mostram que a variação da densidade da matéria nuclear em função da distância a partir do centro do núcleo é traduzida pelo gráfico representado na figura 6.

Toma-se para definição de raio do núcleo qualquer das afirmações:

a)  $r = R$ , no ponto da superfície em que a densidade média do núcleo é

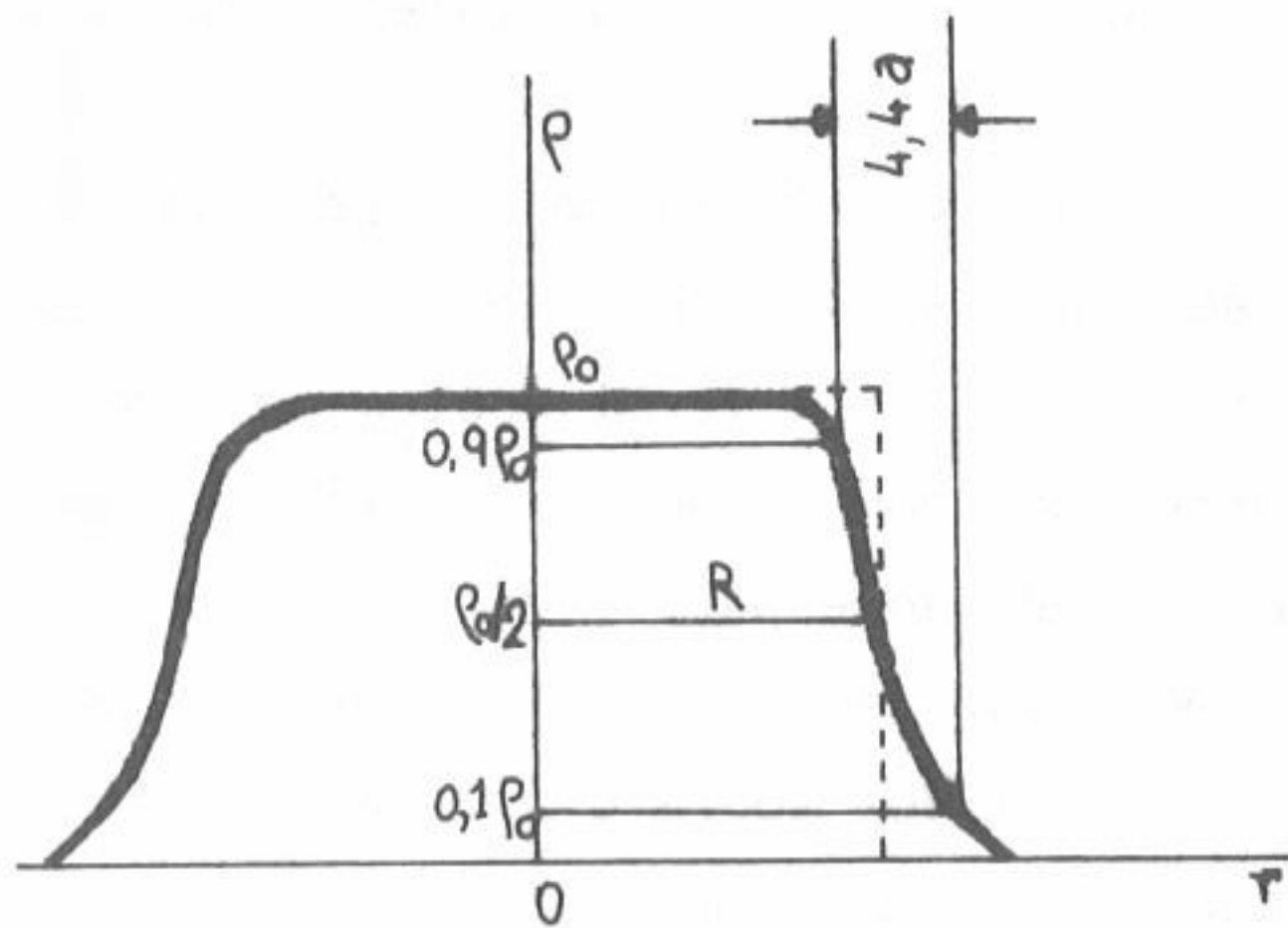


Fig. 6 - Densidade da matéria nuclear em função da distância a partir do centro do núcleo.

A distribuição da densidade nuclear em função da distância é conhecida por distribuição de Woods-Saxon, que pode ser representada pela expressão seguinte:

$$\rho(r) = \frac{\rho_0}{1 + e^{\frac{r-R_0}{a}}} \quad (5.-2)$$

Esta expressão mostra que a densidade da matéria nuclear é praticamente constante no interior e decresce lentamente na sua periferia. Ela fornece resultados para todos os núcleos, com boa aproximação, usando os seguintes valores para os parâmetros:

$$\rho_0 = 0,165 \text{ nucleões por fermi}; \quad R_0 = 1,07 \times A^{1/3} \text{ fermi}; \\ a = 0,55 \text{ fermi}.$$

metade do seu valor máximo;

b)  $r = R$ , no ponto da superfície em que  $\rho$  decai mais rapidamente, isto é, no ponto de inflexão da curva  $\rho = f(r)$  para o qual  $d^2\rho/dr^2 = 0$ .



## 6. - MASSA NUCLEAR E ENERGIA DE LIGAÇÃO

### 6.1 - MASSAS ATÔMICAS, ENERGIA DE LIGAÇÃO E ENERGIA DE SEPARAÇÃO

Através de medições de massa muito precisas, realizadas por meio de métodos baseados em espectrometria de massa, pôde-se concluir que as massas atômicas são inferiores à soma das massas individuais das partículas que constituem os átomos. Este facto deve-se a que uma parte da massa disponível é utilizada como energia de ligação entre as partículas que se unem para formar o átomo, o que se justifica no âmbito da teoria da Relatividade, através da relação de equivalência entre massa e energia, traduzida pela Equação de Einstein  $E = m \cdot c^2$ , em que  $c$  é o módulo da velocidade das ondas electro-magnéticas no vácuo.

Designemos por  $M(A,Z)$  a massa de um átomo de número de massa  $A$  e número atômico  $Z$ ; por  $m(A,Z)$  a massa do núcleo desse átomo e por  $m_e$  a massa do electrão; o valor de  $M(A,Z)$  é, então, dado por:

$$M(A,Z) = m(A,Z) + Z \cdot m_e - B_e \quad (6.-1)$$

em que  $B_e$  é a massa equivalente à energia de ligação dos electrões. Contudo, esta massa é muito pequena quando comparada com as restantes intervenientes na equação (6.-1) pelo que pode ser ignorada.

Entretanto, a massa do núcleo,  $m(A,Z)$ , pode também ser expressa em função das massas dos seus constituintes, escrevendo-se:

$$m(A,Z) = Z \cdot m_p + N \cdot m_n - B \quad (6.-2)$$

com  $N = A - Z$ ;  $m_p$  representa a massa do protão e  $m_n$  a do neutrão;  $B$  é a energia de ligação do núcleo que, ao contrário do que se passa com  $B_e$ , não poderá ser desprezada. Nesta equação  $B$  encontra-se, evidentemente, expressa em unidades de massa.

Somando a quantidade  $Z \cdot m_e$  a ambos os membros da equação (6.-2), vem:

$$m(A,Z) + Z \cdot m_e = Z \cdot m_p + Z \cdot m_e + N \cdot m_n - B$$

ou seja:

$$M(A, Z) = Z \cdot M_H + N \cdot m_n - B \quad (6.-3)$$

em que  $M_H$  representa a massa do átomo de hidrogênio.

A energia de ligação nuclear define-se como a energia que é necessário fornecer ao núcleo para o separar nos seus componentes livres, isto é, sem interação entre si. É, contudo, mais significativo considerar, em vez da energia de ligação da totalidade do núcleo, a energia média de ligação por nucleão, que é, evidentemente, dada por  $B/A$ . A figura 7 mostra-nos como varia, em função do número de massa,  $A$ , esta energia média de ligação. Verifica-se, por esta curva experimental, que ela começa por crescer muito rapidamente, para os valores baixos de  $A$ , mantendo-se depois, entre  $A \approx 20$  e  $A \approx 180$ , aproximadamente constante, próximo de 8 MeV por nucleão. O máximo da curva dá-se a cerca de  $A = 60$ , com um valor de 8,8 MeV/nucleão; em seguida, a curva decresce lentamente, até cerca de 7,5 MeV/nucleão, para  $A \approx 240$ .

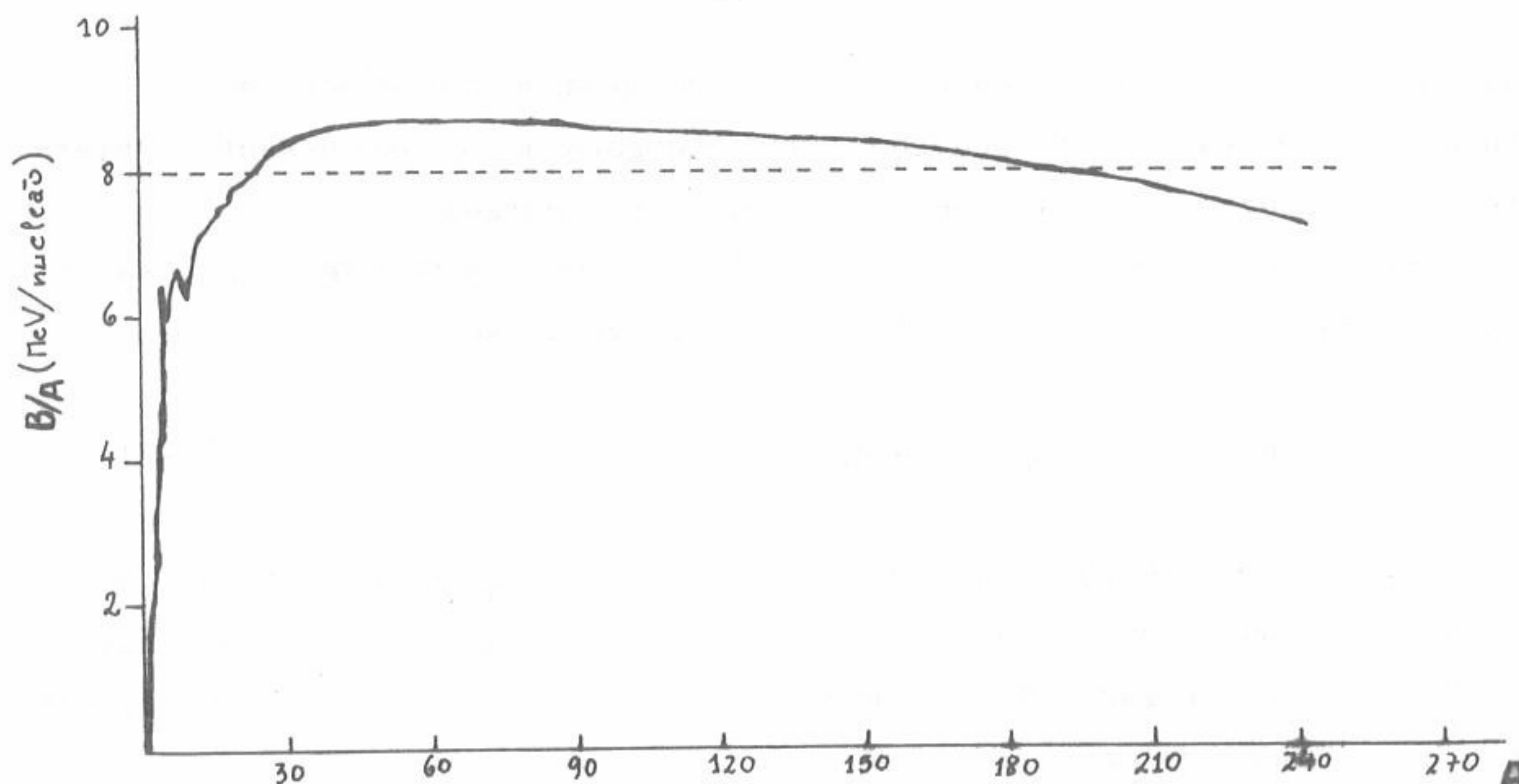


Fig. 7: - Energia de ligação por nucleão em função do número de massa

Outro conceito de grande utilidade é o de energia de separação de uma partícula a de um núcleo X, representada por  $S_a(X)$ : é a energia necessária para extrair uma partícula a de um núcleo X no seu estado fundamental de energia, deixando o núcleo residual Y também no seu estado fundamental e de modo que a energia de interação entre Y e a seja nula.

Para a energia de separação de um neutrão,  $S_n(A,Z)$ , de um núcleo de número de massa  $A$  e de número atômico  $Z$ , podemos escrever a equação:

$$M(A,Z) = M(A-1,Z) + m_n - S_n(A,Z)$$

em que  $M(A-1,Z)$  representa a massa do átomo de número de massa  $(A-1)$  e de número atômico  $Z$ . Pode-se então escrever, para a energia de separação do neutrão:

$$S_n(A,Z) = m_n + M(A-1,Z) - M(A,Z) \quad (6.-4)$$

Da equação (6.-3) vem que as energias de ligação dos dois núcleos intervenientes no processo são dadas por:

$$\begin{aligned} B(A,Z) &= Z \cdot M_H + (A-Z) \cdot m_n - M(A,Z) \\ B(A-1,Z) &= Z \cdot M_H + (A-1-Z) \cdot m_n - M(A-1,Z) \end{aligned}$$

Subtraindo estas equações membro a membro, vem:

$$B(A,Z) - B(A-1,Z) = m_n + M(A-1,Z) - M(A,Z)$$

que é justamente o segundo membro da equação (6.-4).

Concluimos, assim, que a energia de separação de um núcleo de número de massa  $A$  e número atômico  $Z$  é simplesmente igual à diferença das energias de ligação dos dois núcleos intervenientes no processo:

$$S_n(A,Z) = B(A,Z) - B(A-1,Z) \quad (6.-5)$$

Analogamente se obtém, para energia de separação de um próton:

$$S_p(A,Z) = B(A,Z) - B(A-1,Z-1) \quad (6.-6)$$



Fácilmente se conclui também que a energia de separação de uma partícula alfa é dada por:

$$S_{\alpha}(A,Z) = B(A,Z) - B(A-4,Z-2) - B(4,2) \quad (6.-7)$$

em que  $B(4,2)$  representa a energia de ligação do núcleo hélio-4 que, como se sabe, é constituído por dois prótons e dois neutrões.

A curva que traduz a variação da energia de ligação por nucleão em função do número de massa (Fig. 7) permite compreender os fenómenos da fissão e da  fusão nucleares. Na realidade, certos núcleos de massa elevada cindem-se, dando origem a núcleos de menor massa; é o fenómeno da fissão. Por outro lado, certos núcleos de muito baixo número de massa fundem-se, de que resultam outros de massa mais elevada; é o fenómeno da fusão. Em qualquer destes processos há libertação de energia, o que está na origem do aproveitamento da energia nuclear em reacções, respectivamente de fissão e de fusão nucleares.

O comportamento da curva de  $B/A$  em função de  $A$  permite-nos ter uma ideia da ordem de grandeza da energia libertada na fissão de núcleos de massa elevada ou na fusão de núcleos situados no extremo oposto da escala dos números de massa. Assim, suponhamos um núcleo de  $A = 240$  que se cinde em dois fragmentos que, para simplificar, suporemos que são iguais. Antes da fissão, a energia média de ligação por nucleão é de 7,5 MeV; depois deste processo nuclear, os núcleos resultantes têm uma energia média de ligação por nucleão de cerca de 8,5 MeV. Nestas condições, a massa do núcleo antes da fissão é superior à soma das massas dos dois núcleos obtidos depois da fissão. Com efeito, antes da fissão a massa do núcleo é:

$$m(A,Z) = Z \cdot m_p + N \cdot m_n - 240 \cdot \frac{7,5}{c^2} \quad (Z + N = 240)$$

depois da fissão, a massa total é:

$$m'(A,Z) = Z \cdot m_p + N \cdot m_n - 240 \cdot \frac{8,5}{c^2}$$

de onde vem:

$$m(A,Z) - m'(A,Z) = \frac{240}{c^2} (8,5 - 7,5) .$$

Esta perda de massa, no processo de fissão, aparece sob a forma de energia libertada, a qual é de 1 MeV por nucleão, ou seja da ordem de grandeza de 200 MeV para a fissão de cada nucleão, o que é uma energia elevadíssima quando comparada com a envolvida noutros processos de decaimento nuclear, com as emissões alfa ou beta.

De um modo semelhante, quando se dá a fusão de dois nucleos de deutério (isótopo de hidrogénio com  $A = 2$ ) para formar um nucleio de hélio, dá-se uma libertação de energia. Com efeito, para o deutério,  $B/A = 1,113$  MeV/ nucleão, enquanto para o  ${}^4_2\text{He}$ ,  $B/A = 7,075$  MeV/ nucleão; há, assim, uma libertação de energia de quase 6 MeV/ nucleão, que é ainda consideravelmente superior à que se obtém na fissão.

Qualquer outra reacção nuclear envolve também variações na energia de ligação, dando origem a processos de emissão ou absorção de energia.

Suponhamos, de um modo geral, que uma partícula  $i$ , actuando como projectil sobre um nucleio-alvo  $I$ , dá origem à emissão de uma partícula  $f$ , resultando o nucleio  $F$ ; teremos o seguinte esquema genérico, já anteriormente apresentado :



em que  $Q$  representa a energia (positiva ou negativa) envolvida no processo nuclear.

Da aplicação da lei de conservação de massa-energia pode-se obter a energia libertada ou absorvida numa reacção, o que se designa habitualmente pelo seu "valor -  $Q$ ".

O valor -  $Q$  para a reacção genérica acima escrita é então dado por:

$$Q = \left[ (m_I + m_i) - (m_F + m_f) \right] \cdot c^2 \quad (6.-8)$$

Se  $Q > 0$ , a reacção é exotérmica (libertação de energia); se  $Q < 0$ , a reacção é endotérmica (absorção de energia); nas primeiras, a energia libertada surge sob a forma de energia cinética da partícula emitida e de energia de recuo do nucleio residual.



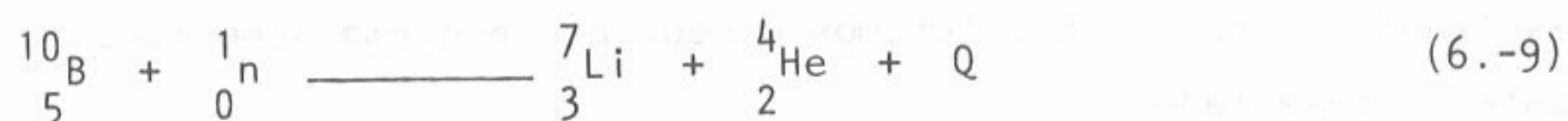
Uma reacção exotérmica pode, em princípio, dar-se espontaneamente, ao passo que uma endotérmica exige que seja fornecida ao sistema uma energia pelo menos igual a  $Q$ , no referencial do seu centro de massa. Como se sabe do estudo da Mecânica, este referencial define-se como sendo aquele em que o momento linear total é nulo. antes e depois da reacção:

$$\sum_K \vec{p}'_k = 0$$

em que  $\vec{p}'_k$  é o momento linear de cada partícula interveniente na reacção. Dito de outro modo: neste referencial o centro de massa do sistema mantém-se em repouso.

## 6.2 - CÁLCULO DA ENERGIA NECESSÁRIA NUMA REACÇÃO ENDOTÉRMICA

Tomemos como exemplo a reacção  ${}^{10}_5\text{B} (n, \alpha) {}^7_3\text{Li}$ , já anteriormente citada, cujo esquema é:



A aplicação da equação (6.-8) a este caso permite escrever:

$$Q = \left[ (m_B + m_n) - (m_{\text{Li}} + m_{\text{He}}) \right] \cdot c^2$$

em que  $m_B$ ,  $m_{\text{Li}}$  e  $m_{\text{He}}$  representam as massas dos núcleos que intervêm na reacção e  $m_n$  representa, como habitualmente, a massa do neutrão. Adicionando cinco electrões a ambos os membros da equação (6.-9), poderemos utilizar massas atómicas em lugar de massas nucleares, vindo para  $Q$  a expressão:

$$Q = \left[ (M_B + m_n) - (M_{\text{Li}} + M_{\text{He}}) \right] \cdot c^2 \quad (6.-10)$$

em que  $M_B$ ,  $M_{\text{Li}}$  e  $M_{\text{He}}$  representam massas atómicas. A partir de dados fornecidos pela espectrometria de massa, sabe-se que:

$$\begin{array}{ll} M_B = 10,012939 \text{ u.m.a.} & ; \quad m_n = 1,008665 \text{ u.m.a.} \\ M_{\text{Li}} = 7,016004 \text{ u.m.a.} & ; \quad M_{\text{He}} = 4,002603 \text{ u.m.a.} \end{array}$$

Da equação (6.-10), vem:

$$Q/c^2 = 0,002997 \text{ u.m.a.}$$

Como 1 u.m.a. equivale a 931 MeV, conclui-se que o valor  $-Q$  da reacção em estudo é:

$$0,002997 \times 931 = 2,79 \text{ MeV}.$$

O valor  $-Q$  da reacção  $^{10}\text{B} (n,\alpha)^7\text{Li}$  é, portanto, positivo e, assim, esta reacção é exotérmica: ela poderá ser provocada qualquer que seja a energia dos neutrões, isto é, ela pode dar-se com neutrões lentos. Cite-se, de passagem que, por este facto, a reacção  $^{10}\text{B} (n,\alpha)^7\text{Li}$  é frequentemente usada na detecção de neutrões.

Poder-se-ia pensar que se poderia produzir a reacção endotérmica inversa da anterior, isto é, a reacção  $^7\text{Li} (\alpha,n)^{10}\text{B}$ , desde que se fornecesse às partículas  $\alpha$  a energia  $Q = 2,79 \text{ MeV}$ . Na realidade, esta energia não é suficiente para que esta última reacção ocorra, visto que uma parte da energia cinética do projectil é utilizada no recuo do alvo. É, assim, necessário que o projectil forneça, além do valor  $-Q$  da reacção essa energia de recuo, para que se respeite a lei de conservação do momento linear. É por este facto que se torna muito mais simples efectuar o cálculo no referencial do centro de massa do conjunto projectil + alvo.

A energia cinética neste referencial,  $E_{CM}$ , é dada por:

$$E_{CM} = 1/2 \mu v_r^2$$

em que  $\mu$  é a massa reduzida do sistema:

$$\mu = \frac{m_i m_l}{m_i + m_l} \quad (6.-11)$$

e  $v_r$  é a velocidade relativa do projectil  $i$  em relação ao alvo  $l$ .

No referencial fixo em que se realizaram as medições, designado por "referencial do laboratório", a energia cinética é:

$$E_{lab} = 1/2 m_i v^2, \text{ em que } v \text{ é a velocidade do projectil no referencial do laboratório.}$$

Supondo que o alvo se encontra em repouso, teremos que  $v = v_r$  ; por outro lado vem de (6.-11) que:

$$m_i = \mu \frac{m_i + m_l}{m_l} ;$$

a energia cinética do projectil no referencial do laboratório é então dada por

$$E_{lab} = 1/2 \mu \frac{m_i + m_l}{m_i} v_r^2 = \frac{m_i + m_l}{m_l} \cdot E_{CM} \quad (6.-12)$$

Vê-se, assim, que a energia necessária para que a reacção ocorra, a fornecer ao projectil, é igual à energia calculada no referencial do centro de massa multiplicada por um factor que depende das massas das partículas intervenientes na reacção. Apenas quando  $m_i \ll m_l$  se terá  $E_{lab} \approx E_{CM}$ .

Quere dizer: a reacção só tem lugar desde que se disponha de uma energia cinética do projectil,  $E$ , tal que:

$$E = E_{lab} \geq \frac{m_l + m_i}{m_l} \cdot Q .$$

A aplicação da expressão (6.-12) à reacção  ${}^7\text{Li} (\alpha, n) {}^{10}\text{B}$  mostra que esta reacção só ocorre se a partícula  $\alpha$  dispuzer, pelo menos, da energia  $E_\alpha$ , dada por:

$$E_\alpha = \frac{7 + 4}{7} \cdot Q = \frac{11}{7} \times 2,79 = 4,38 \text{ MeV}$$

### 6.3 - BALANÇO ENERGÉTICO NUMA REACÇÃO NUCLEAR: TRATAMENTO RELATIVISTA

Em geral, o cálculo da energia envolvida numa reacção nuclear deve ser efectuado utilizando conceitos relativistas. Apenas poderemos usar as expressões da Mecânica Clássica quando a energia posta em jogo é muito inferior à que é equivalente à massa das partículas que intervêm na reacção. Isso não sucede, em geral, nas reacções com fotões ou electrões.

Da teoria da Relatividade restrita sabe-se que a relação entre a energia total de uma partícula,  $E = m \cdot c^2$ , e o seu momento linear,  $\vec{p} = m\vec{v}$ , é dada por:



$$E^2 = p^2 c^2 + m_0^2 c^4 \quad (6.-13)$$

em que  $m_0$  é a massa em repouso da partícula, relacionada com a massa,  $m$ , à velocidade  $v$  pela equação:

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \quad (6.-14)$$

Seja  $\vec{P}$  o quadrivector associado a uma partícula, definido a partir de quatro componentes constituídas pela energia total e as componentes  $p_x$ ,  $p_y$  e  $p_z$  do momento linear multiplicadas pelo módulo da velocidade das ondas electromagnéticas no vácuo,  $c$ ; as componentes do quadrivector  $\vec{P}$  são, assim:

$$p_0 = E \quad ; \quad p_1 = c \cdot p_x \quad ; \quad p_2 = c \cdot p_y \quad ; \quad p_3 = c \cdot p_z \quad (6.-15)$$

O quadrivector  $\vec{P}$  é então representado por  $\vec{P} = (E, cp_x, cp_y, cp_z)$ , usando-se também frequentemente a forma abreviada  $\vec{P} = (E, c\vec{p})$ .

Recordemos as propriedades mais importantes dos quadrivectores:

#### Soma:

A soma de dois quadrivectores,  $\vec{P}_a$  e  $\vec{P}_b$  é definida como:

$$\vec{P} = \vec{P}_a + \vec{P}_b = \left[ (E_a + E_b), c(\vec{p}_a + \vec{p}_b) \right] .$$

#### Produto por um escalar:

O produto de um quadrivector,  $\vec{P}$ , por um escalar,  $\lambda$ , é definido como :

$$\lambda \cdot \vec{P} = (\lambda E, \lambda c\vec{p}) :$$

#### Produto escalar de dois quadrivectores:

O produto escalar de dois quadrivectores,  $\vec{P}_a$  e  $\vec{P}_b$  é dado por:

$$(\vec{p}_a \cdot \vec{p}_b) = [E_a \cdot E_b - c^2(\vec{p}_a \cdot \vec{p}_b)] = [E_a \cdot E_b - c^2(p_{x_a} \cdot p_{x_b} + p_{y_a} \cdot p_{y_b} + p_{z_a} \cdot p_{z_b})]$$

O interesse de usar este formalismo no cálculo de balanços energéticos em que seja necessário usar expressões relativistas, reside no facto de que o produto escalar de dois quadrivectores é um invariante de Lorentz, isto é, tem o mesmo valor em qualquer referencial.

Utilizemos então, este formalismo no cálculo do balanço energético de uma reacção nuclear, através de um exemplo extraído da obra de Pessoa, Coutinho e Sala, citada na bibliografia.

Seja a reacção  ${}^7\text{Li} (\gamma, n) {}^6\text{Li}$  e comecemos por determinar o seu valor - Q ; utilizando a equação (6.-8) , vem:

$$Q = m_\gamma + M({}^7\text{Li}) - M({}^6\text{Li}) - m_n$$

com  $m_\gamma = 0$  , teremos para valor - Q , utilizando uma tabela de massas atómicas:

$$Q = 7,016004 - 6,015126 - 1,008665 = -0,007777 \text{ u.m.a.} = -7,24 \text{ MeV}$$

A reacção é endotérmica.

Calculemos, então, a energia mínima necessária para que o fóton provoque a reacção. Para isso, comecemos por realizar esse cálculo no sistema do centro de massa. Sejam  $E_\gamma$  ,  $E_n$  ,  $E({}^6\text{Li})$  e  $E({}^7\text{Li})$  as energias totais do fóton, do neutrão e dos núcleos de  ${}^6\text{Li}$  e  ${}^7\text{Li}$  , respectivamente. Pelo princípio da conservação da energia ter-se-á necessariamente:

$$E_\gamma + E({}^7\text{Li}) = E({}^6\text{Li}) + E_n \quad (6.-15)$$

Como no sistema do centro de massa a soma dos momentos lineares é nula, vem:

$$\vec{p}_\gamma + \vec{p}({}^7\text{Li}) = 0 \text{ , ou seja } |\vec{p}_\gamma| = |\vec{p}({}^7\text{Li})| \quad (6.-16)$$

mas, pela relação entre energia total de um corpúsculo e o seu momento linear (equação 6.-13) , vem:

$$|\vec{p}_\gamma| = \frac{E_\gamma}{c} \quad \text{e, por 6.-16) , } |\vec{p}({}^7\text{Li})| = \frac{E_\gamma}{c}$$



Utilizando a equação (6.-13) vem então para energia total do núcleo de  ${}^7\text{Li}$  no sistema do centro de massa:

$$\begin{aligned} E({}^7\text{Li}) &= \left[ m({}^7\text{Li})^2 c^4 + p({}^7\text{Li})^2 c^2 \right]^{1/2} \approx m({}^7\text{Li}) c^2 + \frac{p({}^7\text{Li})^2}{2m({}^7\text{Li})} + \dots \\ &= m({}^7\text{Li}) c^2 + \frac{E_\gamma^2}{2m({}^7\text{Li}) c^2} + \dots \end{aligned}$$

Após a reacção ter-se-ã, analogamente, no sistema do centro de massa:

$$|\vec{p}({}^6\text{Li})| = |p_n|$$

e as energias totais destas partículas serão:

$$\begin{aligned} E({}^6\text{Li}) &= \left[ m({}^6\text{Li})^2 c^4 + p({}^6\text{Li})^2 c^2 \right]^{1/2} \approx m({}^6\text{Li}) c^2 + \frac{p({}^6\text{Li})^2}{2m({}^6\text{Li})} + \dots \\ E_n &= \left[ m_n^2 c^4 + p_n^2 c^2 \right]^{1/2} \approx m_n c^2 + \frac{p_n^2}{2m_n} + \dots \end{aligned}$$

Atendendo à igualdade (6.-16), vem:

$$E_\gamma + m({}^7\text{Li}) c^2 + \frac{E_\gamma^2}{2m({}^7\text{Li}) c^2} = m({}^6\text{Li}) c^2 + \frac{p({}^6\text{Li})^2}{2m({}^6\text{Li})} + m_n c^2 + \frac{p_n^2}{2m_n}$$

Como  $Q = [m({}^7\text{Li}) - m({}^6\text{Li}) - m_n] \cdot c^2$ , vem:

$$E_\gamma + \frac{E_\gamma^2}{2m({}^7\text{Li}) c^2} = \frac{p({}^6\text{Li})^2}{2m({}^6\text{Li})} + \frac{p_n^2}{2m_n} - Q.$$

A energia mínima capaz de provocar a reacção será aquela em que os produtos da reacção ficam em repouso, isto é:

$$p({}^6\text{Li}) = p_n = 0.$$

Então, o valor mínimo de  $E_\gamma$  será:

$$E_\gamma(\text{min}) + \frac{E_\gamma(\text{min})^2}{2m(^7\text{Li})c^2} = -Q$$

equação que permite determinar  $E_\gamma(\text{min})$ .

Pondo em evidência  $E_\gamma(\text{min})$  na equação anterior, vem:

$$E_\gamma(\text{min}) \left[ 1 + \frac{E_\gamma(\text{min})}{2m(^7\text{Li})c^2} \right] = -Q$$

Com  $E_\gamma(\text{min}) \ll 2m(^7\text{Li})c^2$ , a fracção dentro do parêntesis é desprezável perante a unidade, pelo que o valor de  $E_\gamma(\text{min})$  é muito aproximadamente igual a  $-Q$ .

O termo  $\frac{E_\gamma(\text{min})}{2m(^7\text{Li})c^2}$  constitui a correcção de recuo.

Calculemos finalmente a energia mínima do fóton para que a reacção ocorra, no referencial do laboratório, sendo  $E_\gamma(\text{min})$  essa energia calculada no referencial do centro de massa. Como esse fim, determinemos o quadri-vector de energia-momento nos dois referenciais.

No referencial do centro de massa tem-se:

$$P_{\text{CM}} = \left[ (E_\gamma(\text{min}) + E(^7\text{Li})), 0 \right],$$

em que  $E(^7\text{Li})$  é dado, como vimos, por:

$$E(^7\text{Li}) = m(^7\text{Li})c^2 + \frac{E_\gamma(\text{min})^2}{2m(^7\text{Li})c^2}; \quad (6.-17)$$

no referencial do laboratório tem-se, supondo o  $^7\text{Li}$  em repouso:

$$P_{\text{lab}} = \left[ (E_\gamma^{\text{lab}} + E(^7\text{Li})^{\text{lab}}), c\vec{p}_\gamma^{\text{lab}} \right] = \left[ (E_\gamma^{\text{lab}} + m(^7\text{Li})c^2), c\vec{p}_\gamma^{\text{lab}} \right]$$

Como o produto escalar  $P^2$  é um invariante de Lorentz, ter-se-á:

$$P_{\text{CM}}^2 = P_{\text{lab}}^2,$$



ou seja:

$$\begin{aligned} \left[ E_{\gamma}(\text{min}) + E(^7\text{Li}) \right]^2 &= \left[ E_{\gamma}^{\text{lab}} + m(^7\text{Li})c^2 \right]^2 - c^2 (\vec{p}_{\gamma}^{\text{lab}})^2 = \\ &= \left[ E_{\gamma}^{\text{lab}} + m(^7\text{Li})c^2 \right]^2 - c^2 \frac{(E_{\gamma}^{\text{lab}})^2}{c^2} = \\ &= 2E_{\gamma}^{\text{lab}} \cdot m(^7\text{Li})c^2 + \left[ m(^7\text{Li})c^2 \right]^2 \end{aligned}$$

ou:

$$E_{\gamma}^{\text{lab}} = \frac{\left[ E_{\gamma}(\text{min}) + E(^7\text{Li}) \right]^2 - \left[ m(^7\text{Li})c^2 \right]^2}{2m(^7\text{Li})c^2}$$

o que permite calcular  $E_{\gamma}^{\text{lab}}$  a partir de  $E_{\gamma}(\text{min})$  e  $E(^7\text{Li})$ .

Substituindo  $E(^7\text{Li})$  pelo seu valor, dado por (6.-17), vem:

$$E_{\gamma}^{\text{lab}} = E_{\gamma}(\text{min}) \left[ 1 + \frac{E_{\gamma}(\text{min})}{m(^7\text{Li})c^2} + (\text{termos de ordem superior à segunda}) \right]$$

o que mostra que, neste caso,  $E_{\gamma}^{\text{lab}}$  é praticamente igual a  $E_{\gamma}(\text{min})$ .

===== || =====





# CAPÍTULO III

## LEIS DO DECLÍNIO RADIOACTIVO

Neste capítulo estudaremos as leis que nos permitem prever a evolução no tempo de um núclido instável, bem como a que permite calcular a actividade induzida num núclido estável a partir de uma reacção nuclear (produção de radioactividade artificial). Incluimos também aqui uma referência breve às séries de núclidos radioactivos, isto é, aos conjuntos de núclidos relacionados entre si por transmutações sucessivas obtidas a partir de declíneos alfa ou beta. Trataremos igualmente da utilização da radioactividade como meio de datação.

### 1. DESINTEGRAÇÃO SIMPLES

#### 1.1 - Vida-média e Período de Semidesintegração.

Designa-se por desintegração simples de um núclido  $X_1$  a que dá origem a um só núclido estável,  $X_2$ . Exclui-se, assim, da desintegração simples os casos em que  $X_2$  é também radioactivo e aqueles em que  $X_1$  dá origem, por desintegração, a mais de um núclido estável. Esta última possibilidade surge, por exemplo, quando um núclido radioactivo se desexcita, alternativamente, por emissão alfa ou por emissão beta. Note-se, contudo, que se inclui na desintegração simples o caso de  $X_2$  ser idêntico a  $X_1$ , o que ocorre quando a desexcitação de  $X_1$  se faz por emissão gama.

Seja  $N_0$  o número de núcleos existentes numa amostra do núclido  $X_1$

num instante  $t_0=0$  e seja  $N(t)$  esse número num instante posterior  $t_1=t$ . O número de núcleos que se desintegraram no intervalo de tempo  $t$  é  $-dN$  e, portanto, o número de núcleos que se desintegram por unidade de tempo é  $-\frac{dN}{dt}$ .

A experiência mostrou que o número de núcleos  $X_1$  que desintegram por unidade de tempo é proporcional ao número de núcleos ainda existentes, isto é:

$$-\frac{dN}{dt} = \lambda \cdot N(t) \quad (1.1)$$

A constante de proporcionalidade  $\lambda$  designa-se por constante de desintegração ou constante de declínio.

A partir da equação (1.1) conclui-se imediatamente qual é o significado físico desta constante: ela representa a probabilidade de desintegração por unidade de tempo; as suas dimensões são as de o inverso do tempo.

Por integração da equação diferencial (1.1) obtem-se:

$$\log N = -\lambda t + C \cdot e$$

Como se supõe que existiam  $N_0$  núcleos no instante inicial, ter-se-á que:

$$C \cdot e = \log N_0$$

de onde se obtem para expressão da lei que exprime a desintegração simples:

$$N(t) = N_0 e^{-\lambda t} \quad (1.2)$$

O inverso da constante de declínio,  $\tau = \frac{1}{\lambda}$  representa a vida-média do núclido. Verifiquemos que a definição de  $\tau$  está em acordo com a noção habitual de vida-média. Na realidade, vida-média de uma população é a média das durações de existência de um grande número dos seus constituintes, isto é, a soma dos tempos de vida destes dividida pelo seu número. Se numa amostra de um dado núclido existem, no instante  $t_1=0$ ,  $N_0$  núcleos, passado um intervalo de tempo  $dt$  existem ainda, como vimos,  $N(t)$  núcleos, cujo valor é dado pela equação (1.2). Entre o instante  $t$  e  $t+dt$  desintegram-se  $-dN$  núcleos, em que:



$$-dN = \lambda N_0 e^{-\lambda t} dt$$

Estes núcleos tiveram assim uma existência igual a  $t$  e, portanto, a soma das durações deles é:

$$t \times \lambda N_0 e^{-\lambda t} dt$$

Considerando a desintegração de todos os núcleos  $N_0$  inicialmente existentes, a vida-média da população é dada por:

$$\tau = \frac{1}{N_0} \int_0^{\infty} t \lambda N_0 e^{-\lambda t} dt = \lambda \int_0^{\infty} t e^{-\lambda t} dt = - \left[ t e^{-\lambda t} + \frac{1}{\lambda} e^{-\lambda t} \right]_0^{\infty} = \frac{1}{\lambda}$$

Conclui-se que, de facto, o inverso da constante de desintegração corresponde à vida-média da população de núcleos presentes na amostra do núclido em estudo.

A vida-média está relacionada com o período de semi-desintegração, que se define como o intervalo de tempo necessário para que metade do número de núcleos inicialmente existentes se tenha desintegrado; designa-se habitualmente por  $T_{1/2}$ .

Da equação (1.-2), vem:

$$\frac{N_0}{2} = N_0 e^{-\lambda T_{1/2}} \quad \text{ou} \quad e^{\lambda T_{1/2}} = 2$$

De onde vem:

$$T_{1/2} = \frac{0,693}{\lambda} = 0.693 \cdot \tau \quad (1.-3)$$

## 1.2 - Actividade

A actividade,  $A$ , de um núclido radioactivo define-se como sendo o número dos seus núcleos que se desintegram na unidade de tempo; as suas dimensões são, assim, as do inverso do tempo, ou seja uma frequência. A actividade

por unidade de massa (ou volume) designa-se por actividade específica.

A actividade varia com o tempo do mesmo modo que o número  $N(t)$  dos núcleos existentes no núclido; com efeito, por definição a actividade é dada por:

$$A = - \frac{dN}{dt} = \lambda N \quad (1.-4)$$

mas, da equação (1.-2), vem igualmente:

$$A = \lambda N_0 e^{-\lambda t}$$

e, de (1.-4) conclui-se que  $\lambda N_0 = A_0$  em que  $A_0$  é a actividade existente no instante inicial,  $t = 0$ .

Será, portanto:

$$A = A_0 e^{-\lambda t} \quad (1.-5)$$

Isto é, a actividade decresce exponencialmente no decurso do tempo (fig. 8).

Tomando logaritmos em ambos os membros da equação (1.-5), vem:

$$\begin{aligned} \log A &= \log A_0 - \lambda t && \text{ou,} \\ \log A &= a - \lambda t && (1.-6) \end{aligned}$$

em que  $a$  é uma constante. Há, assim, uma relação linear entre o logaritmo da actividade e o tempo.

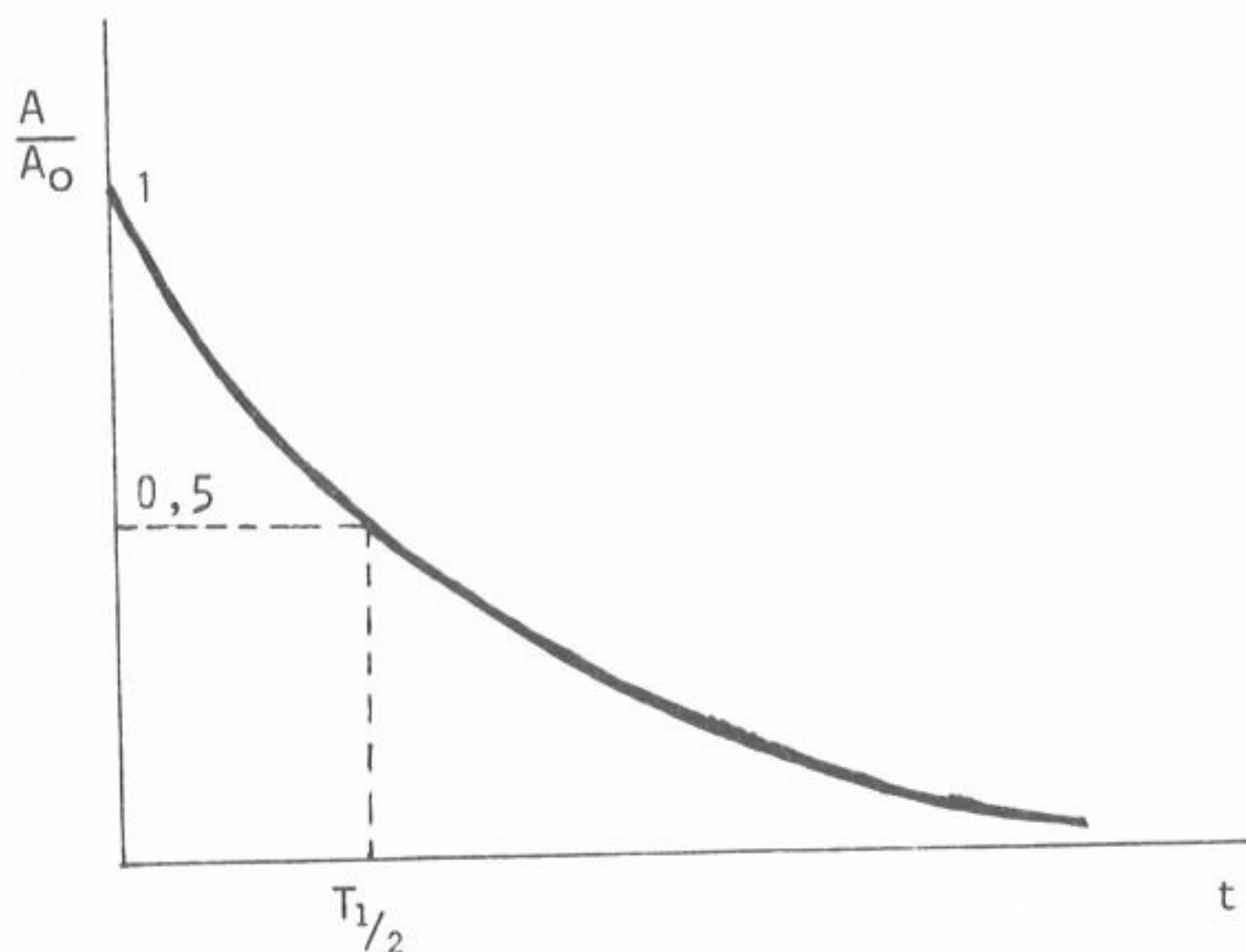


Fig. 8 - Evolução da actividade em função do tempo.



Uma representação gráfica semilogarítmica (abscissas em escala linear e ordenadas em escala logarítmica) dá, assim, origem a uma recta. Este facto permite determinar, com segurança, o período de semidesintegração, ou a constante de declínio, a partir dos valores experimentais da actividade obtidos no decurso do tempo, determinando pelo método dos mínimos quadrados a melhor recta que passa pelos pontos correspondentes a esses valores experimentais. A partir desta recta (fig. 9), o período é simplesmente determinado pelo intervalo de tempo entre os instantes em que se determinaram duas actividades, sendo o valor da segunda igual a metade do da primeira (fig 10). Na realidade, sendo  $A_1$  o valor da actividade medida no instante  $t_1$  e  $A_2$  o valor medido no instante  $t_2$ , ter-se-á, a partir de (1.-6):

$$\log A_1 = a - \lambda t_1 \quad ; \quad \log A_2 = a - \lambda t_2$$

de onde vem:

$$\lambda = \frac{\log A_1 - \log A_2}{t_2 - t_1} = \frac{\log A_1/A_2}{t_2 - t_1}$$

Se  $t_2$  for o instante em que  $A_2 = \frac{A_1}{2}$ , virá:

$$\lambda = \frac{\log 2}{t_2 - t_1}$$

e, então, por definição de período,  $t_2 - t_1 = T_{1/2}$ . Uma simples leitura no eixo das abscissas permite conhecer o valor do período de semi-desintegração.

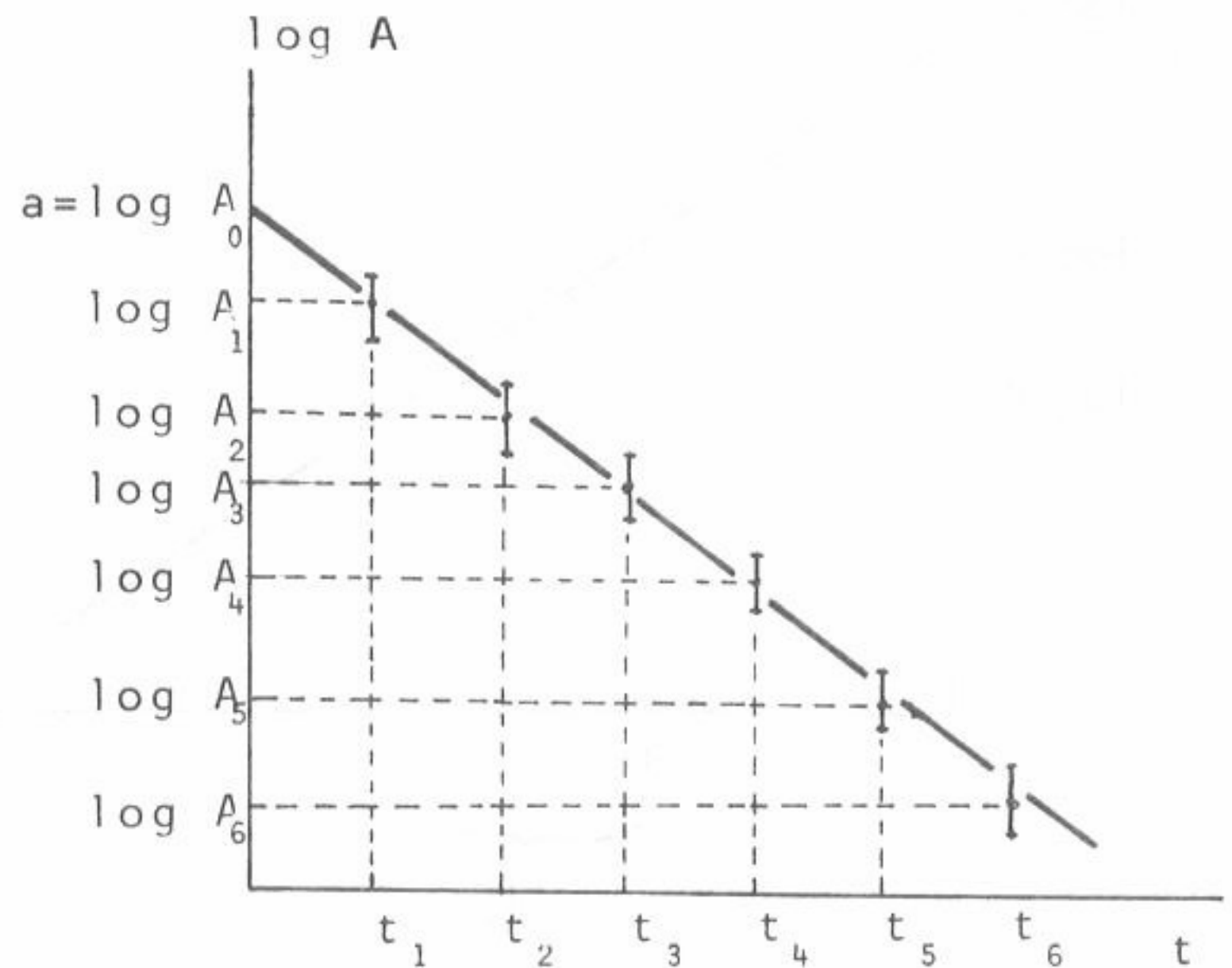


Fig. 9 - Gráfico semilogarítmico da evolução da actividade com o tempo.

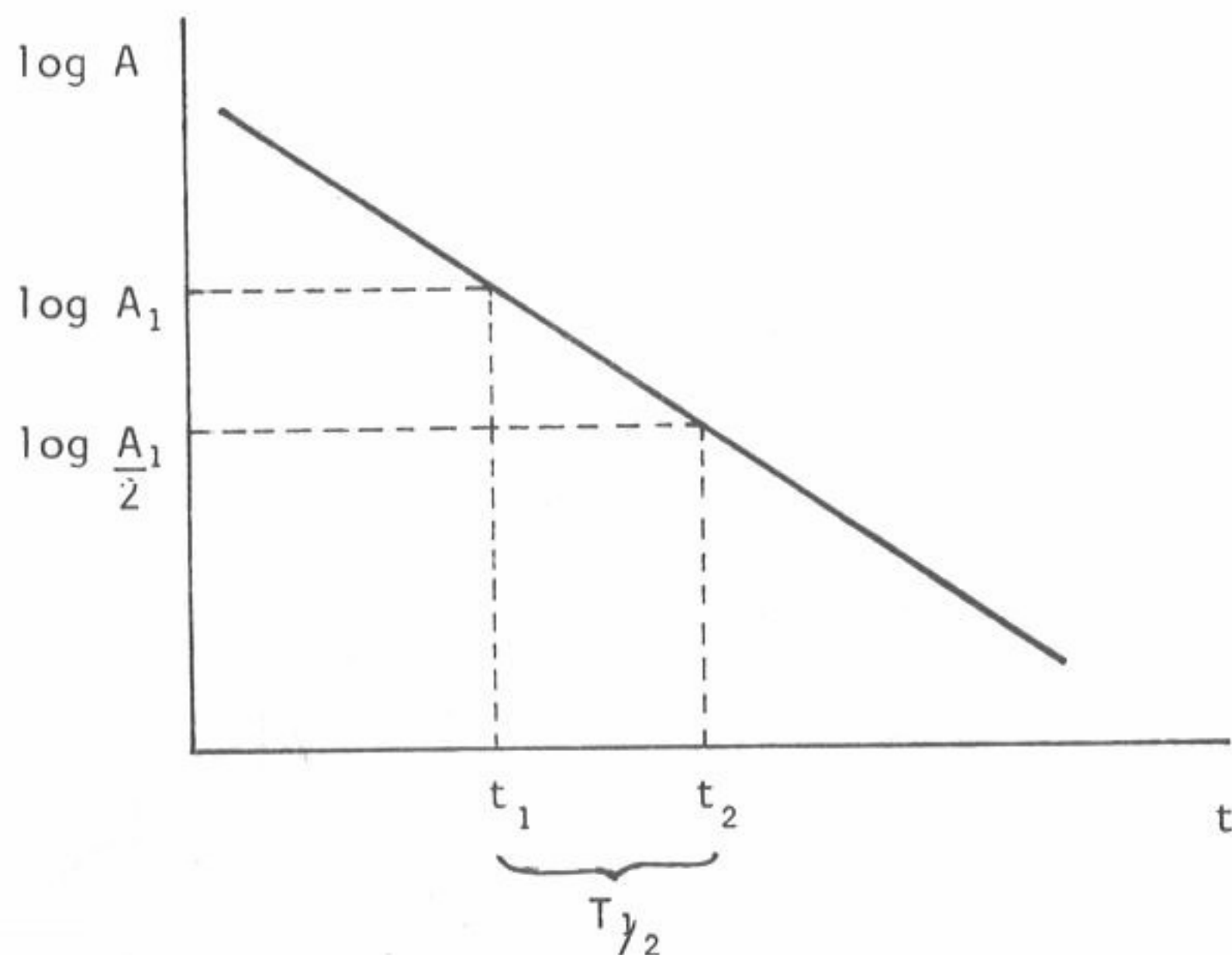


Fig. 10 - Determinação do período de semidesintegração a partir da curva experimental da evolução da actividade.

## 2. SOBREPOSIÇÃO DE DESINTEGRAÇÕES SIMPLES

### 2.1 - Várias Espécies de Desintegrações Simples de um mesmo Núclido

No parágrafo anterior não se fez intervir a natureza da desintegração sofrida pelo núclido  $X_1$ ; no entanto, é frequentemente útil precisar essa natureza. Em particular, podemos estar interessados em averiguar o que se passa no caso de  $X_1$  ser susceptível de se desintegrar de dois modos diferentes, dando origem a dois núclidos distintos,  $X'_2$  e  $X''_2$ , como se representa, por exemplo, na figura 11.

Supondo que os dois modos de desintegração, considerados individualmente, são do tipo considerado no parágrafo anterior (desintegração simples), ter-se-á, por (1.-1):

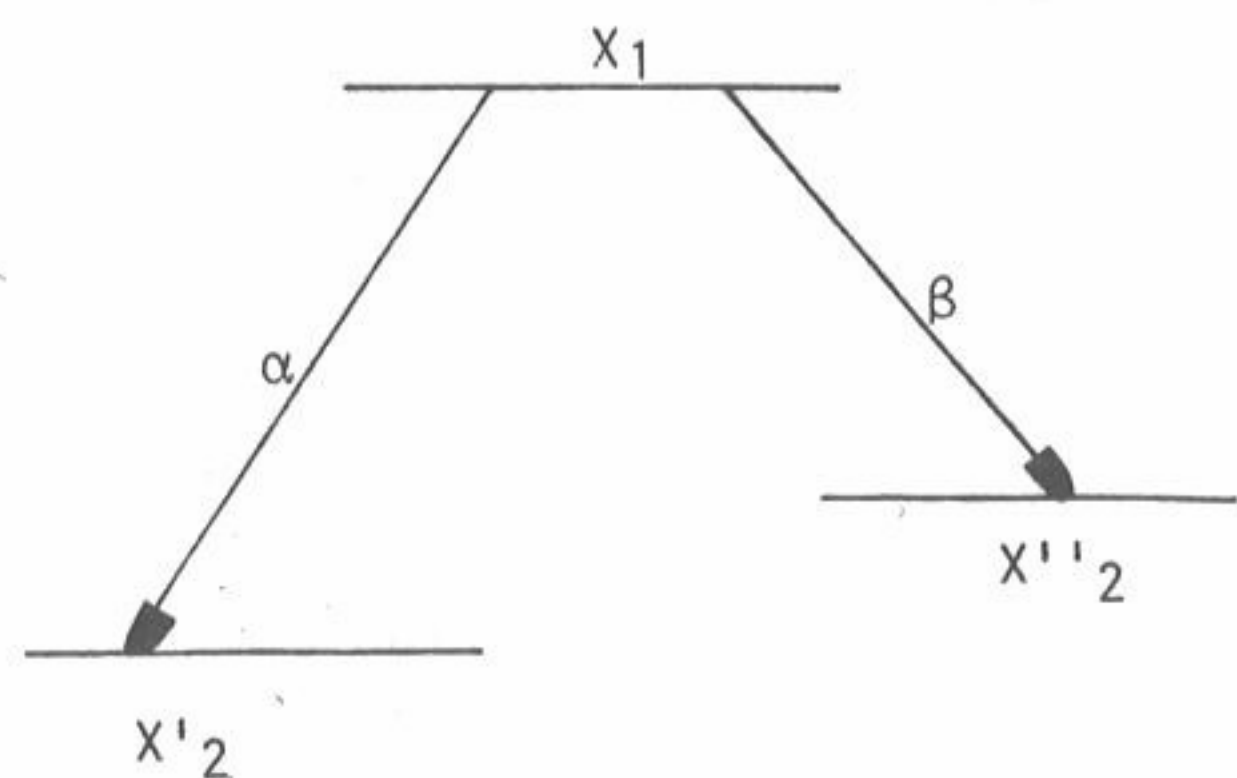


Fig 11 - Desintegração por duas vias ( $\alpha$  ou  $\beta$ ) do núclido  $X_1$ .



$$\left(\frac{dN}{dt}\right)' = -\lambda'N(t) \quad ; \quad \left(\frac{dN}{dt}\right)'' = -\lambda''N(t)$$

O número total de núcleos  $X_1$  que se desintegram por unidade de tempo será então:

$$\frac{dN}{dt} = \left(\frac{dN}{dt}\right)' + \left(\frac{dN}{dt}\right)'' = -(\lambda' + \lambda'')N(t)$$

Definindo uma constante de desintegração total  $\lambda = \lambda' + \lambda''$ , virá:

$$\frac{dN}{dt} = -\lambda N(t)$$

Isto é: no caso de uma sobreposição de desintegrações simples, a lei de declínio radioactivo é a mesma, tendo como constante total de desintegração a soma das constantes parciais.

Ao fim de certo intervalo de tempo,  $t$ , formar-se-ão  $N'_2$  núcleos do núclido  $X'_2$  e  $N''_2$  núcleos do núclido  $X''_2$ , cuja razão é igual à das respectivas constantes de declínio:

$$\frac{N'_2}{N''_2} = \frac{\lambda'}{\lambda''}$$

Pode-se então determinar as constantes parciais de desintegração, conhecida a constante total,  $\lambda$ . Seja, por exemplo, a desintegração do  $^{212}\text{Bi}$  que se realiza quer por via alfa, conduzindo à formação de  $^{208}\text{Tl}$ , quer por via beta, surgindo  $^{212}\text{Po}$ . Verifica-se experimentalmente que o primeiro destes núclidos se forma em 35% das desintegrações, conduzindo as restantes 65% à formação do segundo. Por outro lado, a constante total de desintegração do  $^{212}\text{Bi}$ , experimentalmente medida, tem o valor  $\lambda = 1,91 \times 10^{-4} \text{ s}^{-1}$ .

$$\lambda = \lambda_\alpha + \lambda_\beta$$

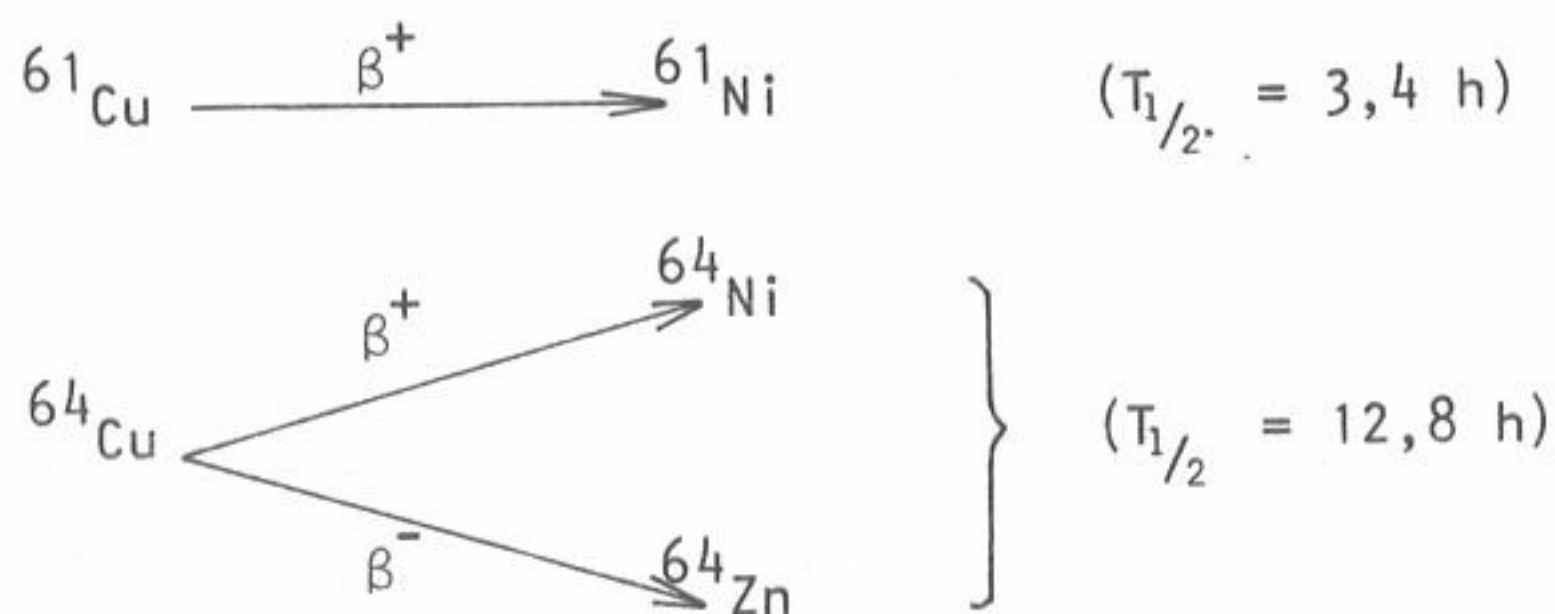
$$\frac{\lambda_\alpha}{\lambda_\beta} = \frac{N(^{208}\text{Tl})}{N(^{212}\text{Po})} = \frac{0,35}{0,65}$$

de onde se obtém:

$$\lambda_{\alpha} = 0,67 \cdot 10^{-4} \text{ s}^{-1} \quad ; \quad \lambda_{\beta} = 1,24 \cdot 10^{-4} \text{ s}^{-1}$$

## 2.2 - Desintegração de uma Mistura de Núclidos

Frequentemente encontram-se presentes numa mesma amostra de uma substância radioactiva vários núclidos, quer devido à existência de vários isótopos de um mesmo elemento, quer a uma separação química imperfeita. É o caso, por exemplo do cobre, com os seus dois núclidos radioactivos, o  $^{61}\text{Cu}$ , de período  $T_{1/2} = 3,4 \text{ h}$  e o  $^{64}\text{Cu}$  de período  $T_{1/2} = 12,8 \text{ h}$ ; o primeiro desintegra-se por via  $\beta^+$  e o segundo pelas vias  $\beta^-$  e  $\beta^+$ :



A actividade total,  $A$ , numa preparação radioactiva contendo estes dois núclidos é, evidentemente, igual à soma das actividades de cada um dos componentes,  $A_1$  e  $A_2$ , com:

$$A_1 = A_{01} e^{-\lambda_1 t} \quad ; \quad A_2 = A_{02} e^{-\lambda_2 t}$$

em que  $A_{01}$  e  $A_{02}$  são, respectivamente, as actividades iniciais de cada um dos núclidos presentes e  $\lambda_1$  e  $\lambda_2$  são as respectivas constantes de declíneo. A função que exprime o logaritmo de actividade total no decurso do tempo já não é, então, linear (fig. 12), pois:

$$\log A = \log(A_1 + A_2) = \log(A_{01} e^{-\lambda_1 t} + A_{02} e^{-\lambda_2 t})$$

Contudo, se as constantes de declíneo são muito diferentes, ao fim de um intervalo de tempo suficientemente longo, um dos núclidos reduzir-se-á a uma quantidade desprezável perante o outro. A curva de declíneo passará, então a ser

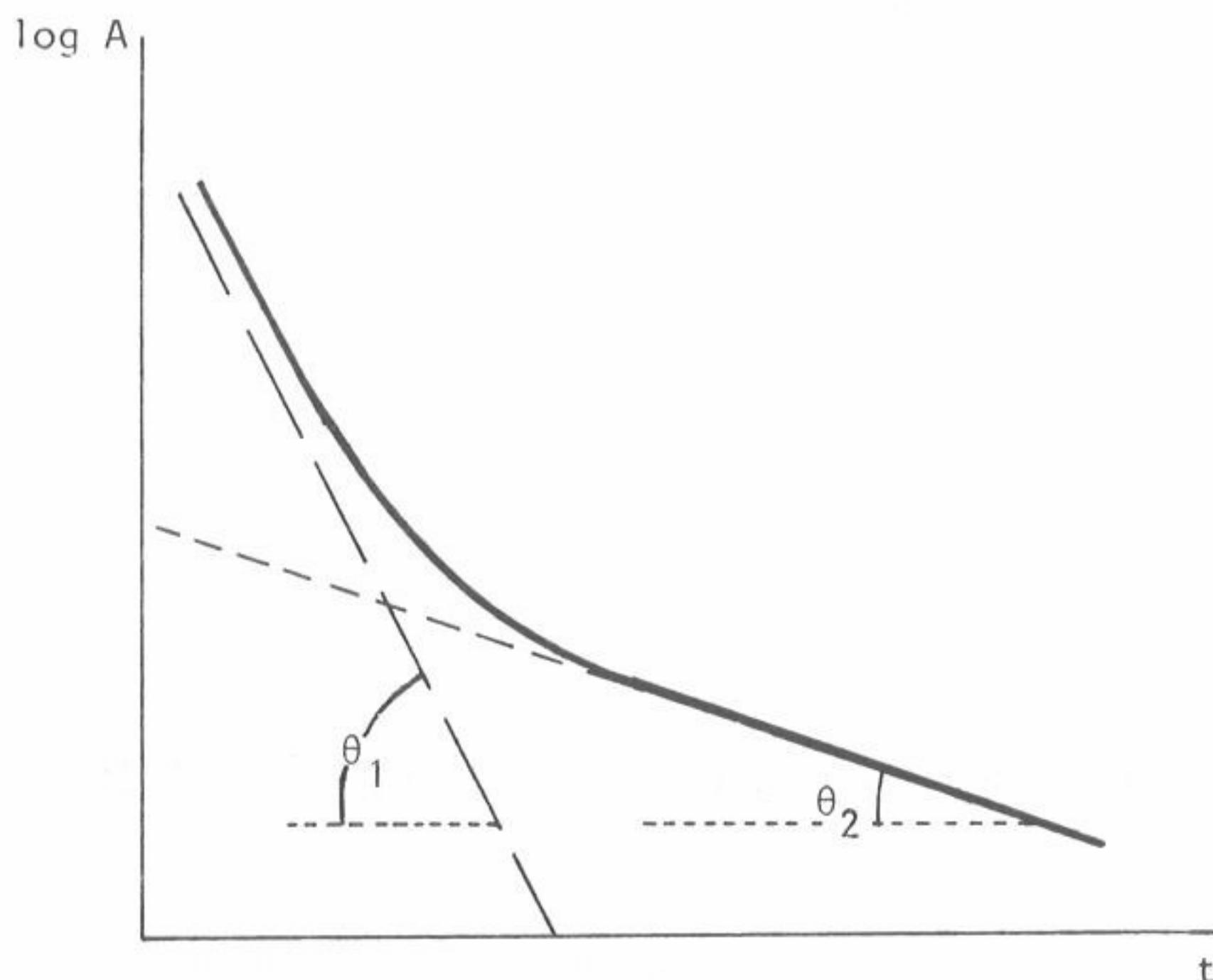


Fig. 12 - Gráfico semi-logarítmico da evolução da actividade em função do tempo para uma mistura de dois núclidos.

devida, praticamente, a este último e a curva que exprime  $\log A$  em função de  $t$  tomará a sua forma rectilínea (Fig. 12).

Suponhamos, para concretizar, que  $\lambda_1 \gg \lambda_2$  e consideremos a razão das actividades devidas aos dois núclidos:

$$\frac{A_1}{A_2} = \frac{A_{01} e^{-\lambda_1 t}}{A_{02} e^{-\lambda_2 t}} = \frac{A_{01}}{A_{02}} \cdot e^{-(\lambda_1 - \lambda_2) t}$$

À medida que  $t$  aumenta esta razão vai progressivamente diminuindo; então para um valor de  $t$  suficientemente grande a actividade total,  $A$  é praticamente devida apenas ao núclido cuja constante de declínio é menor, isto é:

$$A \approx A_{02} e^{-\lambda_2 t}$$

de onde se obtém:

$$\frac{d}{dt}(\log A) = \frac{dA/dt}{A} = -\lambda_2$$

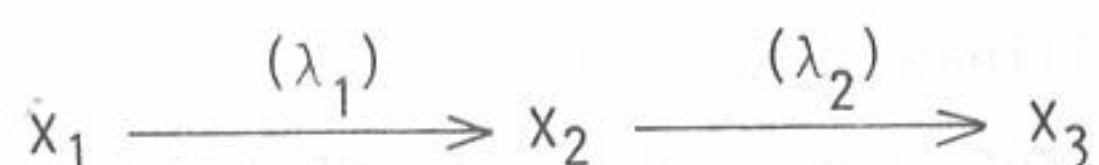


Quer dizer: o declive da parte final da curva, praticamente rectilínea, permite determinar a constante de desintegração  $\lambda_2$ , obtida a partir de  $\text{tag } \theta_2$  (cf. Fig. 12). A extrapolação desta recta e a sua subtracção ponto a ponto da curva de declíneo, dá origem a nova recta que corresponderia ao declíneo do núclido de constante  $\lambda_1$ , se apenas este se encontrasse presente. A constante de declíneo  $\lambda_1$  poderá então ser determinada, a partir de  $\text{tag } \theta_1$ .

### 3. DESINTEGRAÇÃO EM CADEIA: EQUILÍBRIO RADIOACTIVO

#### 3.1 - Actividade do Núclido Descendente em função da do Núclido Progenitor

Estudemos agora o caso em que o núclido descendente  $X_2$  é também radioactivo, dando origem a um núclido  $X_3$ , com uma constante de desintegração  $\lambda_2$ ; teremos então a seguinte cadeia de desintegrações:



A desintegração de  $X$  é descrita, como anteriormente, pela equação:

$$\frac{dN_1}{dt} = -\lambda_1 N_1 = -A_1(t) \quad (3.-1)$$

À medida que os núcleos de  $X_1$  se vão desintegrando, formam-se núcleos de  $X_2$  que, por sua vez, se desintegram com uma constante  $\lambda_2$ . A equação diferencial que descreve a transmutação de  $X_2$  é então:

$$\frac{dN_2}{dt} = \lambda_1 N_1 - \lambda_2 N_2 = A_1(t) - A_2(t) \quad (3.-2)$$

em que  $A_1(t)$  e  $A_2(t)$  são as actividades dos núclidos  $X_1$  e  $X_2$ , respectivamente, no instante  $t$ .

Em acordo com o já obtido anteriormente, a equação diferencial (3.-1) tem por solução:

$$N_1(t) = N_1(0)e^{-\lambda_1 t} \quad (3.-3)$$

em que  $N_1(0)$  é o número de núcleos de  $X_1$  existentes no instante inicial,  $t=0$ . Supondo que neste instante não existia ainda nenhum núcleo de  $X_2$ , isto é, supondo  $N_2(0) = 0$ , a equação diferencial (3.-2) tem por solução:

$$N_2(t) = \lambda_1 N_1(0) \frac{e^{-\lambda_1 t} - e^{-\lambda_2 t}}{\lambda_2 - \lambda_1} \quad (3.-4)$$

Se  $N_2(0)$  não for nulo, verifica-se imediatamente, através da integração da equação (3.-2) que a solução será o segundo membro de (3.-4) adicionado de  $N_2(0)e^{-\lambda_2 t}$ .

A actividade de  $X_2$  no instante  $t$ ,  $A_2(t) = \lambda_2 N_2(t)$  é, então, continuando a supor  $N_2(0) = 0$ , dada por:

$$A_2(t) = \lambda_2 N_2(t) = \frac{\lambda_2}{\lambda_2 - \lambda_1} \lambda_1 N_1(0) \cdot (e^{-\lambda_1 t} - e^{-\lambda_2 t})$$

Como  $\lambda_1 N_1(0) = A_1(0)$ , actividade de  $X_1$  no instante inicial, vem para  $A_2(t)$ :

$$A_2(t) = \frac{\lambda_2}{\lambda_2 - \lambda_1} A_1(0) \cdot (e^{-\lambda_1 t} - e^{-\lambda_2 t}) \quad (3.-5)$$

multiplicando e dividindo o segundo membro de (3.-5) por  $e^{-\lambda_1 t}$ , vem:

$$A_2(t) = \frac{\lambda_2}{\lambda_2 - \lambda_1} \cdot A_1(0) e^{-\lambda_1 t} \cdot \frac{e^{-\lambda_1 t} - e^{-\lambda_2 t}}{e^{-\lambda_1 t}}$$

ou ainda, atendendo a que  $A_1(0)e^{-\lambda_1 t} = A_1(t)$  :

$$A_2(t) = A_1(t) \frac{\lambda_2}{\lambda_2 - \lambda_1} \cdot \{1 - e^{-(\lambda_2 - \lambda_1)t}\} \quad (3.-6)$$

Esta equação permite calcular a actividade da substância descendente,

$X_2$ , em função da actividade da substância progenitora,  $X_1$ , em qualquer instante,  $t$ .

A equação (3.-4) mostra que  $N_2(t) = 0$  para  $t = \infty$  e, por outro lado, essa equação foi obtida a partir da hipótese de que  $N_2(t)$  também é nulo para  $t = 0$ . Como a função  $N_2(t)$  é contínua, existirá necessariamente um instante intermédio,  $t_m$ , em que a função é estacionária, isto é,  $N_2(t_m)$  atinge um valor máximo.

A determinação de  $t_m$  é feita anulando a primeira derivada de  $N_2(t)$ ; de (3.-2) sabe-se que:

$$\frac{dN_2}{dt} = \lambda_1 N_1 - \lambda_2 N_2 ;$$

o anulamento de  $\frac{dN_2}{dt}$  tem assim por consequência que  $\lambda_1 N_1 = \lambda_2 N_2$  ou seja:

$$A_1(t_m) = A_2(t_m) \quad (3.-7)$$

Quere dizer: a actividade da substância descendente atinge um máximo no instante em que igualar a actividade da substância progenitora.

Fazendo em (3.-6)  $t = t_m$ , vem:

$$\frac{\lambda_2}{\lambda_2 - \lambda_1} \left[ 1 - e^{-(\lambda_2 - \lambda_1)t_m} \right] = \frac{A_2(t_m)}{A_1(t_m)} = 1$$

ou seja:

$$\lambda_1 e^{-\lambda_1 t_m} = \lambda_2 e^{-\lambda_2 t_m} ,$$

igualdade que nos permite calcular  $t_m$ :

$$\log \lambda_1 - \lambda_1 t_m = \log \lambda_2 - \lambda_2 t_m$$

$$t_m = \frac{\log \lambda_2 - \log \lambda_1}{\lambda_2 - \lambda_1} = \frac{2,302}{\lambda_2 - \lambda_1} \log_{10} \frac{\lambda_2}{\lambda_1} \quad (3.-8)$$

Como a vida-média  $\tau$  é igual a  $1/\lambda$ , vem:

$$t_m = \frac{\tau_1 \cdot \tau_2}{\tau_1 - \tau_2} \log \frac{\tau_1}{\tau_2} = \frac{2,302 \cdot \tau_1 \cdot \tau_2}{\tau_1 - \tau_2} \log_{10} \frac{\tau_1}{\tau_2} \quad (3.-9)$$



Como atrás se viu, para  $t = t_m$ , a actividade da substância progenitora que ainda existe nesse instante é igual à actividade da substância descendente acumulada desde o instante inicial,  $t = 0$ . Diz-se que, nesse instante, existe equilíbrio ideal. Esta situação de equilíbrio é, evidentemente, transitória: para  $t < t_m$ , a actividade da substância progenitora excede a da substância descendente, invertendo-se a situação para  $t > t_m$ . No parágrafo seguinte estudaremos as condições para que a situação de equilíbrio se mantenha no decurso do tempo.

### 3.2 - Razão entre as Actividades das duas Substâncias

Da equação (3.-6) vem que a razão entre as actividades das substâncias descendente ( $X_2$ ) e progenitora ( $X_1$ ), ao fim de um intervalo de tempo,  $t$ , é dada por:

$$\frac{A_2(t)}{A_1(t)} = \frac{\lambda_2}{\lambda_2 - \lambda_1} \left[ 1 - e^{-(\lambda_2 - \lambda_1)t} \right] \quad (3.-10)$$

A discussão desta equação deve ser realizada separadamente, conforme a grandeza relativa das constantes de declíneo,  $\lambda_1$  e  $\lambda_2$ .

#### 3.2-1 - $\lambda_1$ é maior que $\lambda_2$

Quando  $\lambda_1 > \lambda_2$  o denominador do segundo membro da equação (3.-10) é negativo. Podemos, contudo, reescrever essa equação sob a forma:

$$\frac{A_2(t)}{A_1(t)} = \frac{\lambda_2}{\lambda_1 - \lambda_2} \left[ e^{(\lambda_1 - \lambda_2)t} - 1 \right] \quad (3.-11)$$

Como o expoente da exponencial é positivo, a razão  $A_2/A_1$  cresce continuamente no decurso do tempo. É, por exemplo, o caso da cadeia de desintegração:

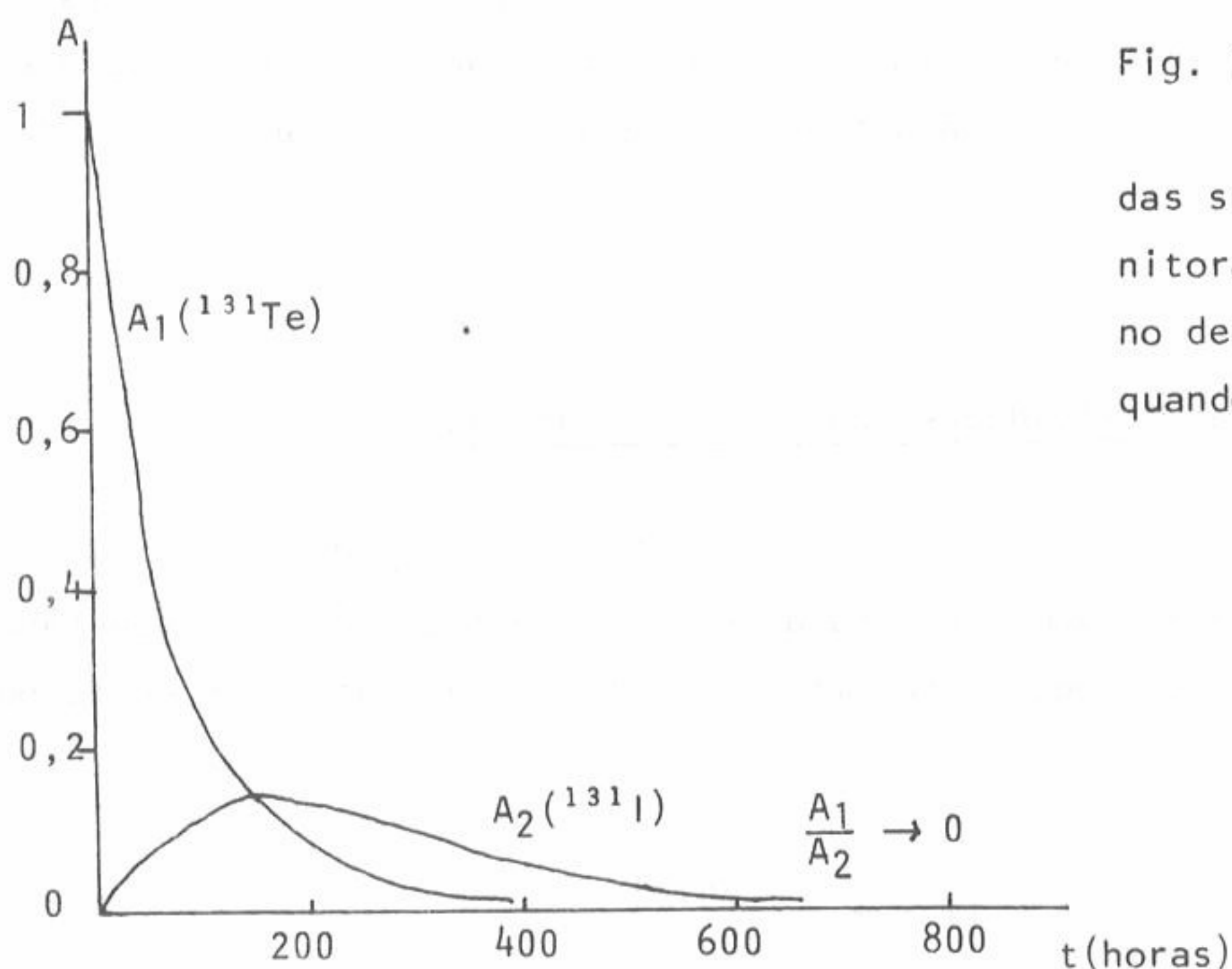


Fig. 13 - Evolução das atividades das substâncias progenitora e descendente, no decurso do tempo, quando  $\lambda_1 > \lambda_2$

A evolução de  $A_1(t)$  e  $A_2(t)$  é, neste caso, a que se representa no gráfico da figura 13.

A partir de um instante inicial em que a substância progenitora se encontra purificada, a substância descendente começa a surgir, crescendo continuamente a sua actividade até ao instante  $t_m$ , em que se dá o equilíbrio ideal entre as duas substâncias. Após esse instante, a actividade da substância descendente decresce mas mantendo um valor crescente para a razão  $A_2/A_1$ .

No caso extremo, em que  $\lambda_1 \gg \lambda_2$ , ter-se-á, ao fim de um tempo suficientemente grande:

$$A_2(t) \approx A_1(t) \frac{\lambda_2}{\lambda_1} e^{\lambda_1 t} e^{-\lambda_2 t}$$

Como  $A_1(t) = \lambda_1 N_1(t) = \lambda_1 N_1(0) e^{-\lambda_1 t}$ , vem:

$$A_2(t) = \lambda_1 N_1(0) e^{-\lambda_1 t} \frac{\lambda_2}{\lambda_1} e^{\lambda_1 t} e^{-\lambda_2 t}$$

ou seja:

$$A_2(t) \approx N_1(0) \lambda_2 e^{-\lambda_2 t} \quad (3.-12)$$

Conclui-se, assim, que no caso de  $\lambda_1 \gg \lambda_2$ , a actividade da substância descendente torna-se, ao fim de um tempo suficientemente longo, praticamente independente da substância progenitora; a quantidade inicialmente existente de núcleos desta, de período breve, transmuta-se rapidamente em núcleos da substância descendente, de período longo, que decrescem com a sua própria constante de declínio,  $\lambda_2$ .

### 3.2-2 - $\lambda_1$ é menor que $\lambda_2$ ; equilíbrio transitório e secular

A equação (3.-6) que traduz a razão entre as actividades das suas substâncias

$$\frac{A_2(t)}{A_1(t)} = \frac{\lambda_2}{\lambda_2 - \lambda_1} \left[ 1 - e^{-(\lambda_2 - \lambda_1)t} \right]$$

conduz agora, a:

$$\left( \frac{A_2}{A_1} \right)_{t \rightarrow \infty} = \frac{\lambda_2}{\lambda_2 - \lambda_1} \quad (3.-13)$$

Isto é, após um intervalo de tempo suficientemente longo, a razão das actividades das duas substâncias é constante. Esta situação atinge-se ao fim de um tempo que seja grande em comparação com o que é necessário para atingir o equilíbrio ideal, dado por (3.-9). Diz-se então que há equilíbrio transitório se  $\lambda_1$  e  $\lambda_2$  são da mesma ordem de grandeza, isto é, se  $\lambda_2$  não for superior a  $10 \times \lambda_1$ . No caso extremo, em que  $\lambda_1 \ll \lambda_2$ , poder-se-á escrever:

$$\lambda_2 \approx \lambda_2 - \lambda_1$$

e, portanto, a equação (3.-10) escreve-se:

$$A_2(t) \approx A_1(t) \cdot (1 - e^{-\lambda_2 t})$$



A actividade da substância descendente cresce então de modo exponencial, com uma constante de tempo igual à sua constante de desintegração. Para  $\lambda_2 t \gg 1$ , isto é, para  $t \gg 1/\lambda_2 = \tau_2$ , em que  $\tau_2$  é a vida-média da substância descendente, a exponencial  $e^{-\lambda_2 t}$  torna-se desprezável perante a unidade; a actividade da substância descendente ficará sensivelmente igual à da substância progenitora: tudo se passa como se a substância descendente se desintegrasse com o mesmo período que o da substância progenitora. Estas duas actividades poderão ser consideradas constantes se o tempo de observação for pequeno perante  $\tau_1 = 1/\lambda_1$ , em que  $\tau_1$  é a vida-média da substância progenitora. Este é, por exemplo, o caso dos minerais radioactivos, em que os elementos radioactivos progenitores têm vidas-médias que atingem valores da ordem de grandeza de  $10^{10}$  ano. O mesmo acontece com o rádio, cuja vida-média é da ordem de grandeza de 1600 ano. Nestes casos diz-se que existe um equilíbrio secular entre  $X_1$  e  $X_2$ .

### 3.3 - Desintegração em Cadeia: Caso Geral

No parágrafo anterior apenas considerámos duas desintegrações sucessivas. Contudo ocorrem também, em certos casos—nas famílias radioactivas, por exemplo— $n$  desintegrações em cadeia, conduzindo a um núclido final estável,  $X_{n+1}$ .

Há, assim, em geral, necessidade de resolver o sistema de  $n+1$  equações diferenciais seguintes:

$$\frac{dN_1}{dt} = -\lambda_1 N_1$$

$$\frac{dN_2}{dt} = \lambda_1 N_1 - \lambda_2 N_2 = A_1(t) - A_2(t)$$

.....

$$\frac{dN_n}{dt} = \lambda_{n-1} N_{n-1} - \lambda_n N_n = A_{n-1}(t) - A_n(t)$$

$$\frac{dN_{n+1}}{dt} = \lambda_n N_n$$

A solução deste sistema de equações diferenciais foi obtida, entre outros, por Bateman\*, no caso particular da substância progenitora da cadeia se encontrar purificada no instante inicial,  $t = 0$ , o que corresponde a afirmar que:

$$N_2(0) = N_3(0) = \dots = N_n(0) = 0$$

A solução é:

$$N_n(t) = C_1 \cdot e^{-\lambda_1 t} + C_2 \cdot e^{-\lambda_2 t} + \dots + C_n \cdot e^{-\lambda_n t}$$

em que:

$$C_1 = \frac{\lambda_1 \cdot \lambda_2 \cdot \lambda_3 \cdot \dots \cdot \lambda_{n-1}}{(\lambda_2 - \lambda_1)(\lambda_3 - \lambda_1) \dots (\lambda_n - \lambda_1)} N_1(0)$$

$$C_2 = \frac{\lambda_1 \cdot \lambda_2 \cdot \lambda_3 \cdot \dots \cdot \lambda_{n-1}}{(\lambda_1 - \lambda_2)(\lambda_3 - \lambda_2) \dots (\lambda_n - \lambda_2)} N_2(0)$$

etc.

### 3.4 - Unidades de Actividade: o curie e o becquerel

A actividade das substâncias radioactivas tem sido medida por meio de uma unidade designada por curie. Inicialmente o curie foi definido como sendo a actividade da quantidade de radão-222 ( $^{222}\text{Rn}$ ), cujo período de semi-desintegração é  $T_{1/2} = 3,825$  dia, que está em equilíbrio secular com um grama de rádio-226 ( $^{226}\text{Ra}$ ), cujo período de semidesintegração é  $T_{1/2} = 1622$  ano.

Na realidade, em acordo com o que se estudou no parágrafo (3.2-2) estão satisfeitas as condições para ocorrer em equilíbrio secular entre o  $^{222}\text{Rn}$  e o  $^{226}\text{Ra}$  e, nestas condições a actividade do primeiro é igual à do segundo, pelo que se pode escrever:

(\*) Bateman - Proc. Cambridge Phil. Soc., 15, 423(1910)

$$1 \text{ curie} = \lambda N_0 = \frac{0,693}{T_{1/2}} \frac{N_a}{A} \quad (3.-14)$$

em que  $T_{1/2}$  é o período de semidesintegração do  $^{226}\text{Ra}$ ,  $N_a$  é o número de Avogadro e  $A$  é a massa atômica daquele núclido. A partir da equação (3.-14) obtem-se que a actividade de um curie seria igual a  $3,61 \times 10^{10}$  desintegrações por segundo.

Posteriormente verificou-se haver vantagem em tornar a definição desta unidade independente do valor do período do  $^{226}\text{Ra}$ , visto que novas determinações experimentais desta quantidade, efectuadas com maior precisão, obrigariam a uma mudança do valor do curie. Uma tal situação apresentaria manifestos inconvenientes do ponto de vista prático.

Nestas condições, foi internacionalmente aceite como definição de curie a actividade de uma substância radioactiva que dá origem a  $3,7 \times 10^{10}$  desintegrações por segundo:

$$1 \text{ curie (Ci)} = 3,7 \times 10^{10} \text{ s}^{-1}$$

Utilizam-se frequentemente os submúltiplos desta unidade, o microcurie ( $\mu\text{Ci}$ ) e o milicurie ( $\text{mCi}$ ).

O curie não faz parte do Sistema Internacional de Unidades. Por este facto, definiu-se uma nova unidade de actividade— o becquerel, de símbolo Bq — como sendo a actividade que dá origem a uma desintegração por segundo, tendo-se assim:

$$1 \text{ Ci} = 3,7 \times 10^{10} \text{ Bq} .$$

### 3.5 - Séries de Núclidos Radioactivos

À medida que se foram descobrindo os diversos núclidos radioactivos naturais foi-se verificando que havia certas relações de filiação entre eles, podendo ser agrupados em três famílias radioactivas naturais: tório, urânio-rádio e urânio-actínio. Como as relações de dependência entre núclidos de uma mesma família se obtêm através de declíneos alfa ou beta, dois núclidos sucessivos terão números de massa diferindo de quatro unidades, no primeiro caso, ou serão iguais, no segundo. Assim, os núclidos de uma mesma família têm núme-



ros de massa que deverão obedecer a uma das seguintes leis, em que  $n$  é um número inteiro:

$$a) 4n \quad ; \quad b) 4n + 1 \quad ; \quad c) 4n + 2 \quad ; \quad d) 4n + 3 \quad .$$

Efetivamente as leis de formação de números de massa a), c) e d) encontram-se nas famílias do tório, do urânio-rádio e do urânio-actínio, respectivamente. No entanto, a família correspondente a  $4n + 1$  foi igualmente obtida a partir de um núclido transuraniano, o Neptúnio-237, de símbolo  $^{237}\text{Np}$ , que é o progenitor de uma quarta família radioactiva. Na realidade, as famílias existentes na Natureza têm necessariamente que ter como progenitores iniciais núclidos cuja vida-média seja longa em comparação com a idade da Terra. Não é isso que sucede ao  $^{237}\text{Np}$ , pelo que não poderiam subsistir vestígios deste núclido desde a formação do nosso planeta, mesmo que ele fosse inicialmente existente entre os elementos que entravam na sua composição.

O quadro (III-1) apresenta alguns dados relativos às quatro famílias radioactivas.

QUADRO III-1

FAMÍLIAS RADIOACTIVAS

Nome	Número de massa	Progenitor	Período (anos)	Núclido final (estável)
TÓRIO	$4n$	$^{232}\text{Th}$	$1,4 \cdot 10^{10}$	$^{208}\text{Pb}$
NEPTÓNIO	$4n + 1$	$^{237}\text{Np}$	$2,2 \cdot 10^6$	$^{209}\text{Bi}$
URÂNIO-RÁDIO	$4n + 2$	$^{238}\text{U}$	$4,5 \cdot 10^9$	$^{206}\text{Pb}$
URÂNIO-ACTÍNIO	$4n + 3$	$^{235}\text{U}$	$7,2 \cdot 10^8$	$^{207}\text{Pb}$

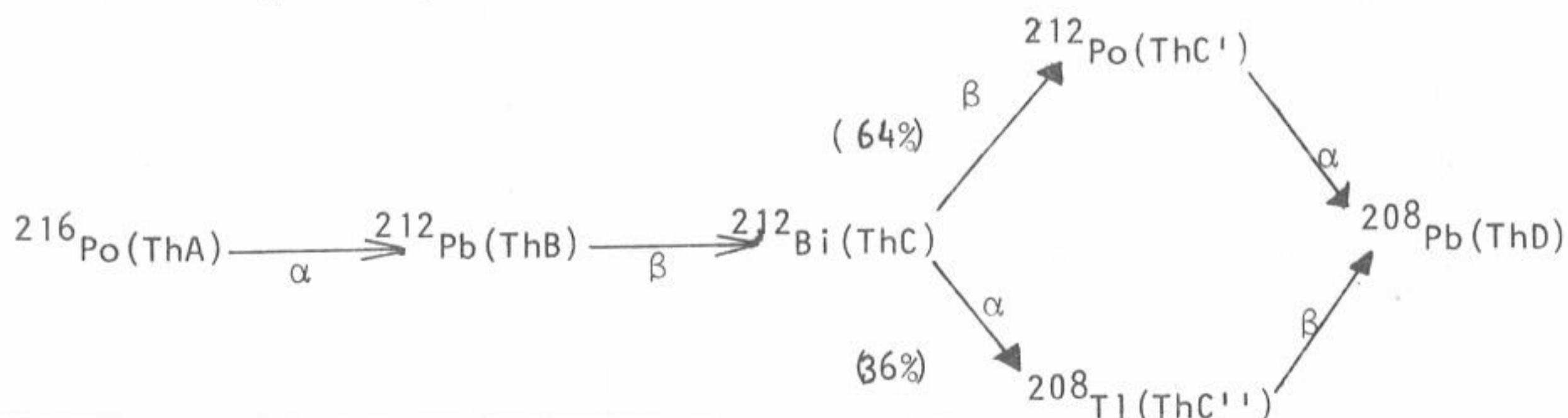
As figuras 14 a 17 representam diagramas de Segrè correspondentes às quatro famílias radioactivas, evidenciando as respectivas relações de filiação

Nestes diagramas cada núclido é indicado pelo seu símbolo que, para as famílias naturais, corresponde ao nome que lhe foi dado pelo seu descobridor, hoje apenas com interesse histórico. Posteriormente, verificou-se que muitos desses núclidos são isótopos de outros já conhecidos; a sua identificação pode ser feita nos diagramas a partir dos eixos coordenados. Assim, por exemplo, o RaC' (rádio-C') é o  $^{214}\text{Po}$  ( $Z=84$ ,  $N=130$ ) e o ThD (tório-D) é o  $^{208}\text{Pb}$  ( $Z=82$ ,  $N=126$ ).

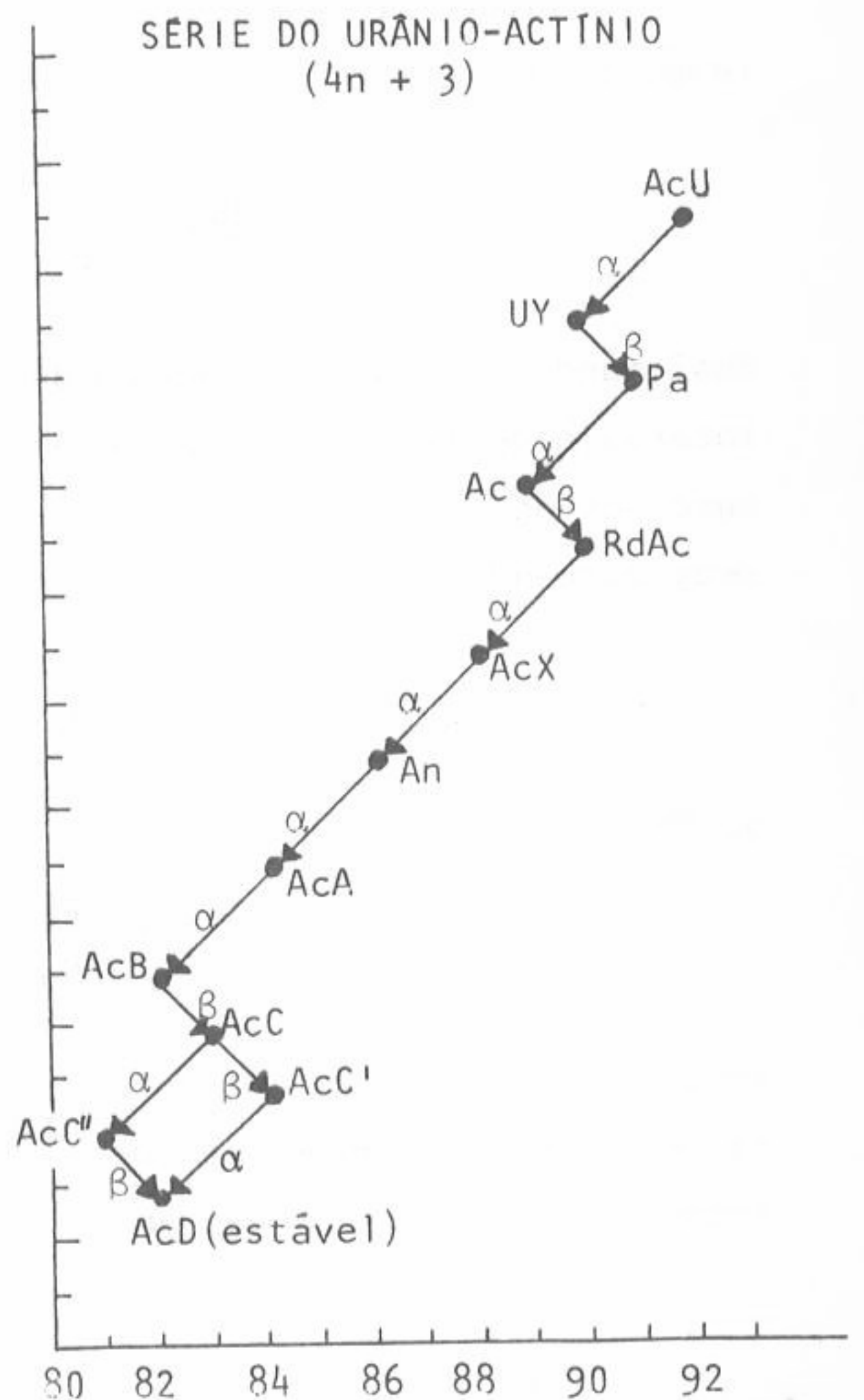
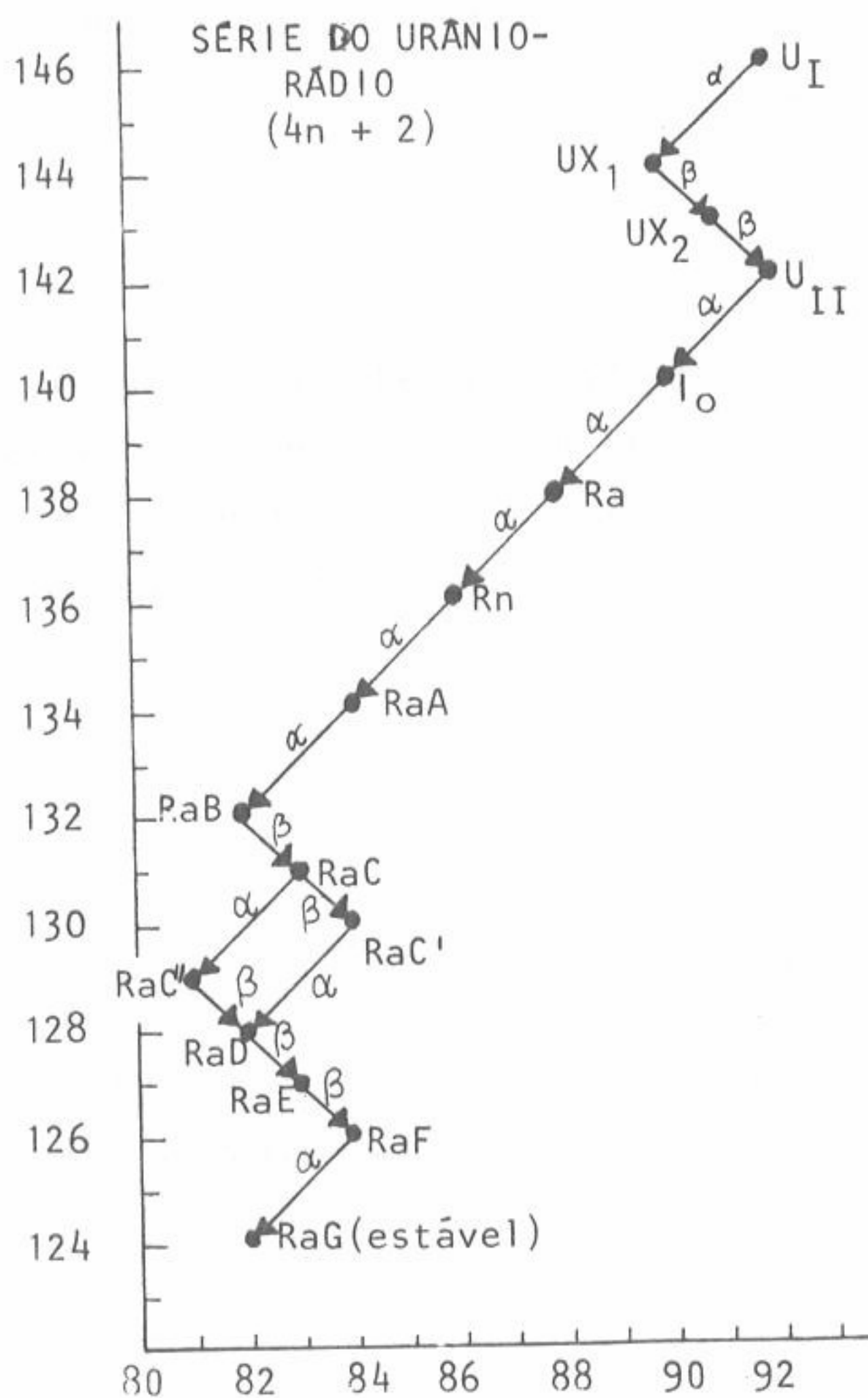
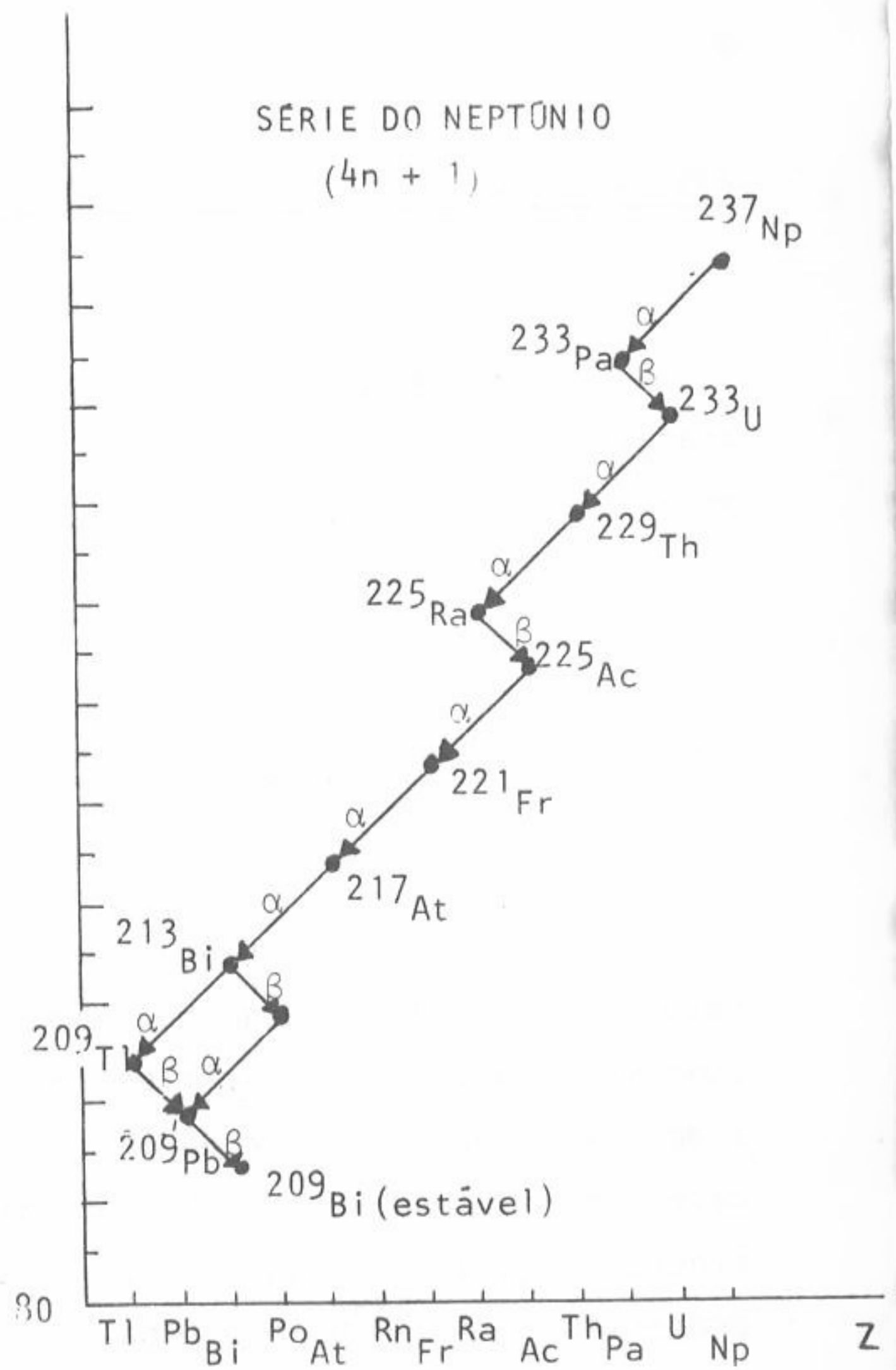
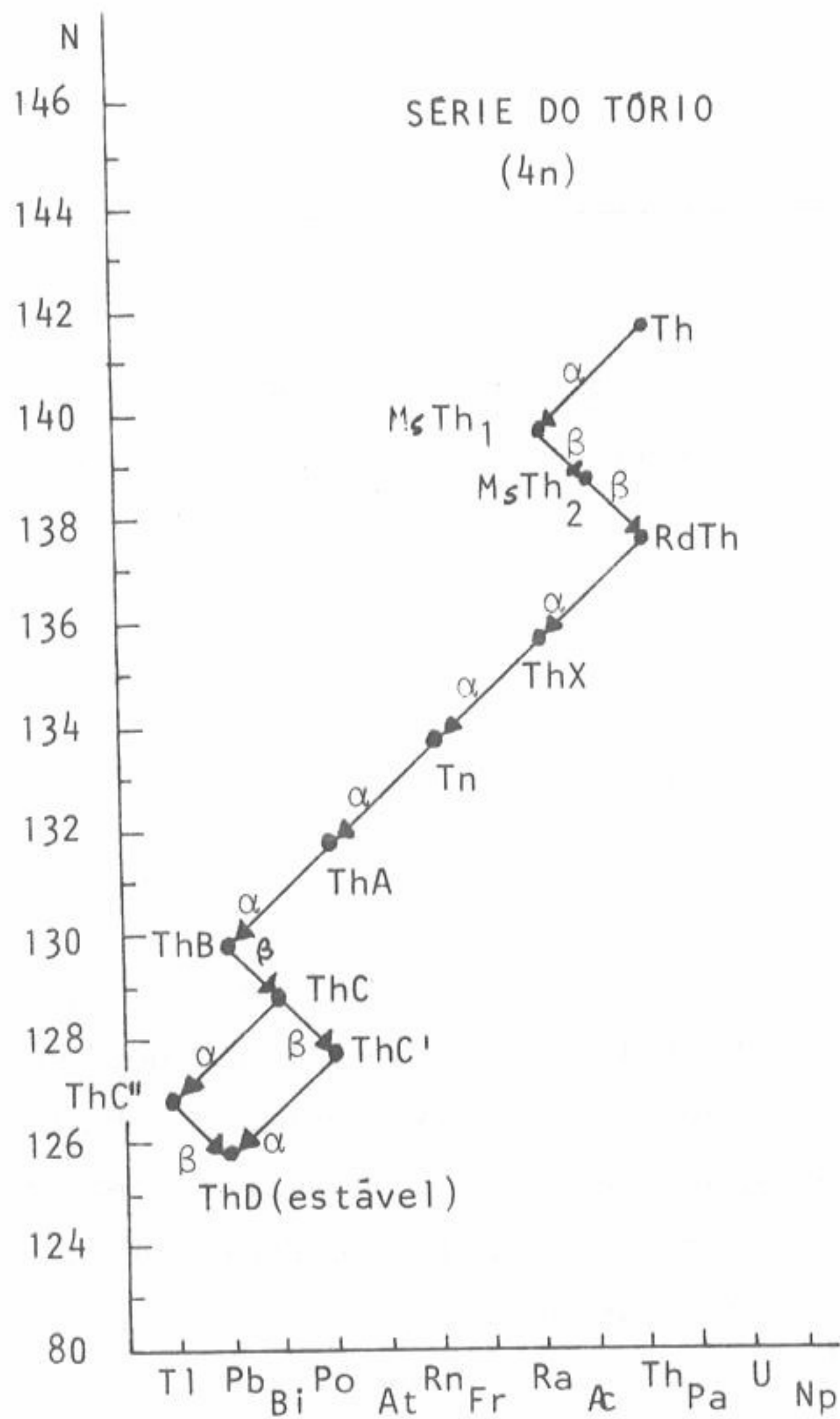
Pode ainda ser notado naqueles diagramas que, enquanto a maior parte dos núclidos instáveis neles presentes se desintegram de um modo bem definido (por emissão alfa ou beta), alguns deles apresentam os dois modos de decaimento, em competição. É, por exemplo, o caso do ThC ( $^{212}\text{Bi}$ ) ou do  $^{213}\text{Bi}$ .

Deve igualmente notar-se que nas famílias radioactivas naturais existem elementos gasosos, todos eles isótopos do radão:  $^{220}\text{Rn}$  na família do tório,  $^{221}\text{Rn}$  na família do urânio-actínio e o  $^{222}\text{Rn}$  na família do urânio-rádio, conhecidos na antiga nomenclatura por torão, actinão e radão, respectivamente. Pelo facto de serem gasosos, estes elementos poderão libertar-se da amostra em que são produzidos, vindo a depositar-se em superfícies que se encontrem próximas. Como os isótopos do radão são emissores alfa, o recuo sofrido pelos núcleos, quando da emissão de uma dessas partículas, faz com que os núcleos descendentes fiquem implantados nessas superfícies. A desintegração posterior destes vai dar origem aos restantes núcleos da família radioactiva. O fenómeno descrito dá, assim, origem a um "depósito activo" nas superfícies que estiverem submetidas à irradiação.

Suponhamos, por exemplo, uma superfície exposta a  $^{228}\text{Th}$ , um núclido que, na família do tório, antecede o  $^{220}\text{Rn}$  (torão). A emissão de partículas alfa por este núclido provoca a criação de um "depósito activo do tório" que é constituído pela seguinte cadeia radioactiva:







Figs. 14 a 17: Diagramas de Segrè das famílias radioactivas.



O depósito activo do tório é muito utilizado como fonte-padrão na calibração de espectómetros para a determinação de energia de partículas alfa e beta.

### 3.6 - A Idade dos Minerais e a Datação dos Materiais Arqueológicos

Como se viu no parágrafo anterior, o declínio de uma família radioactiva natural conduz à formação de átomos de chumbo estável. Se um estrato geológico contiver uma daquelas famílias, a determinação da razão das massas do chumbo e do elemento progenitor da família presentes numa amostra do estrato permite determinar a idade deste. Suponha-se, para concretizar, que se trata de um mineral de urânio, o qual contém a família de urânio-rádio, em que o elemento progenitor é o  $^{238}\text{U}$  e o final é o  $^{206}\text{Pb}$ .

O número de núcleos de urânio-238 que se desintegram por unidade de tempo é dado por equação (1.-1):

$$-\frac{dN_U}{dt} = \lambda_U N_U \quad ;$$

designando por  $N_{\text{Pb}}$  o número de átomos de chumbo-206 formados e por  $t$  o intervalo de tempo passado desde a constituição do mineral, o número de átomos surgidos por unidade de tempo é, evidentemente,  $N_{\text{Pb}}/t$ . Como o urânio e os seus descendentes se mantêm em equilíbrio secular, ter-se-á necessariamente:

$$\lambda_U N_U = \frac{N_{\text{Pb}}}{t}$$

ou seja:

$$t = \frac{1}{\lambda_U} \cdot \frac{N_{\text{Pb}}}{N_U} = \frac{T_{1/2} \cdot 238 \cdot m(\text{Pb})}{0,693 \cdot 206 \cdot m(\text{U})}$$

em que  $T_{1/2}$  é o período de semidesintegração do  $^{238}\text{U}$  e  $m(\text{Pb})$  e  $m(\text{U})$  são, respectivamente, as massas de  $^{206}\text{Pb}$  e  $^{238}\text{U}$  presentes na amostra do mineral. Introdzindo na expressão anterior o valor do período do  $^{238}\text{U}$  obtem-se:

$$t = \frac{m(\text{Pb})}{m(\text{U})} \cdot 7,5 \times 10^9 \text{ ano}$$

Este método de datação dos minerais e, portanto, dos estratos geológicos em que se encontram incluídos, foi o primeiro que se utilizou baseado no fenómeno da radioactividade<sup>(\*)</sup>.

Têm-se construído outros métodos de datação de minerais baseados na radioactividade de outros elementos instáveis que, em quantidades muito pequenas, se encontram igualmente na natureza. O quadro III-2 inclui os principais núclidos radioactivos naturais que não pertencem às famílias radioactivas anteriormente estudadas.

A radioactividade tem sido também utilizada na datação absoluta de materiais arqueológicos. O método mais antigo empregado com esse fim baseia-se na determinação da actividade de um núclido radioactivo de carbono, o  $^{14}\text{C}$ , emissor beta com um período de 5.570 ano.

O método baseia-se no facto de que na atmosfera ocorre a reacção nuclear  $^{14}\text{N} (n,p) ^{14}\text{C}$ , originada no bombardeamento do azoto atmosférico por neutrões produzidos em reacções provocadas pela radiação cósmica. Através dos tempos, o  $^{14}\text{C}$  vai sendo incorporado nos seres vivos pelos processos orgânicos naturais. Como a razão entre o  $^{14}\text{C}$  e o  $^{12}\text{C}$  existente na atmosfera é conhecida, a determinação dessa razão num dado material permite determinar o intervalo de tempo que decorreu após a sua formação. O número de átomos de  $^{14}\text{C}$  presente numa amostra do material pode ser determinado através da medição da sua actividade pois, pela fórmula (3.-1), tem-se:

$$A(^{14}\text{C}) = - \frac{dN(^{14}\text{C})}{dt} = \lambda(^{14}\text{C}) \cdot N(^{14}\text{C})$$

Assim, por exemplo, uma dada planta incorpora carbono nos tecidos enquanto vive, no qual o  $^{14}\text{C}$  está contido numa determinada razão quando refe-

---

(\*) A este respeito é elucidativa a leitura do artigo de L. Kowalski publicado em "The Physics Teacher", 14, 409-416 (1976)

QUADRO 111-2

NÚCLIDOS RADIOACTIVOS NATURAIS NÃO INCLuíDOS  
NAS FAMÍLIAS RADIOACTIVAS

Núclido	Período (ano)	Modo de decaimento
$^{40}\text{K}$	$1,3 \times 10^9$	$\beta^-$ , C.E.
$^{50}\text{V}$	$5 \times 10^{15}$	$\beta^-$ , C.E.
$^{87}\text{Rb}$	$5 \times 10^{10}$	$\beta^-$
$^{115}\text{In}$	$6 \times 10^{14}$	$\beta^-$
$^{138}\text{La}$	$1 \times 10^{11}$	$\beta^-$ , C.E.
$^{144}\text{Nd}$	$3 \times 10^{15}$	$\alpha$
$^{147}\text{Sm}$	$1,3 \times 10^{11}$	$\alpha$
$^{176}\text{Lu}$	$4,5 \times 10^{10}$	$\beta^-$ , C.E.
$^{187}\text{Re}$	$4 \times 10^{12}$	$\beta^-$

rido ao nuclido maioritário, o  $^{12}\text{C}$ . Após a morte da planta, os processos metabólicos cessam e não será incorporado mais carbono nos seus tecidos. O decaimento radioactivo do  $^{14}\text{C}$  faz com que aquela razão diminua. Nestas condições, admitindo que a razão  $^{14}\text{C}/^{12}\text{C}$  presente na atmosfera terrestre se tem mantido constante ao longo dos tempos, a medição da actividade do  $^{14}\text{C}$  ainda existente hoje permite determinar, através da fórmula (3.-1), a concentração



actual do  $^{14}\text{C}$  e, a partir dela, o intervalo de tempo que nos separa da morte da planta

#### 4. - RADIOACTIVIDADE ARTIFICIAL

Como já anteriormente se referiu, é possível induzir radioactividade numa substância inicialmente não radioactiva, sujeitando-a a uma irradiação de neutrões, por exemplo num reactor nuclear, ou de partículas carregadas provenientes de um acelerador de partículas.

Seja  $S$  a taxa de produção constante de núcleos radioactivos, isto é, o número de núcleos radioactivos produzidos por unidade de tempo. Designando por  $N(t)$  o número total de núcleos radioactivos existentes ao fim de um intervalo de tempo  $t$  após o início da irradiação, ter-se-á:

$$dN(t) = S dt - \lambda \cdot N(t) dt \quad (4.-1)$$

O segundo membro desta equação exprime a competição entre o crescimento devido à produção de núcleos radioactivos e o seu desaparecimento devido ao seu próprio declínio.

A equação diferencial que traduz o fenómeno da produção de núclidos radioactivos artificiais é então, a partir de (4.-1):

$$\frac{dN(t)}{dt} = S - \lambda \cdot N(t) \quad (4.-2)$$

Admitindo que  $N(0) = 0$ , isto é, que o intervalo de tempo começa a ser medido a partir do início da irradiação, a integração da equação (4.-2) conduz a:

$$N(t) = \frac{S}{\lambda} (1 - e^{-\lambda t}) \quad (4.-3)$$

Como a actividade  $A(t)$  é definida pela equação (1.-4), ter-se-á:

$$A(t) = S(1 - e^{-\lambda t}) \quad (4.-4)$$

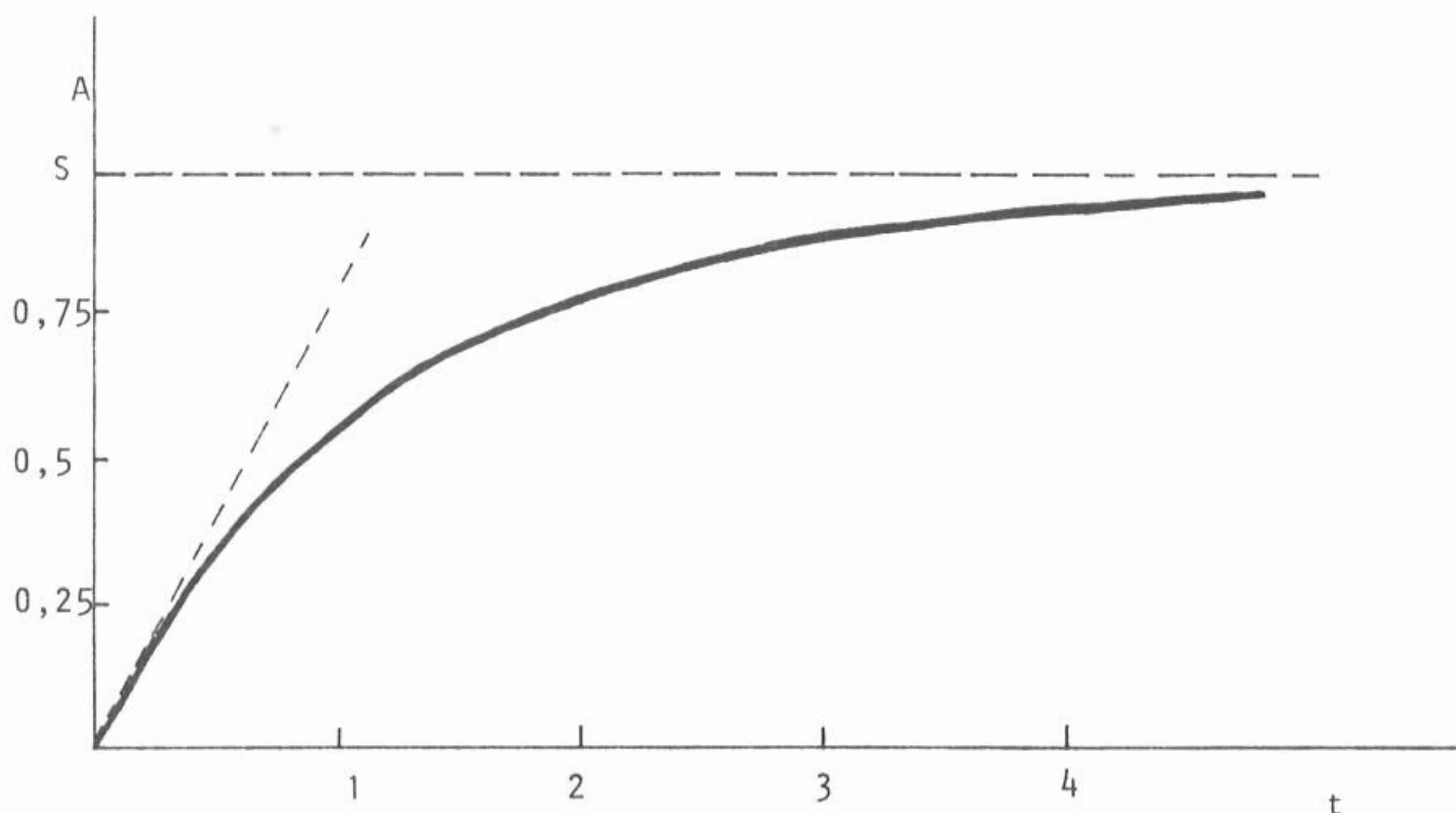


Fig. 18 - Curva da actividade produzida por irradiação em função do tempo (expresso em períodos do núclido produzido); S: actividade de saturação.

A equação (4.-4) mostra que a actividade obtida no decurso do tempo tende assintoticamente para S (fig. 18), isto é, S corresponde a uma actividade de saturação. Não há assim interesse, na prática, em irradiar indefinidamente uma amostra quando se pretende obter um núclido radioactivo artificial. A equação (4.-4) mostra que o intervalo de tempo óptimo de irradiação depende do período de semidesintegração,  $T_{\gamma_2}$ , do núclido produzido.

Na realidade, irradiando durante um intervalo de  $t = T_{\gamma_2}$ , a actividade produzida é igual a  $S/2$ ; para  $t = 4 \times T_{\gamma_2}$  essa actividade é igual a  $0,94 \times S$  e para  $t = 5 \times T_{\gamma_2}$  ela é igual a  $0,97 \times S$ . Conclui-se assim que não se ganha praticamente nada prolongando o tempo de irradiação para além de um valor igual a  $5 \times T_{\gamma_2}$ .

Uma outra grandeza que interessa aqui definir é o rendimento de uma irradiação, geralmente representado por  $Y$ . O rendimento é definido como a taxa de crescimento da actividade no início da irradiação. Ele é assim calculado a partir da derivada em ordem ao tempo da actividade para  $t = 0$ :

$$\gamma = \left( \frac{dA}{dt} \right)_{t=0} = \lambda \cdot S$$

O rendimento  $\bar{\gamma}$ , assim, dado pela inclinação da tangente na origem da curva do crescimento da actividade produzida em função do tempo (fig. 18).

A actividade de saturação,  $S'$ , depende do fluxo das partículas bombardeantes, do número de núcleos presentes no alvo por unidade de massa e da secção eficaz para a reacção nuclear considerada. Deduz-se, assim, imediatamente que o valor de  $S$ , expresso em curie/grama é dado por:

$$S' = \frac{0,6 \cdot \sigma \cdot \phi}{3,7 \times 10^{10} \cdot A} \quad (4.-5)$$

em que:

- $\sigma$  é a secção eficaz para a reacção nuclear considerada, expressa em barn;
- $\phi$  é o fluxo de partículas bombardeantes expresso em número de partículas por  $\text{cm}^2$  e por segundo;
- $A$  é a massa atômica dos núcleos do alvo.





# CAPÍTULO IV

## MODELO NUCLEAR DA GOTA LÍQUIDA

### 1. - INTRODUÇÃO

A sistematização das propriedades do núcleo que se vão conhecendo a partir de determinações experimentais, bem como o seu enquadramento teórico, têm sido realizados através da construção de modelos nucleares na impossibilidade, ainda existente, de se realizar uma teoria geral que abranja todos os aspectos do comportamento nuclear. Têm sido, assim, concebidos diversos modelos nucleares que partem de bases diversas, consoante o tipo de propriedades que se pretende enquadrar ou explicar. Um dos primeiros de que se partiu, de base fenomenológica, foi o modelo nuclear da "gota líquida" em que o núcleo é assimilado a uma gota macroscópica de matéria fluída; vejamos quais os argumentos de que se partiu para uma tal assimilação.

Em primeiro lugar, pôde-se concluir, atendendo à fórmula empírica que permite calcular o raio clássico do núcleo, que a densidade da matéria nuclear é constante. Por outro lado, verificou-se que a energia de ligação por nucleão é aproximadamente constante num grande domínio de variação dos números de massa (desde  $A \approx 20$  até  $A \approx 180$ ). Finalmente, a força de interacção forte nuclear é a mesma para prótons e para neutrões. Foram estas propriedades que fizeram pensar numa analogia macroscópica entre o núcleo e uma gota de líquido, constatada, pela primeira vez por Von Weizsäcker, em 1935. Na realidade, a primeira propriedade apontada tem como analogia a incompressibilidade de um líquido; a segunda recorda o que se passa com o calor de vaporização de um líquido, que é independente das dimensões da gota; finalmente, a terceira propriedade lembra o comportamento das forças de Van der Waals existentes entre as moléculas de um líquido orgânico.

O modelo nuclear da "gota líquida" — em que toda a estrutura interna do núcleo é ignorada — não permite, evidentemente, sistematizar e prever as pro-

priedades nucleares que dependem dos comportamentos individuais dos nucleões, cujos estados são quantificados. Contudo, este modelo foi, e continua a ser, de grande valor para o estabelecimento da sistemática das massas e energias de ligação nucleares tendo sido deduzida, a partir dele, a chamada fórmula semiempírica de massa.

Ele permitiu, igualmente, construir uma teoria simplificada para o fenômeno da fissão nuclear.

## 2. - FÓRMULA SEMIEMPÍRICA DE MASSA

Como se viu anteriormente, a massa de um núcleo de número atômico  $Z$  e número de massa  $A$  é dada por:

$$m(A,Z) = Z \cdot m_p + (A-Z)m_n - B$$

em que  $m_p$  e  $m_n$  são, respectivamente, as massas do próton e do nêutron e  $B$  é a energia de ligação nuclear expressa em unidades de massa. Se for possível calcular  $B$  a partir de uma expressão geral poder-se-á avaliar teoricamente energias de ligação e massa nucleares. Com este fim, Von Weizsäcker utilizou o modelo nuclear da gota líquida, assimilando  $B$  a uma energia latente de condensação. Esta assimilação permitiu-lhe propor uma fórmula semiempírica para a energia de ligação  $B$ , em que esta grandeza é obtida pela adição de diversas contribuições deduzidas teoricamente:

$$B = B_1 + B_2 + B_3 + \dots \quad (2.-1)$$

A importância relativa de cada uma destas contribuições é determinada empiricamente, ajustando os valores de  $B$  com os valores experimentais de massas nucleares conhecidas (daí vem o nome de fórmula semiempírica de massa). O tratamento aqui feito deste problema baseia-se na forma que lhe deu Bethe e Backer, pelo que a fórmula semiempírica de massa utilizada correntemente hoje é conhecida por fórmula de Bethe - Weizsäcker.

A assimilação macroscópica feita, permite imediatamente prever, para a



expressão de  $B$ , três termos, designados por energia de volume, energia de superfície e energia de Coulomb.

### 2.1 - Energia de Volume ( $B_1$ ).

Uma gota líquida mantém-se coesa devido a forças de interacção entre as suas moléculas. De modo análogo, a maior contribuição para a energia de ligação de um núcleo deverá provir da interacção mútua entre nucleões, resultante da acção das forças nucleares; este termo será designado por  $B_1$  e a sua expressão foi obtida a partir de factos experimentais já anteriormente estudados. Com efeito, viu-se que a energia de ligação por nucleão,  $B/A$ , é aproximadamente constante em quase todo o domínio de variação do número de massa. Esta constância só não é observada para os núcleos cujos números de massa são muito baixos ou muito elevados. Este facto levou a suspeitar que o termo principal da energia de ligação  $B$ , isto é  $B_1$ , deverá ser tal que  $B_1/A$  seja de facto constante; os desvios observados nos extremos da escala dos números de massa provirão de uma grande influência de outros termos existentes em  $B$ , a qual não se faz sentir decisivamente nos núcleos para os quais  $B/A$  é aproximadamente constante. Ter-se-á, assim, para a energia de volume:

$$\frac{B_1}{A} = \text{constante}$$

$$\text{ou,} \quad B_1 = a_v \cdot A \quad (2.-2)$$

em que  $a_v$  é uma constante a determinar empiricamente.

### 2.2 - Energia de Superfície ( $B_2$ ).

Uma proporcionalidade entre  $B_1$  e  $A$  implica uma constância na intensidade de força de interacção entre cada nucleão e aqueles que imediatamente o rodeiam. Contudo, os nucleões que se encontrarem situados na região superficial do núcleo estão necessariamente menos ligados dos que se encontram no interior, pois são rodeados por menos nucleões que estes últimos. O número de nucleões que se encontram na camada superficial do núcleo é proporcional à

superfície deste e, portanto, proporcional a  $R^2$ , em que  $R$  é o raio clássico nuclear.

O termo correspondente à energia de superfície deverá, assim, ser dado por:

$$B_2 = -a_s A^{2/3} \quad (2.-3)$$

visto que  $R$  é proporcional a  $A^{1/3}$ . O sinal negativo em (2.-3) deve-se a que o efeito da energia de superfície é de enfraquecer a energia de ligação do núcleo, devendo, portanto, ter um sinal contrário ao de  $B_1$ .

A energia de superfície tem como equivalente clássico macroscópico, numa gota líquida, a energia correspondente à tensão superficial. Numa gota, a estabilidade é tanto maior quanto menor for o enfraquecimento devido à energia de superfície; é por este motivo que as gotas de líquido têm uma forma esférica, visto que esta forma é a que tem uma superfície mínima para um dado volume. Nestas condições, deve-se esperar que os núcleos que apresentam uma simetria esférica serão os mais estáveis, pelo menos na região em que a energia de ligação por nucleão é aproximadamente constante.

### 2.3 - Energia de Coulomb ( $B_3$ ).

Devido ao facto dos prótons serem partículas electricamente carregadas, existe uma força de repulsão electrostática entre eles que contraria a força de interacção forte entre os nucleões. Esta última é, como se viu, de grande intensidade e de curto alcance; pelo contrário, a força de repulsão electrostática é de muito menor intensidade mas é de longo alcance.

Como os nucleões se encontram em movimento dentro do núcleo, pode-se considerar que, em média, a carga dos prótons se encontra uniformemente distribuída numa esfera de raio  $R$ . O termo correspondente à energia de Coulomb pode, então, ser calculado do modo seguinte: Suponha-se o núcleo numa fase intermediária da sua formação, com um raio  $r$  e comece-se por calcular a energia necessária para lhe adicionar um próton. Sendo  $\rho_p$  o número de prótons por unidade de volume, a carga existente no núcleo parcialmente constituído (com raio  $r$ ) é  $(4/3 \cdot \pi r^3 \cdot \rho_p) \cdot e$ , em que  $e$  é a carga elementar; o trabalho



realizado contra a força de Coulomb quando se adiciona um novo próton  $\tilde{e}$ , então, dado por:

$$\int_{\infty}^r \frac{4/3\pi \cdot r^3 \rho_p e^2}{x^2} dx = -\frac{4}{3} \pi r^2 e^2 \rho_p$$

Considere-se agora o trabalho necessário para acrescentar ao núcleo de raio  $r$  uma camada de prótons de espessura  $dr$ . Como o volume desta é igual a  $4\pi r^2 \cdot dr$ , existirão nela  $(4\pi r^2 \cdot dr) \cdot \rho_p$  prótons; a energia fornecida na constituição desta camada  $\tilde{e}$ , então, dada por:

$$\left(-\frac{4}{3} \pi r^2 e^2 \rho_p\right) \times (4\pi r^2 dr \cdot \rho_p) = -\frac{16}{3} \pi^2 r^4 \rho_p^2 e^2 dr$$

Nestas condições, para a reunião de todos os prótons de modo a constituir uma esfera de raio  $R$  (o raio do núcleo), é necessária uma energia dada por:

$$\int_0^R \left(-\frac{16}{3} \pi^2 r^4 \rho_p^2 e^2\right) \cdot dr = -\frac{16}{15} \pi^2 \rho_p^2 R^5 e^2$$

Como  $\rho_p = \frac{Z}{4/3 \cdot \pi R^3}$ , a energia de Coulomb vem dada por:

$$B_3 = -\frac{3}{5} \frac{Z^2 e^2}{r_0 A^{1/3}}$$

Fazendo  $\frac{3}{5} \frac{e^2}{r_0} = a_c$ , vem finalmente:

$$B_3 = -a_c \frac{Z^2}{A^{1/3}} \quad (2.-4)$$

em que  $a_c$  é uma constante.

#### 2.4 - Energia Devida ao Excesso de Neutrões. (Energia de Assimetria, $B_4$ )

Até aqui temos considerado o núcleo no quadro da Física Clássica, deduzindo os termos da energia de ligação que podem ser obtidos no âmbito dessa assimilação. Nestas condições, a equação de massa seria dada por:



$$m(A,Z) = Z \cdot m_p + (A-Z) \cdot m_n - a_v A + a_s A^{2/3} + a_c \frac{Z^2}{A^{1/3}} \quad (2.-5)$$

Se esta fórmula for correcta, ela deverá permitir a previsão de resultados correctos no que respeita à estabilidade nuclear. As condições de máxima estabilidade, para um dado número de massa  $A$ , obtem-se tomando o máximo da função  $m(A,Z)$ , para  $A$  constante, isto é, calculando

$$\left[ \frac{\partial}{\partial Z} m(A,Z) \right] (A \text{ constante}) = 0$$

De (2.-5) obtem-se:

$$\frac{\partial m}{\partial Z} = m_p - m_n + \frac{2a_c Z}{A^{1/3}} = 0$$

Desta equação vem, como condição de máxima estabilidade:

$$Z = 0,66 A^{1/3} \quad (2.-6)$$

Esta condição não está de acordo com os resultados experimentais, conduzindo a resultados erróneos. Este facto mostra que ou as bases de que se partiu para a dedução da fórmula semiempírica de massa carecem de fundamento ou então a expressão até agora obtida constitui uma aproximação grosseira, sendo insuficiente para dar conta dos resultados experimentais. Admitindo esta última, torna-se necessário considerar outras contribuições para a massa do núcleo, além das já incluídas na fórmula (2.-5), que são óbvias de um ponto de vista clássico.

Fazendo uma sistemática dos núcleos estáveis e construindo com eles o diagrama de Segrè (fig. 3), verifica-se que, para baixos valores de número atómico (até  $Z=20$ ), os núcleos estáveis distribuem-se junto da recta  $N=Z$ , ao passo que para valores mais elevados do número atómico a estabilidade nuclear só se observa quando existe uma supremacia de neutrões sobre protões; a diferença  $N - Z$  nos núcleos estáveis vai aumentando à medida que  $Z$  aumenta, chegando a exceder 50% do número de protões, nos núcleos mais pesados.

É, assim, necessário que a fórmula semiempírica de massa nuclear contenha um termo que inclua este efeito. A sua dedução não pode ser feita em termos de uma assimilação clássica do núcleo a uma gota líquida, fazendo intervir

um tratamento quântico das forças nucleares. Pode, contudo, observar-se, em termos qualitativos, que um excesso de neutrões é necessário de modo a fazer intervir uma força atractiva entre nucleões que contrabalance as forças repulsivas electrostáticas entre protões, que são de longo alcance; à medida que  $Z$  aumenta, a diferença entre o número de neutrões e o de protões, por nucleão, deverá também aumentar. Na realidade, verifica-se que o termo correspondente à energia de assimetria é proporcional a  $(N - Z)^2/A$ , escrevendo-se:

$$B_4 = - a_a \frac{(A - 2Z)^2}{A} \quad (2.-7)$$

em que  $a_a$  é uma constante a ajustar empiricamente.

Tomando para equação de massa a expressão (2.-5) acrescentada do termo (2.-7) e calculando de novo o mínimo da função  $m(A,Z)$ , que traduz a condição de máxima estabilidade, obtem-se para valor de  $Z$  do núclido mais estável de um conjunto de isóbaros de número de massa  $A$ , o que é dado pela fórmula:

$$Z_{(\text{estável})} = \frac{A}{1,98 + 0,0155 A^{2/3}} \quad (2.-8)$$

Ao contrário do que passava com o valor calculado de  $Z$  (por meio da fórmula (2.-6)), aquele que é fornecido a partir de (2.-8) está muito mais próximo do número atómico do núclido mais estável de um conjunto de isóbaros.

## 2.5 - Energia de Emparelhamento ( $B_5$ )

A fórmula semiempírica de massa pode ser melhorada com a inclusão de mais um termo. Na realidade observou-se que existem nítidas diferenças, no que respeita à estabilidade, entre os núcleos cujos números atómicos e o número de neutrões são pares (designados por núcleos par-par), aqueles em que um daqueles números é ímpar (núcleos par-ímpar) e os núcleos ímpar-ímpar ( $Z$  e  $N$  ímpares). Isso pode ser verificado observando o quadro IV-1; os resultados nele incluídos mostra que os núcleos em que existe uma partícula desemparelhada — seja ela um protão ou um neutrão — têm tendência a ser menos estáveis que aqueles em que as partículas se possam agrupar aos pares. Este



QUADRO IV-1

NÚMERO DE NÚCLEOS ESTÁVEIS

A (A=Z+N)	Z	N	Número de núcleos estáveis + núcleos com vidas-médias muito longas.	Número médio de isótopos estáveis por elemento.
par	par	par	166 + 11 = 177	entre 2 a 3
ímpar	par	ímpar	55 + 3 = 58	1
ímpar	ímpar	par	51 + 3 = 54	1
par	ímpar	ímpar	6 + 4 = 10	<<1

facto fez pensar na existência de uma força de emparelhamento entre prótons e entre neutrões que deverá contribuir para a estabilidade nuclear. Torna-se, assim, necessário considerar, na expressão da energia de ligação, um termo que exprima a energia correspondente a essa força de emparelhamento. Ele é representado por  $\delta$  e foi ajustado de modo a ser nulo nos núcleos ímpar-par ou par-ímpar. Ele será evidentemente positivo nos núcleos par-par e negativo nos núcleos ímpar-ímpar.  $\delta$  é um termo a adicionar à fórmula semiempírica de massa que, no modelo da gota líquida, não pode ser deduzido sendo determinado empiricamente. Contudo, uma análise mais pormenorizada dos fenómenos com base noutros modelos nucleares permite obter, para  $\delta$ , a seguinte expressão:

$$\delta = a_p A^{-3/4} \quad (2.-9)$$

em que  $a_p$  é uma constante.

## 2.6 - Expressão Final para a Fórmula Semiempírica de Massa

Nos parágrafos anteriores obtiveram-se as expressões para os diferentes termos que constituem a equação (2.-1). A fórmula semiempírica de massa de Von



Weizsäcker pode então ser escrita — utilizando massas atômicas,  $M(A,Z)$ , em lugar de massas nucleares — como segue:

$$M(A,Z) = Z M_H + (A-Z)m_n - a_v A + a_s A^{2/3} + a_c \frac{Z^2}{A^{1/3}} +$$

$$+ a_a \frac{(A - 2Z)^2}{A} + \begin{cases} +a_p A^{-3/4} & (\text{núcleos ímpar-ímpar}) \\ 0 & (\text{núcleos de } A \text{ ímpar}) \\ -a_p A^{-3/4} & (\text{núcleos par-par}) \end{cases}$$

(2.-10)

Nesta expressão  $M_H$  é a massa do átomo neutro de  $^1\text{H}$ ,  $m_n$  é a massa do neutrão e  $a_v$ ,  $a_s$ ,  $a_c$ ,  $a_a$  e  $a_p$  são cinco constantes empíricas. Elas são determinadas através do ajuste de valores experimentais de massas atômicas, conhecidos com boa precisão, à fórmula semiempírica de massa. Diversos conjuntos de valores têm sido propostos para essas constantes; o que se considera, presentemente, mais adequado é o a seguir indicado:

$$\begin{aligned} a_v &= 1,51 \times 10^{-2} \text{ u.m.a.} = 14,1 \text{ MeV} \\ a_s &= 1,40 \times 10^{-2} \text{ u.m.a.} = 13 \text{ MeV} \\ a_c &= 6,39 \times 10^{-4} \text{ u.m.a.} = 0,595 \text{ MeV} \\ a_a &= 2,04 \times 10^{-2} \text{ u.m.a.} = 19 \text{ MeV} \\ a_p &= 3,60 \times 10^{-2} \text{ u.m.a.} = 33,5 \text{ MeV} \end{aligned}$$

A utilização da fórmula de Von Weizsäcker ao cálculo de massas atômicas e a comparação destas com os valores experimentais, permite avaliar a validade dos argumentos físicos utilizados no modelo nuclear da gota líquida bem como a utilidade daquele fórmula na determinação teórica de massas e energias de ligação nucleares. Ela é, na realidade, usada, com bons resultados, no cálculo das diferenças de massa que ocorrem nas reacções nucleares, a partir das quais se pode determinar a energia libertada ou absorvida nessas reacções.

QUADRO IV-2

IMPORTÂNCIA RELATIVA DOS DIVERSOS TERMOS DA FÓRMULA DE VON WEIZSÄCKER

Núcleo	Z	A	(Volume) $B_1/A$ $a_v = 14,1 \text{ MeV}$	(Superfície) $B_2/A$ $a_s = 13 \text{ MeV}$	(Coulomb) $B_3/A$ $a_c = 0,595 \text{ MeV}$	(Assimetria) $B_4/A$ $a_a = 19 \text{ MeV}$	B/A calculado	B/A experimental
O	8	17	14,1	5,06	0,87	0,07	8,10	7,75
S	16	33	14,1	4,05	1,44	0,02	8,59	8,50
Mn	25	55	14,1	3,42	1,78	0,16	8,74	8,75
Cu	29	65	14,1	3,23	1,91	0,22	8,74	8,75
I	53	127	14,1	2,59	2,62	0,52	8,37	8,43
Pt	78	195	14,1	2,24	3,20	0,76	7,90	7,92
Bk	97	245	14,1	2,08	3,65	0,82	7,55	7,52

## 2.7 - Energia de Ligação por Nucleão

Para se ter uma ideia da importância relativa dos diferentes termos que intervêm na fórmula semiempírica de massa, examine-se o quadro IV-2 em que se indicam, para diversos núclidos, os valores das diferentes energias por nucleão.

Como anteriormente se viu, só a energia de volume surge, na fórmula de massa, com o sinal negativo (excluindo a energia de emparelhamento dos nucleões que pode ser positiva, negativa ou nula). A coesão entre os nucleões que constituem o núcleo é assegurada pela energia de volume, sendo esta enfraquecida pelas energias de superfície, de Coulomb e de assimetria.

Como seria de esperar, atendendo às considerações feitas na dedução da fórmula de Von Weizsäcker, a energia de superfície por nucleão vai diminuindo à medida que o número de massa aumenta, ao passo que a energia de Coulomb por nucleão vai sucessivamente crescendo. O conjunto de todas as contribuições para a energia de ligação vão, assim, dar origem a um valor sensivelmente constante para a energia total de ligação por nucleão, num grande domínio de variação do número de massa. Encontra-se, assim, explicada a curva da figura 7, no quadro do modelo nuclear da gota líquida.

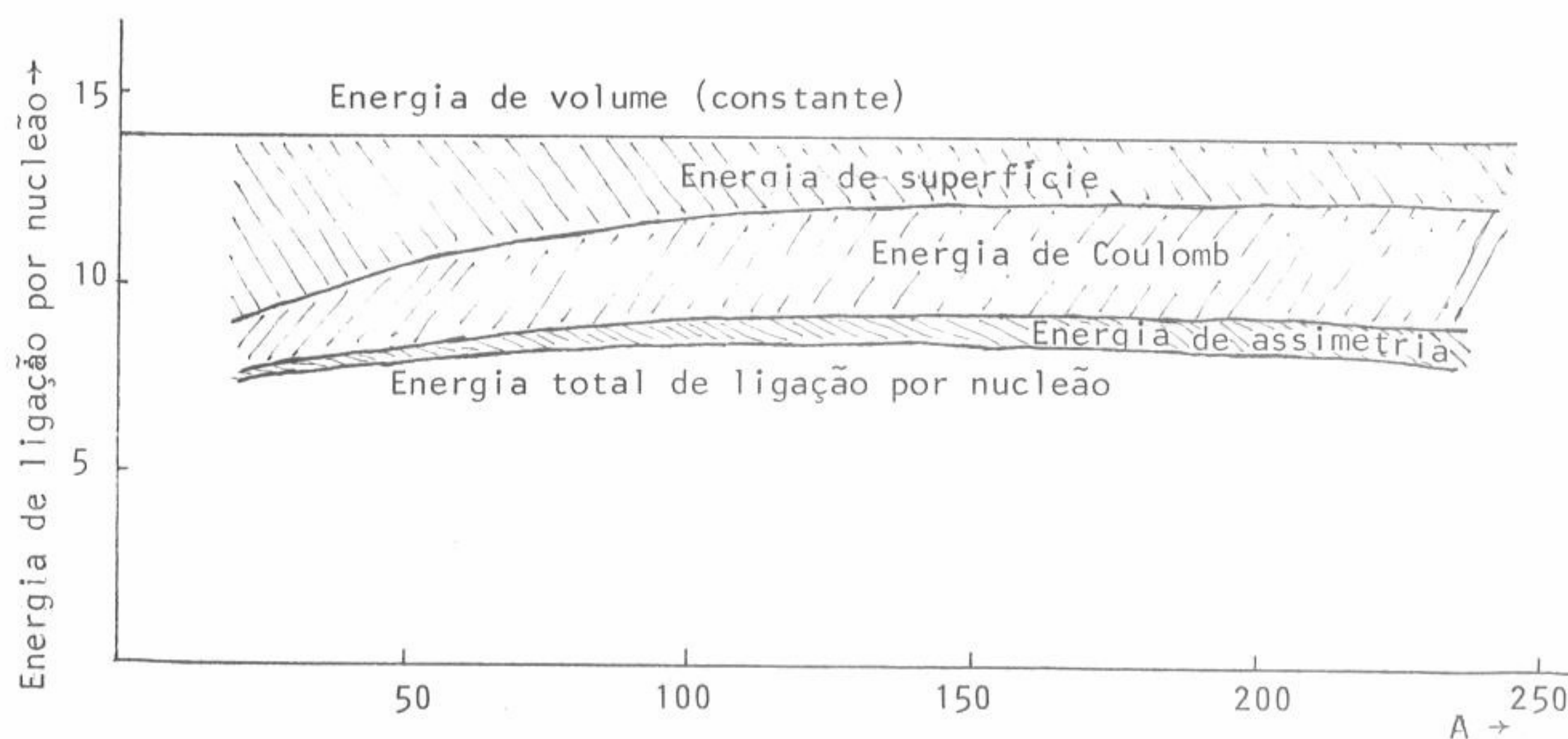


Fig. 19 - Importância relativa das diversas contribuições para a energia de ligação por nucleão.



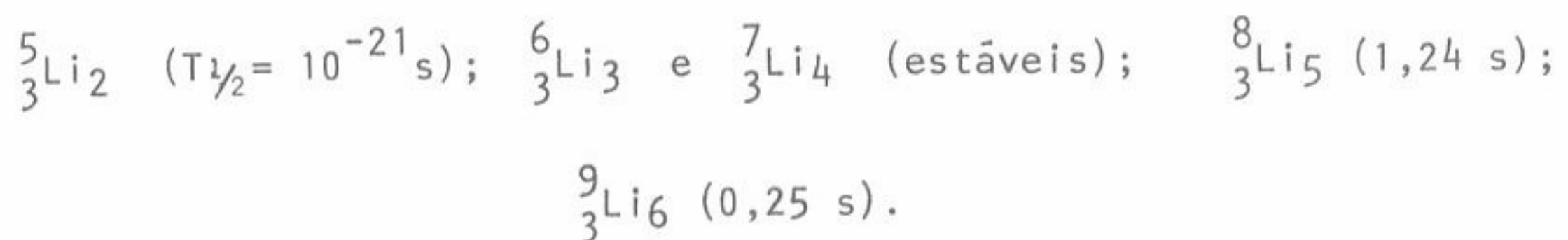
3 - ESTABILIDADE NUCLEAR. TEORIA DE YUKAWA

Viu-se anteriormente (§ 2.4) que, para os núcleos estáveis se verifica, com boa aproximação, a seguinte fórmula que relaciona o número de massa,  $A$ , com o número atômico  $Z$ :

$$Z = \frac{A}{1,98 + 0,0155 A^{2/3}}$$

Esta expressão mostra que a estabilidade nuclear exige que haja uma determinada razão entre o número de prótons e de neutrões presentes no núcleo. Assim, para os núcleos leves, isto é, aqueles que o número de massa não excede o valor  $A=40$ , verifica-se que a estabilidade se obtém quando  $Z$  e  $N$  são iguais, enquanto para os núcleos pesados essa estabilidade é obtida à custa de um excesso, sucessivamente crescente, de neutrões. Parece, assim, que os neutrões, quando em número conveniente, têm o papel de elementos de ligação que compensam as acções repulsivas, de natureza electrostática, entre prótons.

Tome-se, como exemplo, os isótopos do lítio e examinemos a sua maior ou menor estabilidade pelos respectivos períodos de semidesintegração; temos, assim, com um número de neutrões sucessivamente crescente, os seguintes isótopos do lítio:



Põe-se, agora, a questão: como explicar a estabilidade do núcleo?

Pouco depois da descoberta, por Chadwick, do neutrão, Heisenberg sugeriu que o próton e o neutrão poderiam ser considerados como estados de carga diferentes de uma mesma partícula fundamental, que designou por nucleão. Dentro do núcleo, estas partículas são consideradas como estando constituídas por um "core" envolvido por uma "nuvem" de mesões, partículas elementares cuja massa se situa entre a do electrão e a do próton. As forças de

ligação entre os nucleões são concebidas como sendo devidas a uma permuta de mesões entre os nucleões. Esta concepção das forças de ligação nucleares foi inspirada na explicação quântica das forças electromagnéticas, as quais são devidas a uma troca de fotões entre as partículas carregadas, ou na ligação covalente dos compostos químicos, que é interpretada como sendo devida a uma troca de electrões entre os átomos de uma mesma molécula.

A concepção de Heisenberg de forças de permuta foi utilizada por Yukawa, em 1935, para interpretar as forças responsáveis pela estabilidade nuclear, visto que forças de atracção de um tipo gravitacional entre nucleões seriam insuficientes para compensar as forças de repulsão electrostática entre os protões constituintes do núcleo.

Para desenvolver, de um ponto de vista quantitativo, as suas ideias, de modo a determinar a massa dessa partícula, então desconhecida, que assegura a ligação entre os nucleões no interior do núcleo — o mesão — Yukawa serviu-se dos princípios da indeterminação de Heisenberg. Como se sabe este princípio, um dos basilares em que assenta a concepção quântica da Natureza, nega a possibilidade de uma precisão absoluta e simultânea na determinação de grandezas físicas conjugadas. Uma das relações de indeterminação de Heisenberg estabelece que:

$$\Delta E \cdot \Delta t \geq \hbar \quad ,$$

isto é, relaciona uma variação de energia com o intervalo de tempo em que ela pode ocorrer.

Yukawa utilizou esta relação para estimar a massa da partícula responsável pelas forças nucleares. Com esse fim admitiu que o agente dessas forças seria uma partícula viajando à velocidade máxima possível, isto é, a velocidade das ondas electromagnéticas no vácuo, percorrendo uma distância igual ao alcance das forças de interacção forte nucleares. Diversos factos mostram que esse alcance deve ser de cerca do valor de  $r_0$ , a constante que intervem na equação (4.-1) do capítulo II que permite calcular o raio clássico do núcleo.

Nestas condições, o intervalo de tempo mínimo para a transferência de um mesão de um nucleão para outro é:

$$\Delta t = \frac{r_0}{c} = \frac{1,4 \times 10^{-15} \text{ m}}{3 \times 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}} = 4,7 \times 10^{-24} \text{ s}$$



A este intervalo de tempo corresponde uma troca de energia dada pela quarta relação de Heisenberg, isto é:

$$\Delta E \approx \frac{\hbar}{\Delta t} = \frac{1,05 \times 10^{-34} \text{ joule} \cdot \text{s}}{4,7 \times 10^{-24} \text{ s}} = 2,23 \times 10^{-11} \text{ joule} = 139 \text{ MeV}$$

Esta energia corresponderá à massa da partícula necessária para levar a efeito a interacção dentro daquele intervalo de tempo. Como a massa do electrão corresponde, como anteriormente se viu, a 0,511 MeV, a massa do mesão responsável pela interacção entre nucleões será:

$$m = 270 \times m_e$$

em que  $m_e$  é a massa do electrão.

O valor calculado para a massa do mesão por Yukawa está em excelente acordo com o valor experimental que se mediu para a massa dos mesões  $\Pi$ , após a sua descoberta. Com efeito, o valor determinado é  $m_{\Pi} = 273 \times m_e$

Note-se que os mesões  $\Pi$  não foram os primeiros a serem descobertos experimentalmente. Na realidade, pouco depois da apresentação das concepções de Yukawa para explicar as forças de interacção nuclear descobriram-se, na radiação cósmica, partículas cuja massa se situa também entre a do electrão e a do protão. No entanto, o valor determinado para esta massa é nitidamente inferior à que correspondia à dos mesões da teoria de Yukawa. A conclusão que, na época, pareceu mais aceitável foi a de que esta teoria seria uma aproximação demasiado grosseira da descrição dos factos. Veio contudo a verificar-se que aquelas partículas descobertas nos raios cósmicos não eram realmente mesões  $\Pi$  mas mesões  $\mu$ , partículas elementares incluídas nos leptões, como se referiu no capítulo II.

#### 4. - APLICAÇÕES DA FÓRMULA SEMIEMPÍRICA DE MASSA

A fórmula de Von Weizsäcker não só permite a avaliação de massas atómicas e energias de ligação nucleares, como também fornece previsões teóricas respeitantes a propriedades do núcleo e seu comportamento. Ao discutir algumas dessas previsões, mostra-se o uso de um modelo nuclear — neste caso o da "gota líquida"



— na interpretação dos fenômenos que se passam à escala do núcleo atômico.

#### 4.1 - Cálculo da Constante $r_0$ .

Uma das informações directas que se podem obter da fórmula semiempírica de massa é o valor da constante  $r_0$  existente na fórmula do raio clássico nuclear,  $R = r_0 A^{1/3}$ .

Com efeito, vimos que a constante  $a_c$  que figura no termo de Coulomb da fórmula semiempírica de massa (equação (2.-10)) é dada por (equação 2.-4)):

$$a_c = \frac{3}{5} \cdot \frac{e^2}{r_0}$$

Por outro lado, determinou-se, a partir de valores experimentais de massas atômicas o valor  $a_c = 6,39 \times 10^{-4}$  u.m.a. = 0,595 MeV; introduzindo a carga do próton pôde então determinar-se o valor de  $r_0$ :

$$r_0 = 1,45 \text{ fm}$$

Um outro meio de determinar a constante  $a_c$  e, portanto, o valor de  $r_0$  consiste em aplicar a fórmula de massa a pares de "núcleos-espelhos". Entende-se por esta designação o conjunto de dois núcleos com o mesmo número de massa,  $A$ , e em que o número atômico de um deles,  $Z$ , é igual ao número de neutrões,  $(A-Z)$ , do outro, por exemplo:



Se a massa de um dos núcleos de um par de núcleos-espelhos é  $M(A,Z)$ , a do outro será, evidentemente,  $M(A,A-Z)$ . Utilizando a fórmula de Von Weizsäcker para estes dois núcleos, a diferença entre as massas atômicas correspondentes vem simplesmente:

$$\Delta M = M(A,Z) - M(A,A-Z) = (A-2Z) \left[ (m_n - M_H) - a_c A^{2/3} \right]$$

A diferença entre as energias de ligação nucleares é, ainda mais simples, pois só depende da constante  $a_c$ :

$$\Delta B = B(A, Z) - B(A, A-Z) = a_c A^{2/3} (A - 2Z) \quad (2.-11)$$

A diferença das energias de ligação de dois núcleos-espelhos permite, assim, determinar  $a_c$  e, através da equação (2.-4), o valor de  $r_0$ .

O quadro IV-3 inclui os resultados que se obtiveram com alguns pares de núcleos-espelhos de número de massa não demasiadamente baixo para que o modelo da "gota líquida" lhes seja razoavelmente aplicável. Nos pares escolhidos tem-se  $A - 2Z = 1$ .

#### QUADRO IV-3

DETERMINAÇÃO DA CONSTANTE  $r_0$  A PARTIR DAS ENERGIAS DE LIGAÇÃO DE PARES DE NÚCLEOS-ESPELHOS

Núclido (A, Z)	Núclido (A, A-Z)	B(A, Z) (MeV)	B(A, A-Z) (MeV)	$\Delta B$ (MeV)	$a_c = \bar{A}^{-2/3} \cdot \Delta B$ (MeV)	$r_0$ (fm)
${}^{37}_{18}\text{Ar}$	${}^{37}_{19}\text{Kr}$	315,510	308,587	6,923	0,6235	1,39
${}^{31}_{15}\text{P}$	${}^{31}_{16}\text{S}$	262,916	256,688	6,228	0,6311	1,37
${}^{23}_{11}\text{Na}$	${}^{23}_{12}\text{Mg}$	186,565	181,726	4,839	0,5983	1,44

O valor médio de  $r_0$  medido por este método é de cerca de 1,4 fm, em acordo com o valor máximo medido a partir de outros processos, como os referidos no capítulo II.

#### 4.2 - Comportamento dos isóbaros no declínio beta

Como se viu anteriormente, dois núcleos relacionados por declínio beta constituem um par de isóbaros.

As relações de estabilidade entre isóbaros, no que respeita ao declínio beta, podem ser previstas por meio da fórmula de Von Weizsäcker. Para isso, considere-se de novo o diagrama de Segrè (fig 3) em que cada núcleo é representado por um ponto num sistema de referência bidimensional, em que a abcissa é o número atômico,  $Z$ , e a ordenada é o número de neutrões,  $N$ . Num terceiro eixo, perpendicular ao plano  $(N,Z)$ , representem-se as massas atômicas correspondentes a cada núcleo,  $M(A,Z)$ : ter-se-á, assim, uma representação tridimensional  $(Z,N,M)$  para os núcleos. A superfície que contém os pontos representativos de todos os núcleos nesta representação tridimensional designa-se por superfície de massa nuclear. Cortando esta superfície por planos paralelos ao eixo  $M(A,Z)$  contendo as diferentes rectas para as quais  $A$  é constante, obtêm-se curvas que exprimem massas atômicas em função do número atômico, para cada conjunto de isóbaros. Como se verá mais adiante, essas curvas têm uma forma parabólica, pelo que são designadas por parábolas de massa.

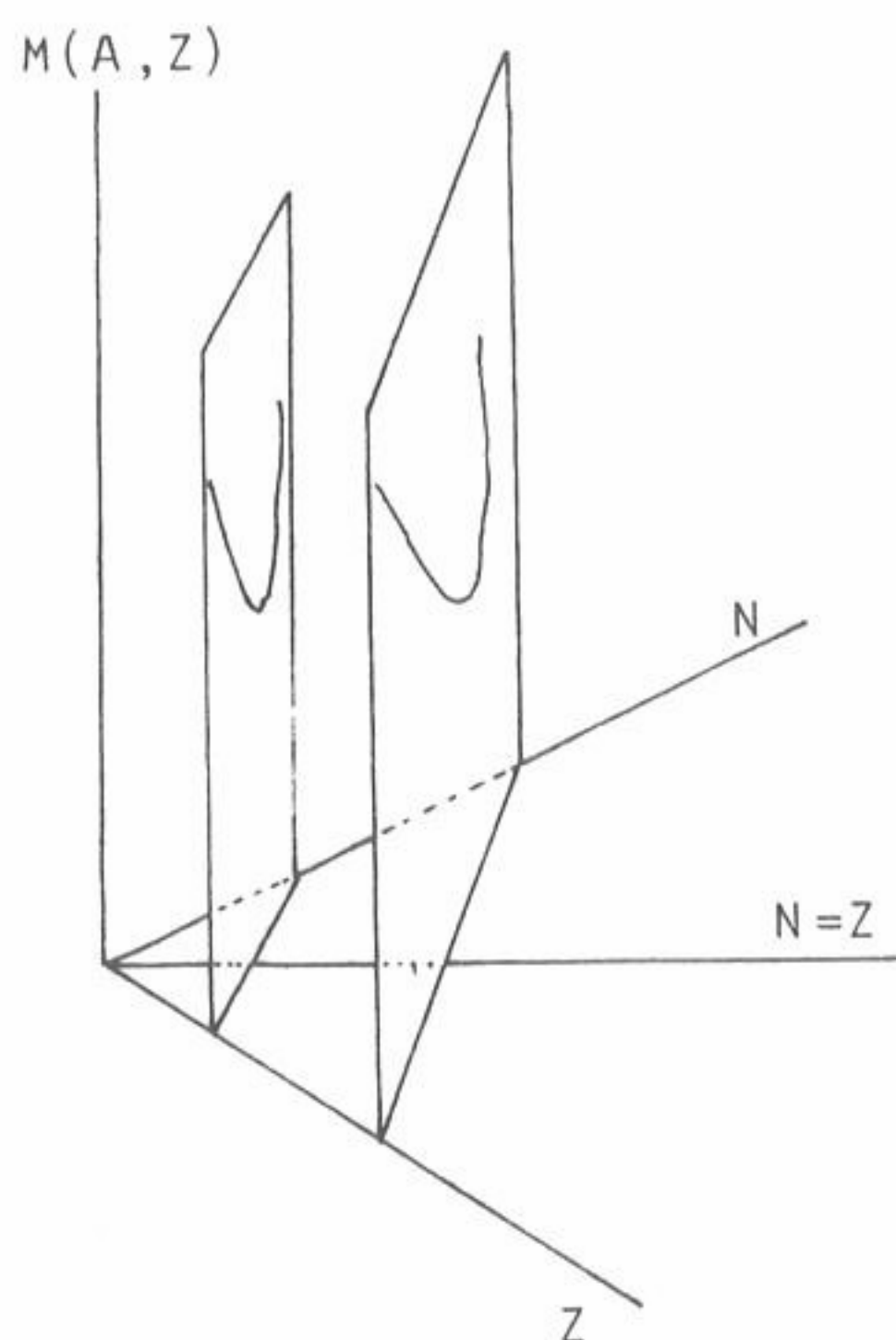


Fig. 20: Obtenção das parábolas de massa: intersecção da superfície de massa por planos paralelos ao eixo  $M(A,Z)$  contendo rectas do plano de Segrè em que o número de massa,  $A$ , é constante (rectas perpendiculares à recta  $N=Z$ ).



Como, para um dado número de massa, a energia de ligação é tanto maior quanto menor for  $M(A,Z)$ , os núcleos mais estáveis, dentro de uma família de isóbaros, são os que se situam junto do vértice das parábolas de massa. Um exame das tabelas de núclidos mostra que, enquanto os isóbaros de número de massa ímpar apresentam geralmente apenas um núclido estável, os de  $A$  par têm, em geral, dois e mesmo três núclidos estáveis.

No que respeita às parábolas de massa existe uma distinção importante entre os conjuntos de  $A$  ímpar e de  $A$  par. Ela deve-se ao termo da fórmula de Von Weizsäcker correspondente à energia de emparelhamento dos nucleões, que foi designada por  $\delta$  (expressão 2.-9). Como anteriormente se viu, esse termo é nulo nos núcleos de  $A$  ímpar, isto é, naqueles em que o número atômico,  $Z$ , é par e o de neutrões,  $N$ , é ímpar (núcleos p-i) ou em que  $Z$  é ímpar e  $N$  é par (núcleos i-p). Quando  $A$  é par,  $\delta$  é positivo nos núcleos em que  $Z$  e  $N$  são pares (núcleos p-p), sendo negativo naqueles em que  $Z$  e  $N$  são ímpares (núcleos i-i). Para cada valor ímpar do número de massa há, assim, apenas uma parábola (fig. 21), ao passo que, para um valor par de  $A$  existem duas, separadas de uma "distância" vertical igual a  $2\cdot\delta$ , para o valor de  $Z$  a que corresponde a estabilidade máxima.

De modo a examinar os factos resultantes daquela diferença entre as famílias de isóbaros de  $A$  ímpar e as de  $A$  par, escrevamos a fórmula semiempírica de massa sob a seguinte forma:

$$M(A,Z) = k_1 A + k_2 Z + k_3 Z^2 \pm \delta \quad (4.-2)$$

em que  $k_1$ ,  $k_2$  e  $k_3$  são constantes, para cada conjunto de isóbaros, dadas por:

$$k_1 = m_n - (a_v - a_a - a_s A^{-1/3})$$

$$k_2 = -[4a_a + (m_n - M_H)]$$

$$k_3 = \frac{4a_a}{A} \left(1 + \frac{A^{2/3}}{4a_a/a_c}\right)$$

( $M_H$  e  $m_n$  são, respectivamente, as massas do átomo de hidrogénio e do neutrão,  $A$  é o número de massa e  $a_v$ ,  $a_s$ ,  $a_c$  e  $a_a$  são as constantes que intervêm na fórmula de Von Weizsäcker).

Como anteriormente se viu, a condição de estabilidade máxima obtem-se a

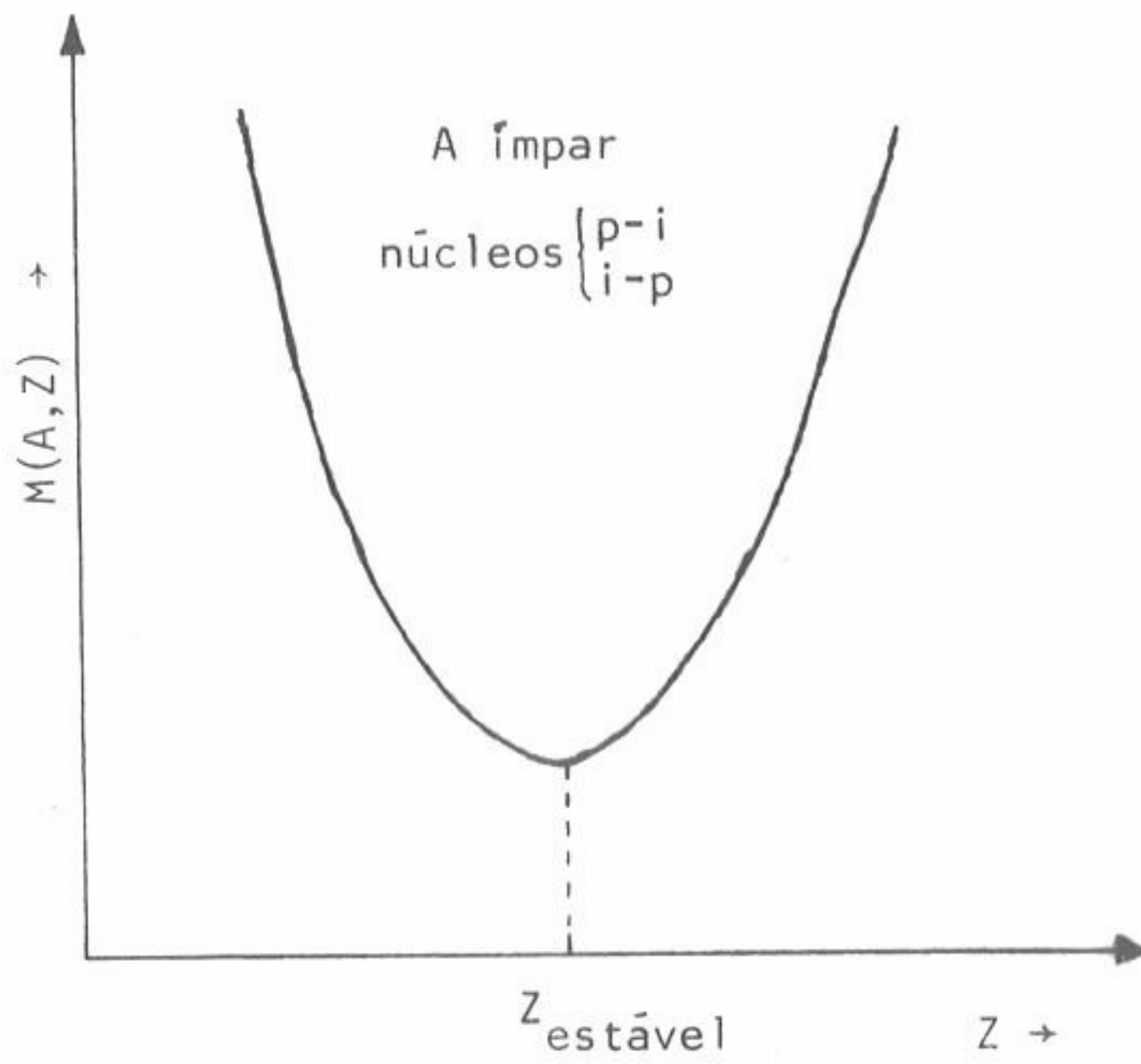


Fig. 21 - Parábola de massa para uma família de isóbaros de A ímpar.

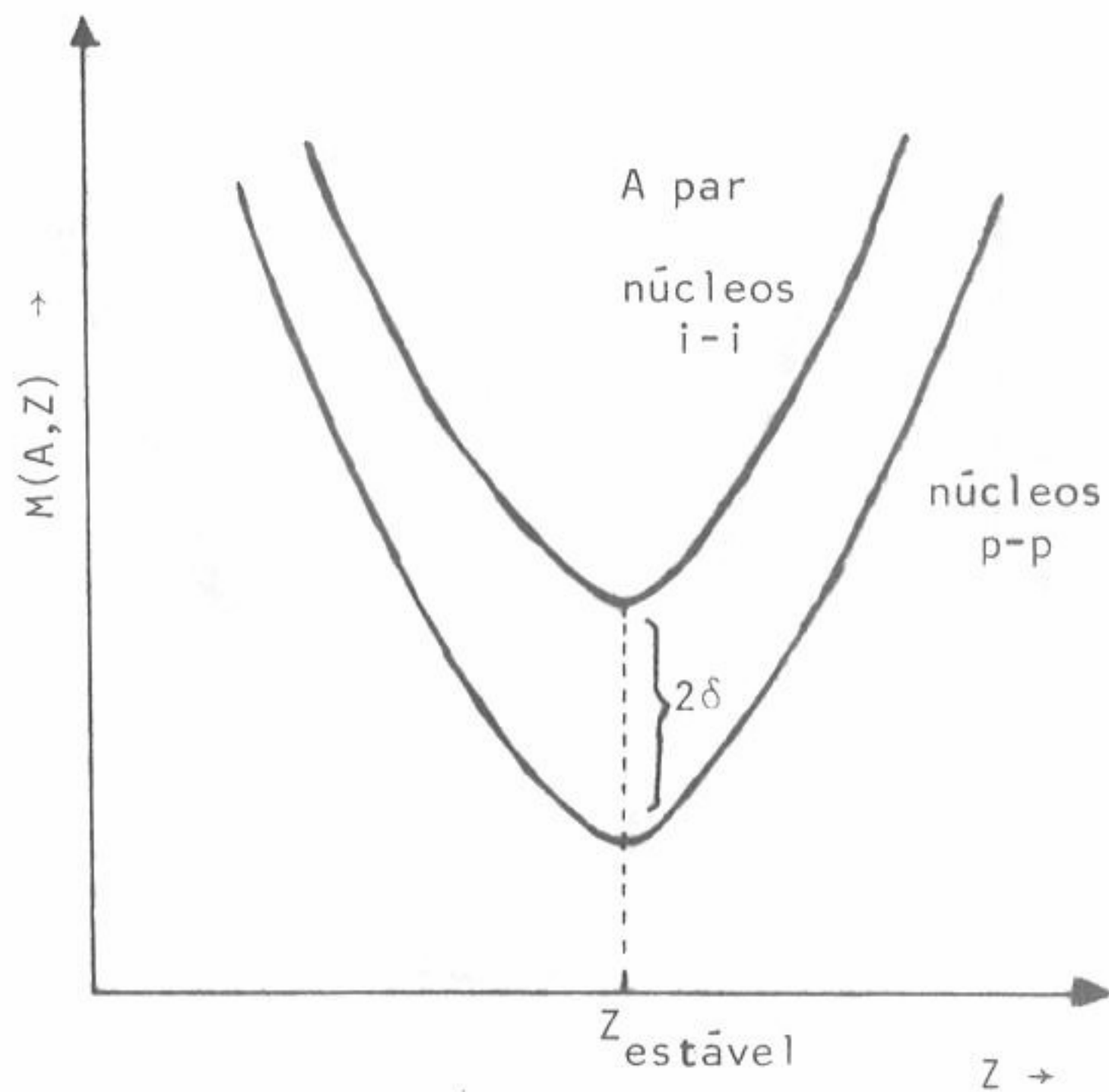


Fig. 22 - Parábolas de massa para uma família de isóbaros de A par.

partir de:

$$\left( \frac{\partial M(A, Z)}{\partial Z} \right)_{A \text{ constante}} = 0 \quad ;$$

Usando a equação (4.-2), vem:

$$\frac{\partial M}{\partial Z} = k_2 + 2k_3 Z_{\text{estável}} = 0$$

De onde se obtém:

$$Z_{\text{est.}} = -\frac{k_2}{2k_3} \quad (4.-3)$$

em que  $Z_{\text{est}}$  é abcissa do vértice da parábola de massa.

O isóbaro (ou isóbaros) cujos valores de  $Z$  (inteiros) estão mais próximos de  $Z_{\text{est}}$  serão os que apresentam uma maior estabilidade. Os restantes isóbaros de um dado conjunto convertem-se, por emissão beta, no núclido adjacente cuja massa lhe é inferior. Como na emissão  $\beta^-$  o número atômico aumenta de uma unidade, é este o processo de declínio para os isóbaros cujos pontos representativos se encontram no ramo esquerdo da parábola; desexcitam-se por declínio  $\beta^+$  aqueles que se situam no ramo direito, uma vez que este processo envolve a diminuição de uma unidade no número atômico. Ambas as cadeias de declínio terminam num mesmo isóbaro estável (fig. 23).

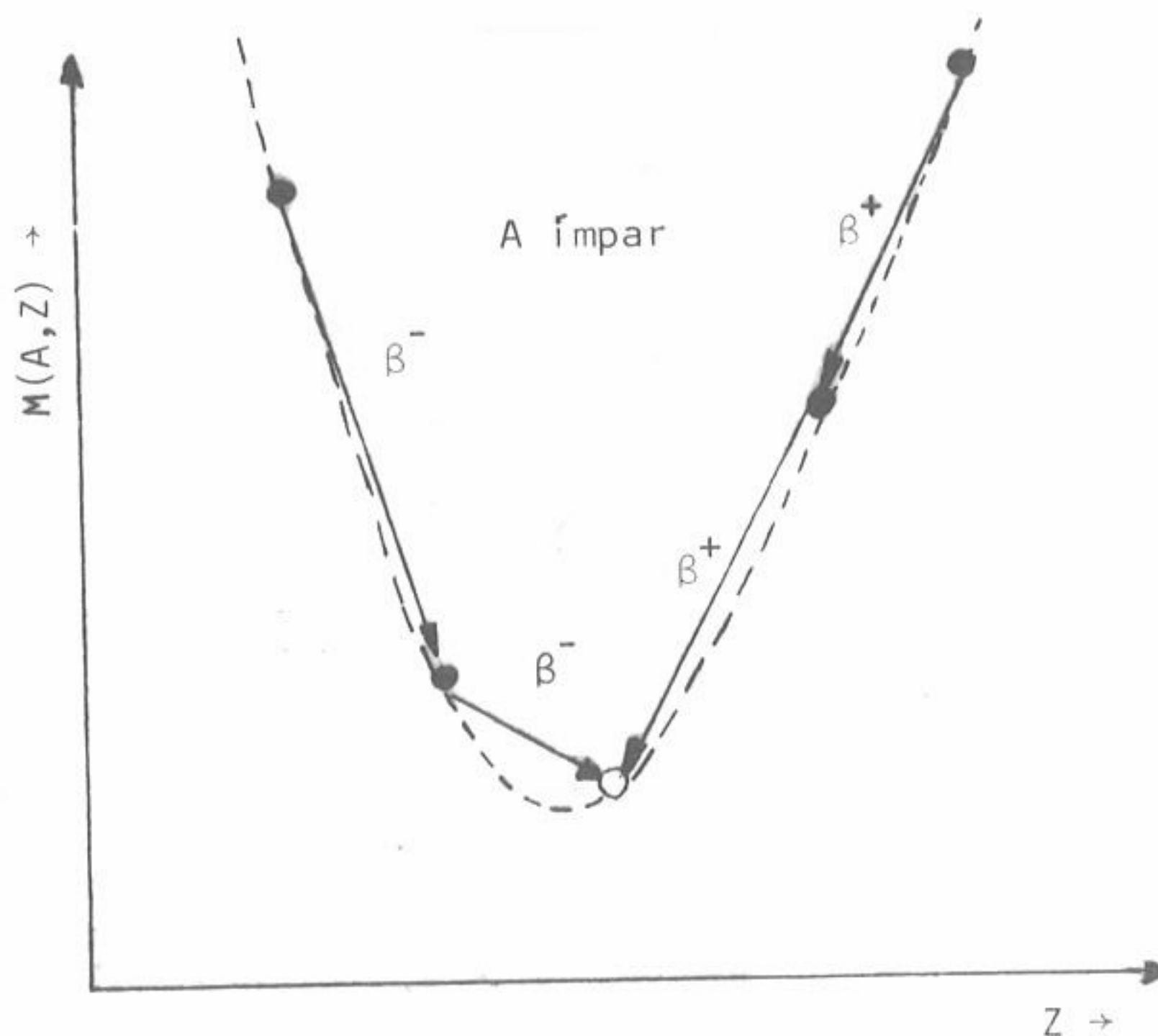


Fig. 23 - Declínio  $\beta$  de um conjunto de isóbaros de  $A$  ímpar.

Nas famílias de isóbaros de  $A$  par, o declínio beta transforma um núclido par-par em ímpar-ímpar e vice-versa: o declínio beta produz-se, assim, entre dois núcleos situados em parábolas diferentes correspondentes ao mesmo valor de  $A$ . A cadeia de declínio termina, evidentemente, na parábola inferior, pois ela representa, em igualdade de valores de  $Z$ , núcleos de menor



massa e, portanto, de maior estabilidade.

Como anteriormente se fez notar, poderá existir neste caso (famílias de isóbaros de  $A$  par) mais de um núcleo estável, visto que os isóbaros vizinhos, na parábola correspondente aos núcleos par-par, estão separados por uma diferença de número atômico  $\Delta Z=2$ , não podendo, portanto, transmutar-se directamente um no outro por um processo de decaimento beta. Pode, assim, acontecer que um isóbaro ímpar-ímpar decaia para dois isóbaros par-par diferentes, um através de emissão  $\beta^-$  e outro por emissão  $\beta^+$ . Um exemplo deste comportamento encontra-se na figura 24, em que se representa a família de isóbaros de número de massa par, correspondente a  $A=108$ : o núcleo ímpar-ímpar  $^{108}_{47}\text{Ag}$  pode decair por emissão  $\beta^-$ , dando origem a  $^{108}_{48}\text{Cd}$ , ou por emissão  $\beta^+$ , dando origem a  $^{108}_{46}\text{Pd}$ ; estes dois últimos núcleos são estáveis.

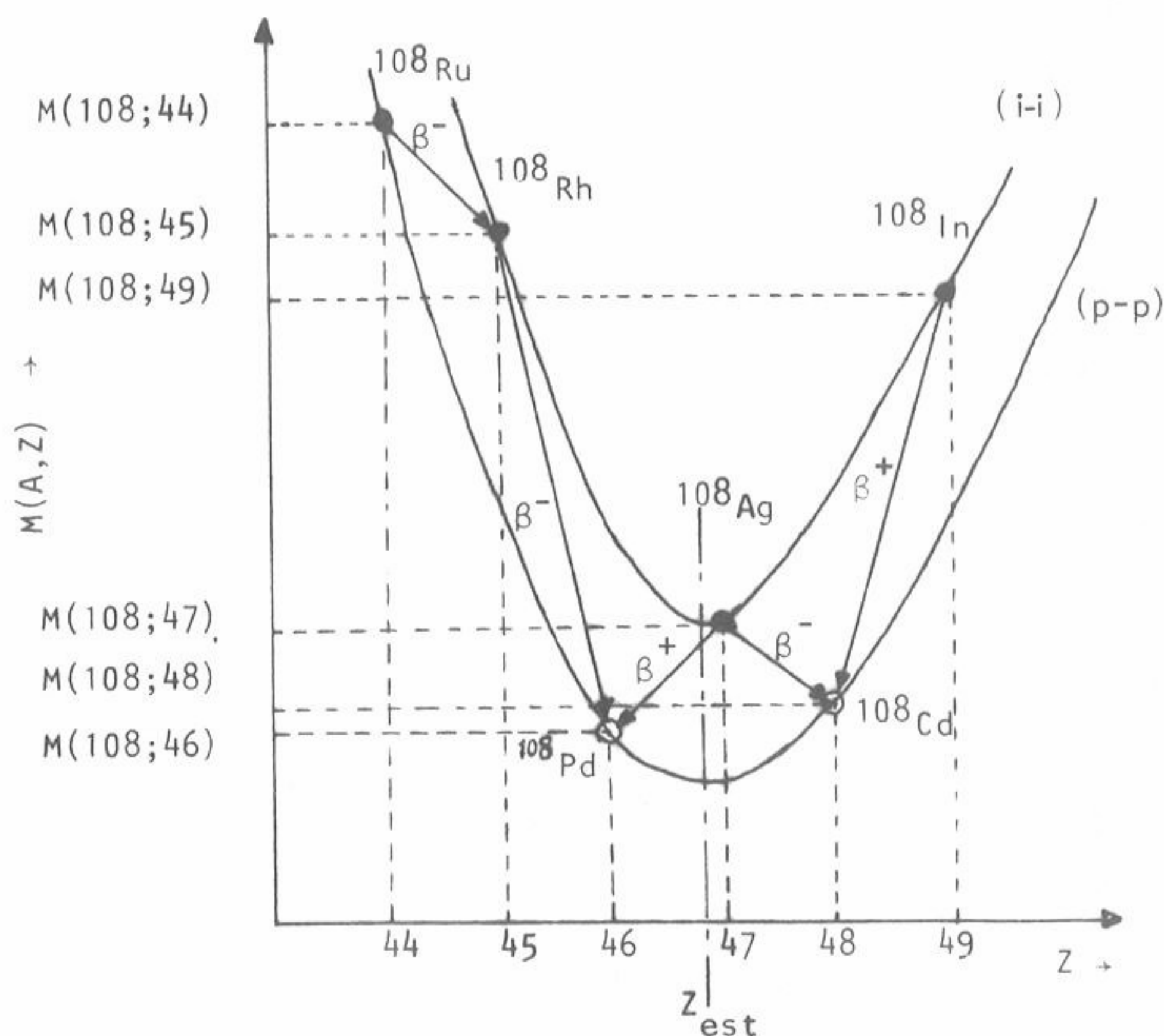


Fig. 24 - Parábolas de massas e decaimentos radioativos na família de isóbaros  $A=108$ .

A fórmula de Von Weizsäcker pode ser usada para obter a forma das parábolas de massa e avaliar as energias de decaimento beta.

A partir das expressões (4.-2) e (4.-3) obtêm-se, para massa correspondente ao valor de  $Z_{est}$ , numa família de isóbaros de  $A$  ímpar, o seguinte:

$$M(A, Z_{est}) = k_1 A - (2k_3 Z_{est}) \cdot Z_{est} + k_3 Z_{est}^2 = k_1 A - k_3 Z_{est}^2$$

O valor obtido por expressão corresponde ao vértice da parábola de massa numa família de isóbaros de  $A$  ímpar.

A distribuição das massas em torno deste ponto é dada por:

$$\begin{aligned}\Delta M = M(A, Z) - M(A, Z_{\text{est}}) &= k_1 A + k_2 Z + k_3 Z^2 - (k_1 A - k_3 Z_{\text{est}}^2) = \\ &= k_3 (Z - Z_{\text{est}})^2,\end{aligned}$$

expressão que apresenta uma forma parabólica.

A energia de decaimento beta pode também ser facilmente calculada a partir das expressões anteriores. Assim, para o decaimento  $\beta^-$  sabe-se que um núcleo de número atômico  $Z$  transmuta-se num isóbaro de número atômico  $Z+1$ . Nestas condições, mostra-se imediatamente que a energia libertada no decaimento, o seu valor- $Q$ , é dado por:

$$Q_{\beta^-} = M(A, Z) - M(A, Z+1), \quad (4.-4)$$

Em que  $M(A, Z)$  e  $M(A, Z+1)$  são, respectivamente, as massas dos átomos correspondentes aos núcleos de números atômicos  $Z$  e  $Z+1$ , com número de massa  $A$ . Ter-se-á, então:

$$\begin{aligned}Q_{\beta^-} &= k_1 A + k_2 Z + k_3 Z^2 - [k_1 A + k_2 (Z+1) + k_3 (Z+1)^2] = \\ &= 2k_3 (Z_{\text{est}} - Z - 1/2)\end{aligned} \quad (4.-5)$$

No que respeita ao decaimento  $\beta^+$ , sabe-se que um núcleo de número atômico  $Z$  se transmuta num isóbaro dele de número atômico  $Z-1$ . É fácil, mostrar que, neste caso, a energia de decaimento é dada por:

$$Q_{\beta^+} = M(A, Z) - M(A, Z-1) - 2 \cdot m_e \quad (4.-6)$$

em que os  $M$  representam, como anteriormente, massas atômicas e  $m_e$  é a massa do electrão. A partir de (4.-6) mostra-se imediatamente que  $Q_{\beta^+}$  é dado por:

$$Q_{\beta^+} = -2k_3 (Z_{\text{est}} - Z + \frac{1}{2}) - 2 \cdot m_e \quad (4.-7)$$



A comparação das expressões (4.-4) e (4.-6) mostra que as condições energéticas no decaimento  $\beta^+$  são mais restritivas do que no decaimento  $\beta^-$ , pois enquanto no primeiro basta que a massa do átomo inicial exceda a do átomo descendente, no segundo é necessário que a diferença de massas seja superior ao dobro da massa do electrão. Existe, contudo, um outro processo de decaimento — a captura electrónica — que igualmente transmuta um núcleo de número atómico  $Z$  num seu isóbaro de número atómico  $Z-1$ , através da captura, pelo núcleo, de um electrão do cortejo electrónico do átomo. Analogamente aos casos anteriores, facilmente se mostra que a energia do decaimento é dada por:

$$Q_{C.E.} = M(A, Z) - M(A, Z-1) \quad (4.-8)$$

A partir de (4.-8) obtem-se para energia do decaimento por captura electrónica:

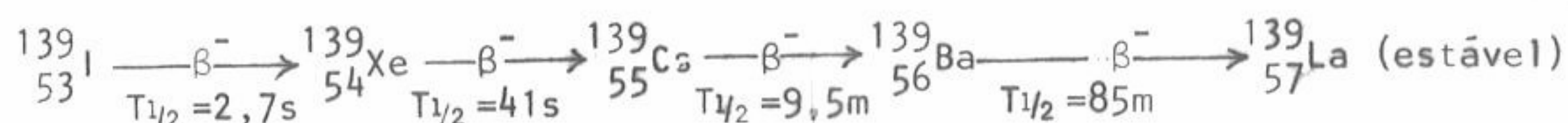
$$Q_{C.E.} = -2k_3 \left( Z_{est} - Z + \frac{1}{2} \right) \quad (4.-9)$$

As expressões (4.-5), (4.-7) e (4.-9) podem ser agrupadas numa única:

$$Q_{\beta^\pm} = 2k_3 \left[ \pm (Z - Z_{est}) - \frac{1}{2} \right] - (2 \cdot m_e) \cdot \delta(1, 0) \quad (4.-10)$$

em que o sinal  $+$  se refere aos decaimentos  $\beta^+$  e por captura electrónica e o sinal  $-$  ao decaimento  $\beta^-$ ; o símbolo  $\delta(1, 0)$  tem uma actuação análoga ao símbolo de Kronecker, tomando o valor 1 para o decaimento  $\beta^+$  e o valor 0 para os decaimentos  $\beta^-$  e por captura electrónica.

A expressão (4.-10) mostra que, em qualquer dos casos, a energia liberada no decaimento aumenta à medida que o número atómico,  $Z$ , do núcleo inicial se afasta do valor de  $Z_{est}$ . Como as vidas-médias diminuem à medida que a energia disponível para o decaimento aumenta, os isóbaros cujos pontos representativos na parábola de massa estão mais afastados de  $Z_{est}$  deverão ter vidas-médias mais curtas. Um exemplo deste facto, é a cadeia de isóbaros que se obtem, por decaimento  $\beta^-$ , a partir do  $^{139}_{53}\text{I}$ :





No que respeita aos isóbaros de  $A$  par, é necessário, como anteriormente, considerar dois casos:

– isóbaros par-par:

$$M(A, Z_{est})_{p-p} = k_1 A - k_3 Z_{est}^2 - \delta \quad (4.-11)$$

– isóbaros ímpar-ímpar:

$$M(A, Z_{est})_{i-i} = k_1 A - k_3 Z_{est}^2 + \delta$$

em que  $\delta$  é o termo correspondente à energia de emparelhamento de nucleões existente na fórmula semiempírica de massa.

As expressões (4.-11) revelam claramente a separação vertical de  $2 \cdot \delta$  entre os vértices das duas parábolas correspondentes aos isóbaros de um dado número de massa,  $A$ .

Nos núcleos de  $A$  par, o mais estável de um conjunto de isóbaros é, como se viu, o que se situa na parábola inferior (núcleos par-par) mais próximo do valor  $Z_{est}$ . Referidas a este isóbaro, as diferenças de massa num dado conjunto de  $A$  par são dadas por:

$$\Delta M = M(A, Z) - M(A, Z_{est})_{p-p} = \begin{cases} k_3 (Z - Z_{est})^2 & \text{para os núcleos par-par} \\ k_3 (Z - Z_{est})^2 + 2\delta & \text{para os núcleos ímpar-} \\ & \text{-ímpar} \end{cases}$$

Dependendo da curvatura das parábolas e da separação  $2 \cdot \delta$ , poderão haver alguns isóbaros do tipo par-par que são estáveis; três é o maior número que se encontrou dentro de uma mesma família de isóbaros. Pelo contrário, em acordo com o que anteriormente se viu, não deveria haver nenhum núcleo ímpar-ímpar estável. Na realidade, existem quatro exceções:  ${}^2_1\text{H}$ ,  ${}^6_3\text{Li}$ ,  ${}^{10}_5\text{B}$  e  ${}^{14}_7\text{N}$ . Note-se, no entanto, que se trata de núcleos de muito baixo número de massa, onde se verificam variações muito rápidas da energia de ligação, não previsíveis através do modelo da gota líquida que, como se viu, admite uma energia de ligação por nucleão aproximadamente constante para todos os núcleos.

### 4.3 - Aplicação da Fôrmla Semiempírica de Massa ao Declínio Alfa

Como se viu anteriormente, a energia libertada no declínio alfa, seja  $Q_\alpha$ , é dada por:

$$Q_\alpha = M(A, Z) - M(A-4, Z-2) - M(4, 2) = \Delta M - M(4, 2)$$

em que  $M(4, 2)$  é a massa do átomo de  ${}^4\text{He}$ .

Tomemos para a diferença de massa,  $\Delta M$ , a expressão:

$$\Delta M = \frac{\partial M}{\partial Z} \Delta Z + \frac{\partial M}{\partial A} \Delta A ,$$

vindo para  $Q_\alpha$ :

$$Q_\alpha = 2 \frac{\partial M}{\partial Z} + 4 \frac{\partial M}{\partial A} - M(4, 2) \quad (4.-12)$$

Utilizando a fôrmla semiempírica de massa de Von Weizsacker (expressão 2-10) obtêm-se, calculando as derivadas parciais em ordem a  $Z$  e a  $A$ :

$$\begin{aligned} \frac{\partial M}{\partial Z} &= M_H - m_n + 2a_c \frac{Z}{A^{1/3}} - 4a_a + 8a_a \frac{Z}{A} \\ \frac{\partial M}{\partial A} &= m_n - a_v + \frac{2}{3} a_s A^{-1/3} - \frac{1}{3} a_c Z^2 A^{-4/3} + a_a - \frac{4a_a Z^2}{A^2} \end{aligned}$$

Introduzindo esta expressão na fôrmla (4.-12), bem como o valor das constantes, obtém-se:

$$Q_\alpha \text{ (MeV)} = 34,67 A^{-1/3} + \frac{Z}{A^{1/3}} (2,38 - 0,793 \frac{Z}{A}) + 304 \frac{Z}{A} (1 - \frac{Z}{A}) - 104,1 \quad (4.-13)$$

Para que o declínio alfa se dê é necessário, evidentemente, que  $Q_\alpha > 0$ . Atendendo à expressão obtida para  $Q_\alpha$ , verifica-se que a energia de declínio depende do número de massa e do número atômico. Ensaçando diversos pares de valores  $(A, Z)$  observa-se que sô a partir de determinados valores de  $A$  e  $Z$  se obtém um valor positivo para  $Q_\alpha$ . Assim, aplicando a fôrmla (4.-13) ao  ${}^{141}_{59}\text{Pr}$  obtém-se  $Q_\alpha = -0,24$  MeV, o que mostra que este núclido é estável no que respeita ao declínio alfa. Com o  ${}^{145}_{61}\text{Pm}$  já se obtém  $Q_\alpha = +0,35$  MeV: este

modo de decaimento é, assim, energeticamente possível com este último núclido. Na realidade, embora ele se desintegre quase exclusivamente por captura eletrônica, emite partículas alfa em  $3 \times 10^{-7}\%$  de desintegrações.

A fórmula semiempírica de massa permite, assim, compreender porque é que o decaimento alfa tem condições energéticas muito mais restritivas do que o decaimento beta. Com efeito, enquanto este último se observa para qualquer valor do número de massa, o primeiro só se produz em núcleos "pesados".

#### 4.4 - Fissão Nuclear

Ainda a propósito da aplicação da fórmula semiempírica de massa de Von Weizsäcker tratemos agora da fissão nuclear, que pode ser considerada como um outro processo de decaimento cujas condições energéticas são ainda mais restritivas das que se observam no decaimento alfa.

##### 4.4.1 - Descoberta da Fissão Nuclear

O. Hahn e F. Strassmann descobriram, em 1939, que a irradiação do urânio com neutrões dá origem a metais alcalinos. Nesse mesmo ano, Lise Meitner e O. R. Frisch sugeriram que o núcleo do urânio, ao absorver um neutrão, fica suficientemente excitado para se dividir em dois fragmentos de massas aproximadamente iguais. Como se viu anteriormente, ao estudar-se a curva que exprime a energia de ligação por nucleão em função do número de massa, este processo de transmutação é, na realidade, energeticamente possível, libertando-se uma energia de cerca de 200 MeV.

Pouco depois da descoberta de Hahn e Strassmann, Bohr e Wheeler desenvolveram uma teoria elementar para o processo de fissão baseada no modelo nuclear da gota líquida.

##### 4.4.2 - Teoria Elementar da Fissão Nuclear

Começamos por avaliar a possibilidade de um núcleo excitado decair através de um processo de transmutação por fissão espontânea (isto é, sem a



participação de uma irradiação com neutrões), recorrendo à fórmula semiempírica de massa. Por uma questão de simplicidade de cálculo, examinemos apenas o caso da fissão simétrica num núcleo par-par, quer dizer, aquela em que o núcleo inicial se cinde em dois fragmentos iguais. O núcleo inicial  $(A, Z)$  separa-se, então em dois núcleos (fragmentos de fissão), cada um deles com um número de massa  $A/2$  e um número atômico  $Z/2$ . O valor- $Q$  desta transmutação é, assim:

$$Q = M(A, Z) - 2 \cdot M(A/2, Z/2)$$

Utilizando a fórmula semiempírica de massa, vem:

$$Q = a_s A^{2/3} (1 - 2^{1/3}) + a_c Z^2 A^{-1/3} (1 - 2^{-2/3})$$

Substituindo as constantes, obtem-se:

$$Q = -3,38 A^{2/3} + 0,22 \frac{Z^2}{A^{1/3}}$$

Para que a fissão seja energeticamente possível é necessário que  $Q > 0$ , de onde se obtém a seguinte relação entre  $Z$  e  $A$ :

$$\frac{Z^2}{A} > 15,36 \quad (4.-14)$$

Conclui-se daqui que a fissão simétrica espontânea seria, em princípio, energeticamente possível para os valores  $A=82$  e  $Z=36$ , para os quais  $Z^2/A = 15,8$ ; isto é, dever-se-ia observar a fissão espontânea no  ${}_{36}^{82}\text{Kr}$ , o que experimentalmente não se verifica. Na realidade, a fissão espontânea só se observa em núcleos de número atômico superior ao do urânio ( $Z=92$ ). Na figura 25 representam-se os períodos de fissão espontânea em função dos números de massa, verificando-se que a probabilidade de fissão espontânea aumenta rapidamente com o número de massa e o número atômico.

O cálculo realizado não dá conta dos resultados experimentais. Na realidade, os fragmentos de fissão são partículas altamente carregadas, sendo, portanto, necessário considerar também a energia correspondente à barreira de Coulomb. É fácil de compreender, por meio de um raciocínio clássico,

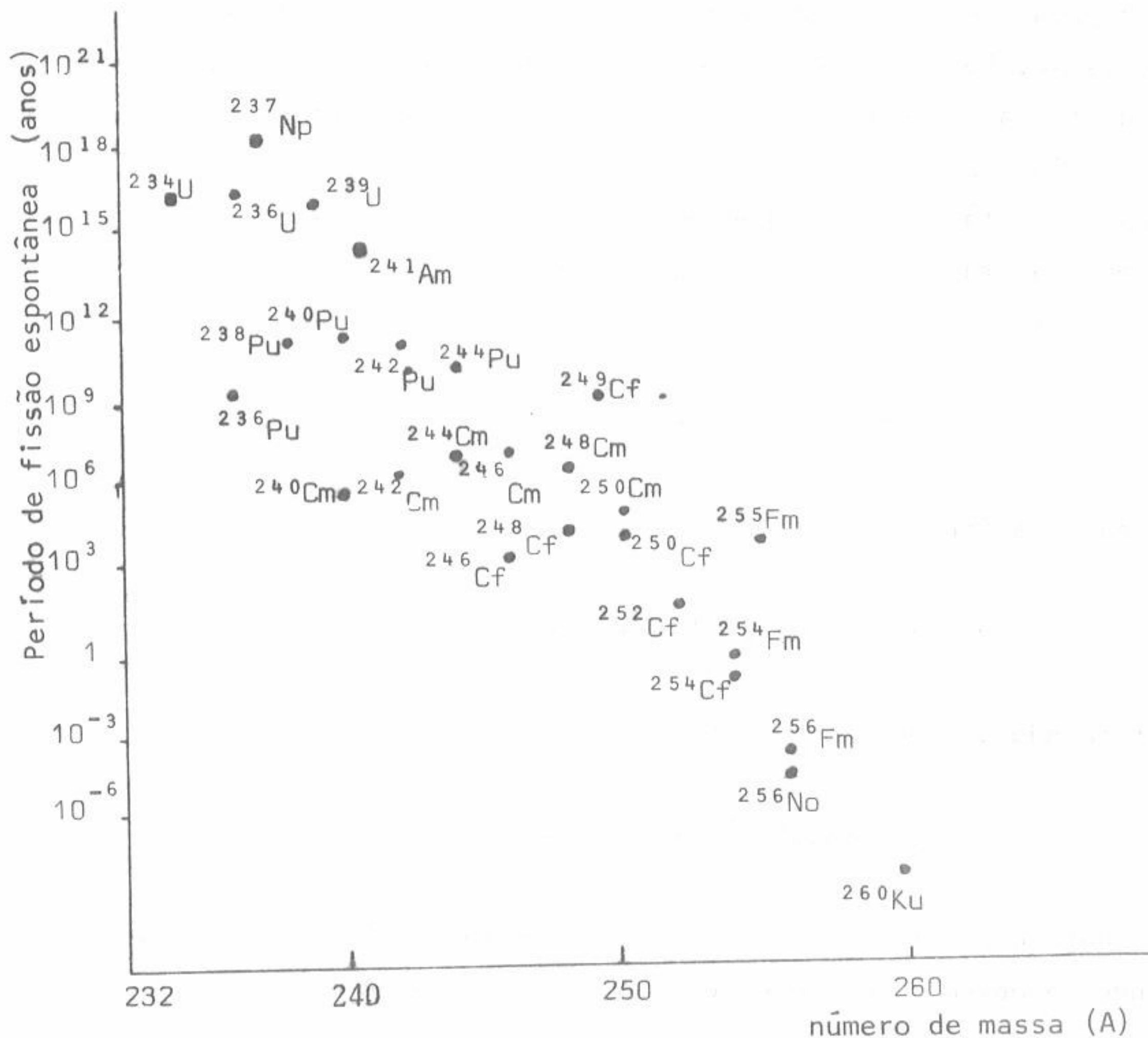


Fig. 25 - Períodos de semidesintegração por fissão espontânea em função do número de massa. Note-se que em igualdade deste, o período diminui com o número atômico.

como esta barreira intervém no processo; para isso, suponha-se o fenômeno inverso da fissão: os dois fragmentos de fissão, cada um com uma carga  $\frac{1}{2} \cdot Z \cdot e$ , encontram-se infinitamente afastados e são obrigados a aproximarem-se um do outro, até entrarem em contacto. À medida que essa aproximação se dá, a energia do sistema aumenta, em virtude do trabalho realizado contra as forças de repulsão de Coulomb. Inversamente, deverá ser esta a energia que deverão possuir os fragmentos de fissão quando o núcleo inicial se cinde. Isto faz com que a fissão espontânea só se produza para núcleos de muitos maiores valores de número atômico e de número de massa dos que foram obtidos a partir da expressão (4.-14).

De modo a melhor traduzir os factos experimentais, Bohr e Wheeler conceberam uma teoria do processo de fissão que se baseia no modelo nuclear da gota líquida.

Imagine-se um núcleo inicialmente esférico, susceptível de se deformar, o que provoca uma competição entre a energia de superfície e a energia de Coulomb: à medida que o núcleo se afasta da forma esférica, a primeira aumenta e a segunda diminui. No núcleo esférico a soma dessas energias é:

$$E = 4\pi R^2 s + \frac{3}{5} \cdot \frac{Z^2 e^2}{R} \quad (4.-15)$$

em que  $R$  é o raio clássico do núcleo e  $s$  é a energia de superfície por unidade de área. Suponhamos que o núcleo se deforma, como se indica na figura 26-I, na qual  $r$  designa a distância entre os centros dos fragmentos de fissão em que o núcleo se possa, eventualmente, cindir. Se a deformação tende a continuar, acaba por vencer-se a barreira de potencial que mantinha o núcleo unido, separando-se este em dois fragmentos (fig. 26-II).

Contudo, estes encontram-se aqui ainda suficientemente próximos para que o potencial existente não seja puramente coulombiano, existindo ainda forças nucleares residuais, o que faz com que os fragmentos não sejam ainda esféricos. Finalmente, na figura 26-III os fragmentos de fissão afastaram-se suficientemente para que existam apenas forças de repulsão coulombianas.

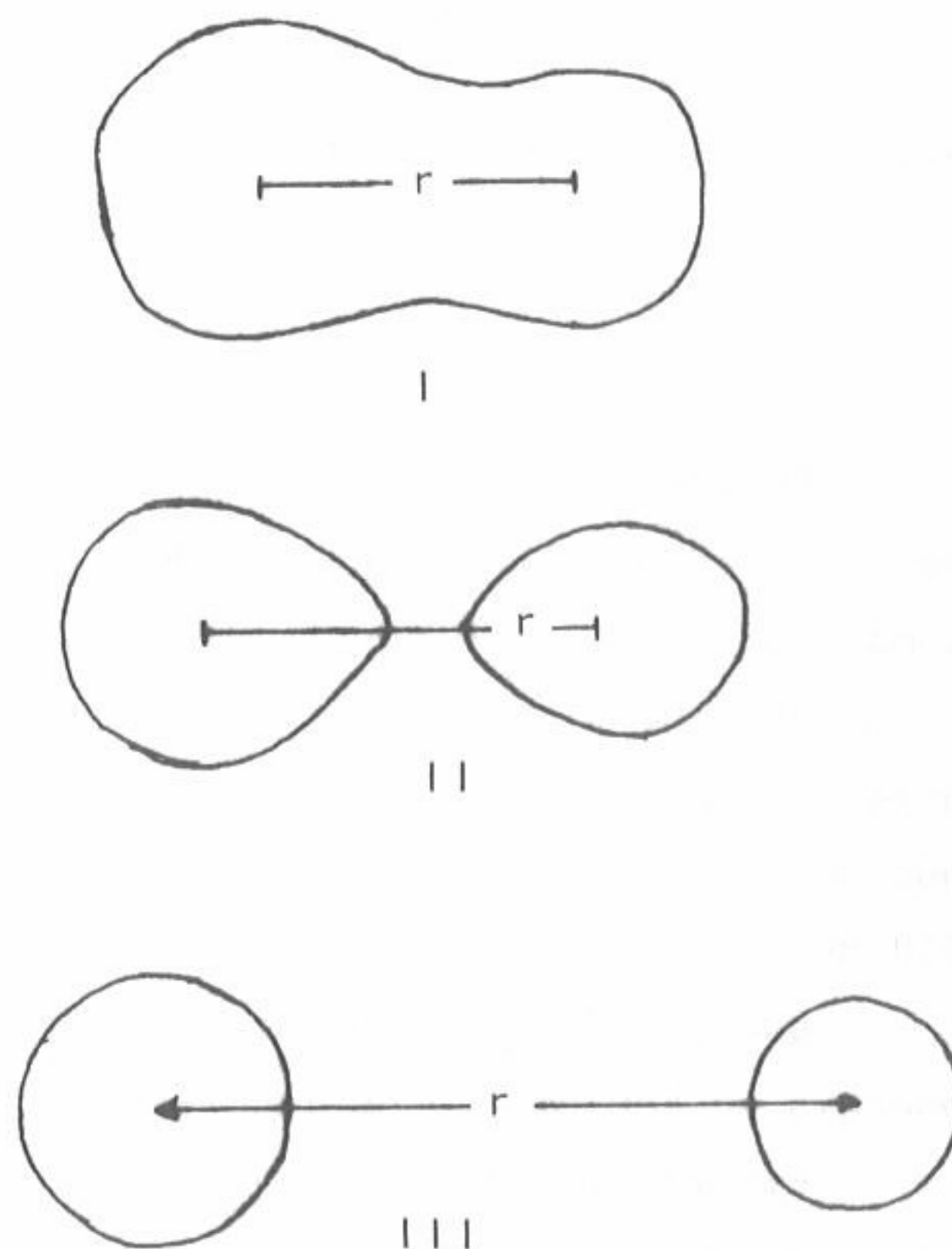


Fig. 26 - Representação esquemática da deformação nuclear conduzindo à fissão.



O núcleo inicial terá tendência a cindir-se se a energia diminuir (sistema mais estável) à medida que a distância,  $r$ , aumentar.

Tomemos para expressão da energia a equação (4.-15), substituindo o raio do núcleo esférico inicial por  $r$  :

$$E = 4\pi r^2 \cdot s + \frac{3}{5} \frac{Z^2 e^2}{r} \quad (4.-16)$$

O núcleo cindir-se-á em dois fragmentos se a função  $E=f(r)$  for decrescente, isto é, se  $\frac{\partial E}{\partial r} < 0$ , ou seja, a partir de (4.-16):

$$\frac{\partial E}{\partial r} = 8\pi r s - \frac{3}{5} \frac{Z^2 e^2}{r^2} < 0,$$

de onde se obtém:

$$\frac{Z^2}{r^3} > \frac{5}{3} \cdot \frac{8\pi s}{e^2}$$

ou, utilizando a expressão do raio clássico do núcleo:

$$\frac{Z^2}{A} > \frac{5}{3} \cdot \frac{8\pi s r_0^3}{e^2}$$

Bohr e Wheeler calcularam o valor  $\frac{Z^2}{A} > 47,8$ . Assim, em acordo com a teoria de Bohr e Wheeler, quando a razão  $Z^2/A$  obedecer àquela condição, a soma das energias de superfície e de Coulomb diminuem quando o núcleo se deforma. Não haverá, então, forças que impeçam um núcleo nessas condições de se deformar cada vez mais e o resultado final (fig. 26-11) será a separação do núcleo inicial em dois fragmentos, libertando-se uma energia de cerca de 200 MeV, como anteriormente se viu.

Quando  $Z^2/A$  é inferior a 47,8, a deformação causa uma variação da energia de Coulomb: o núcleo resiste, portanto, à deformação.

Embora esta teoria seja apenas aproximada, ela é qualitativamente válida e, mesmo de um ponto de vista quantitativo está muito mais próxima da realidade do que o cálculo anteriormente realizado que conduziu à condição traduzida pela desigualdade (4.-14). Com efeito, para o urânio — nos isótopos do qual se começa a observar fissão espontânea — a razão  $Z^2/A$  é de cerca de 36, inferior portanto ao valor calculado pela teoria de Bohr e Wheeler (na realidade, esse valor só é atingido para  $Z \approx 110$ , isto é, para núcleos ainda

inexistentes). O cálculo efectuado é, assim, apenas aproximado o que, aliás, seria de esperar atendendo à expressão de que partimos para a energia (equação 4.-16) e ao facto de se tratar de um cálculo puramente clássico, não entrando em consideração com efeitos quânticos, por exemplo a penetração da barreira de potencial, prevista e calculada através da Mecânica Quântica.

As previsões da teoria simplificada de Bohr e Wheeler são, contudo, como já se referiu, qualitativamente válidas pois elas estão de acordo com os factos experimentais observados na fissão espontânea que, como se viu, são:

- a) a fissão espontânea dá-se para valores do número atómico muito superiores ao inicialmente previsto ( $Z=36$ ); na realidade, o fenómeno só se observa para valores de  $Z \geq 92$ ;
- b) a probabilidade de fissão espontânea aumente rapidamente com o valor de  $Z$ .

Note-se que o processo de fissão espontânea dos núcleos de elevado valor do número atómico é apenas um dos seus modos de declínio, estando em geral em competição com os declínios alfa ou beta.

Além da fissão espontânea, existe também o processo de fissão induzida, obtida através de um bombardeamento dos núcleos "pesados" com neutrões ou outras partículas. A fissão induzida é um caso particular de uma reacção nuclear na qual se forma um núcleo composto num estado altamente excitado, sendo a fissão um dos possíveis modos de declínio desse núcleo excitado. Ela é, em geral, efectuada por meio de neutrões lentos em reactores nucleares.

#### 4.4.3 - Aspectos Experimentais da Fissão Nuclear

A observação experimental da fissão nuclear revela, em geral, a emissão de dois fragmentos, tendo cada um deles uma energia de cerca de 75 MeV. No caso da fissão espontânea o processo é, em geral, assimétrico; na fissão induzida, a assimetria em relação à massa dos fragmentos de fissão diminui à medida que aumenta a energia das partículas bombardeantes. Com neutrões lentos, as distribuições de massa dos fragmentos de fissão do  $^{234}\text{U}$ ,  $^{236}\text{U}$  e  $^{240}\text{Pu}$ , formados a partir da captura neutrónica do  $^{233}\text{U}$ ,  $^{235}\text{U}$  e  $^{239}\text{Pu}$ , respectiva

mente, são indicadas na figura 27.

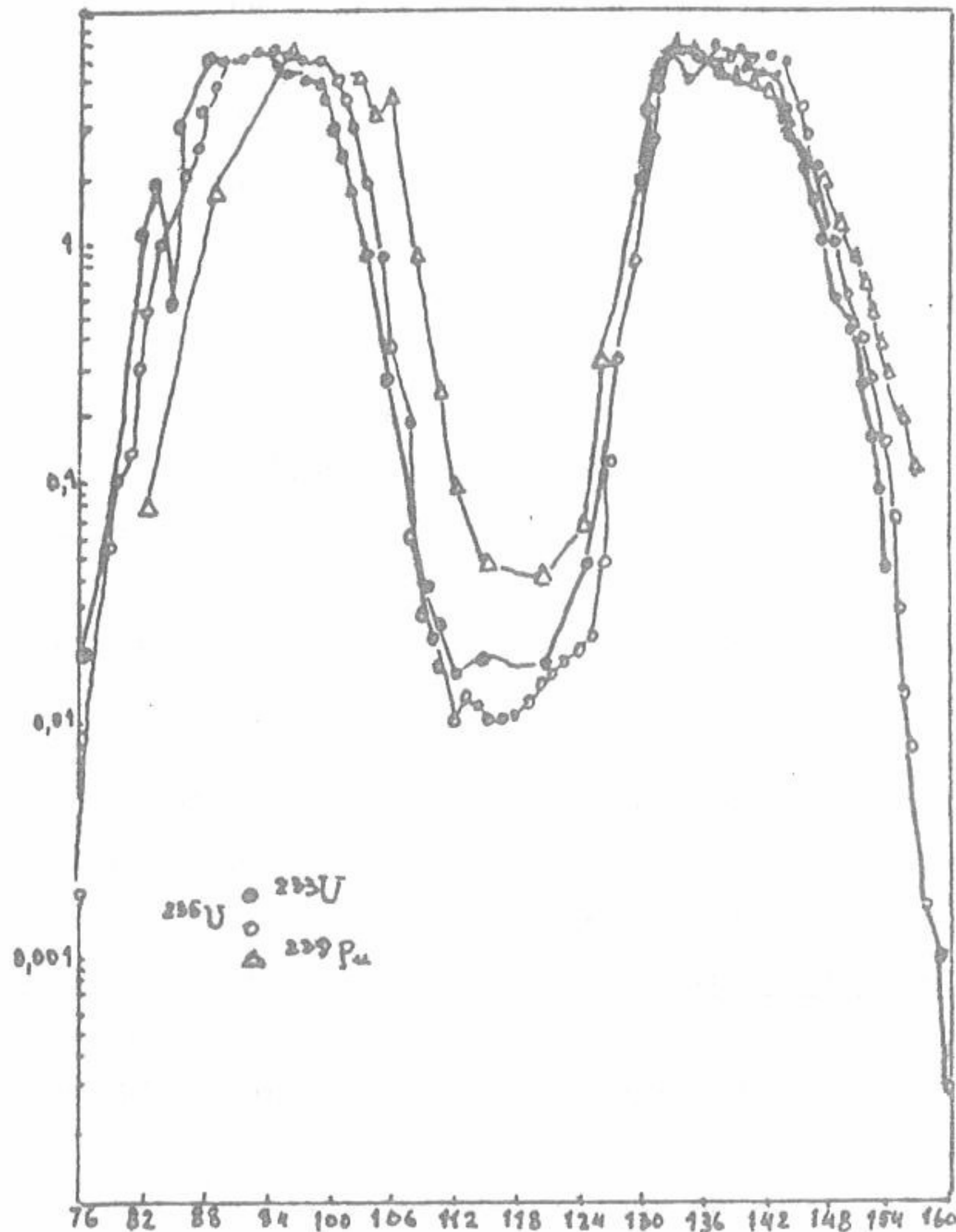


Fig. 27 - Distribuição de massas dos fragmentos de fissão do  $^{234}\text{U}$ ,  $^{236}\text{U}$  e  $^{240}\text{Pu}$  formados a partir da captura de neutrões lentos por  $^{233}\text{U}$ ,  $^{235}\text{U}$  e  $^{239}\text{Pu}$ , respectivamente.

Note-se que, na fissão nuclear, libertam-se neutrões. Na realidade, o excesso de neutrões em relação a protões, dentro do núcleo, aumenta com o número de massa. Em consequência deste facto, não só os fragmentos de fissão constituem núcleos instáveis, com excesso de neutrões, como ainda se produz



libertação destas partículas. Nestas condições, a fissão de um núcleo dá origem a neutrões livres que poderão provocar novas cisões noutros núcleos, provocando uma reação em cadeia. É esta característica da fissão nuclear que possibilitou o seu aproveitamento como fonte de energia.

Em geral, a fissão é binária, isto é, os fragmentos de fissão são em número de dois; ocorre contudo, embora com muito menor frequência, a fissão ternária, em que é emitido um terceiro fragmento, geralmente sob a forma de uma partícula alfa. A fissão ternária produz-se apenas entre alguns décimos por cento e um por cento da fissão binária.

Na libertação de energia de uma fissão nuclear, devemos distinguir duas fases. Com efeito, num processo primário são emitidos os fragmentos de fissão juntamente com neutrões e radiação gama, resultante da reorganização da carga quando a fissão ocorre. O processo secundário de libertação de energia é devido à instabilidade nuclear dos fragmentos de fissão. Na realidade, como acima se fez notar, os fragmentos de fissão são constituídos por núcleos muito ricos em neutrões, sendo portanto instáveis no que respeita ao declínio beta. Nestas condições, quando a fissão nuclear ocorre, existe uma considerável libertação posterior de energia devida à emissão de partículas beta, neutrinos e radiação gama provenientes da desintegração dos fragmentos de fissão.

Os períodos dos emissores beta obtidos na fissão nuclear variam entre largos limites, desde fracções de segundo (por exemplo, o  $^{85}\text{As}$ , cujo período de semidesintegração é  $T_{1/2}=0,43\text{s}$ ) até milhões de anos (por exemplo, o  $^{129}\text{I}$ , cujo período é  $T_{1/2}=1,6 \cdot 10^7\text{a}$ ).

Outro processo secundário que acompanha a fissão nuclear é a emissão atrasada de neutrões: se um fragmento de fissão for tão rico nestas partículas que a emissão de uma delas seja um processo competitivo com a desexcitação por emissão gama, dar-se-á uma emissão de neutrões que é atrasada em relação aos neutrões que se libertam na cisão do núcleo inicial. Um exemplo deste facto é a desexcitação do  $^{87}\text{Br}$ , um dos núclidos que se obtém como fragmento de fissão. O seu esquema de declínio encontra-se na figura 28.

Por desintegração  $\beta^-$  o  $^{87}\text{Br}$  dá origem a  $^{87}\text{Kr}$ , quer no seu estado fundamental quer num estado excitado. Este último encontra-se acima da energia de dissociação para um neutrão do  $^{86}\text{Kr}$  e, na realidade, cerca de 2% dos núcleos de  $^{87}\text{Br}$  declinam por esta via. A emissão de neutrões pelo esta

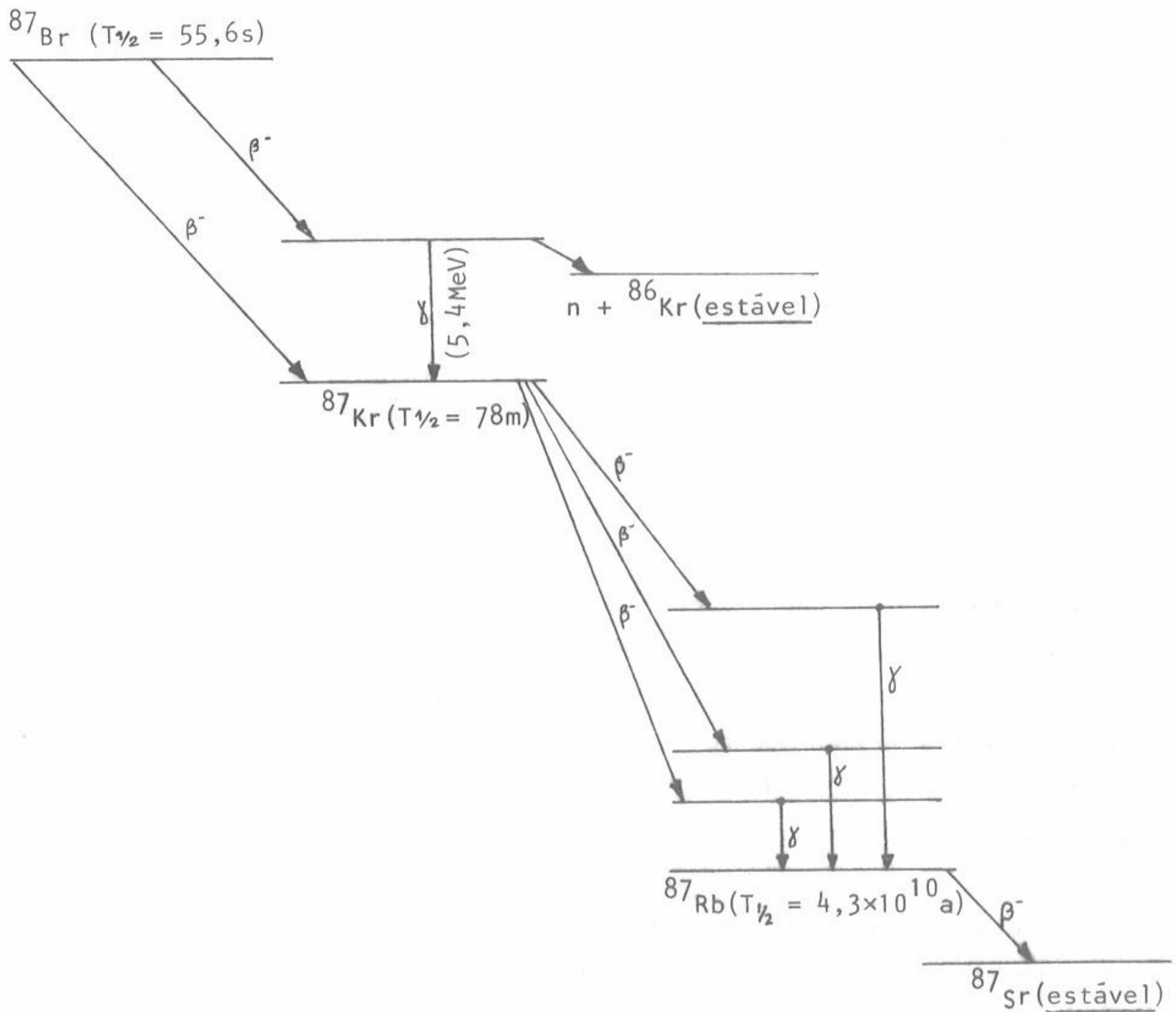


Fig. 28 - Esquema de declínio do  $^{87}\text{Br}$ .

do excitado do  $^{87}\text{Kr}$  é muito rápida (cerca de  $10^{-20}\text{s}$ ), mas como este último núclido se forma à custa do  $^{87}\text{Br}$ , a actividade desta emissão neutrônica tem o período do declínio beta que lhe deu origem, que é um processo relativamente lento. Têm sido encontrados muitos outros emissores de neutrões nos produtos de fissão; assim, por exemplo, na fissão do  $^{235}\text{U}$ , 0,7% de todos os neutrões emitidos, devem-se a processos de emissão atrasada.

A distribuição da energia de fissão entre as partículas e radiações primárias e secundárias é de grande importância nas aplicações práticas da fissão nuclear, nos reactores e outras utilizações da energia nuclear. O quadro IV-4 mostra essa distribuição.



## QUADRO IV-4

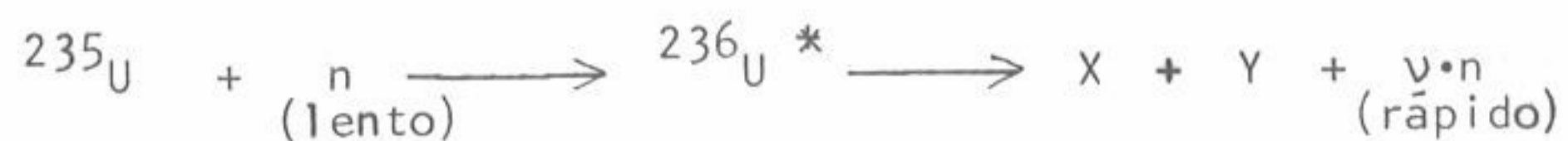
## DISTRIBUIÇÃO DE ENERGIA NA FISSÃO NUCLEAR

	(MeV)
Energia cinética dos fragmentos de fissão .....	165 ± 5
Energia de emissão gama instantânea .....	7 ± 1
Energia cinética dos neutrões .....	5 ± 0,5
Partículas beta dos fragmentos de fissão .....	7 ± 1
Radiação gama dos fragmentos de fissão .....	6 ± 1
Neutrinos dos fragmentos de fissão .....	10
Total	200 ± 6

4.4.4 - Neutrões libertados na fissão

Considere-se a fissão induzida no  $^{235}\text{U}$  por meio de uma irradiação com neutrões lentos, que conduz à formação de núcleos de  $^{236}\text{U}$  num estado excitado. A partir deste estado excitado, os núcleos de  $^{236}\text{U}$  podem declinar para o estado fundamental deste núcleo por meio de emissão gama ou, alternativamente, por meio de um processo de fissão (a vida-média deste processo é tão curta que outros processos também energeticamente possíveis, como os declínios alfa ou beta, não entram em competição com a fissão de um modo significativo).

A fissão induzida no  $^{235}\text{U}$  por neutrões lentos é representada pelo seguinte esquema:



em que X e Y representam os fragmentos de fissão e  $\nu$  é o número médio de neutrões libertados em cada núcleo que sofre a fissão; no caso do  $^{235}\text{U}$  esse número é  $\nu = 2,47$ . No quadro IV-5 indicam-se os valores de  $\nu$ , para quatro materiais cindíveis bombardeados com neutrões lentos, juntamente com outras constantes a seguir especificadas, importantes para a apreciação do



processo de fissão.

QUADRO IV-5

FISSÃO NUCLEAR: ALGUNS PARÂMETROS

Núcleo	$\sigma_F$ (barn)	$\sigma_\gamma$ (barn)	$\nu$	$\eta$
$^{233}\text{U}$	524	69	2,51	2,29
$^{235}\text{U}$	590	108	2,47	2,08
urânio natural	—	—	2,47	1,33
$^{239}\text{Pu}$	729	300	2,91	2,08

Para que se produza uma reacção em cadeia é, evidentemente necessário o que  $\nu > 1$ . Se esta condição for cumprida, os neutrões libertados numa primeira fissão serão eventualmente absorvidos por outros núcleos de urânio originando novas reacções de fissão que emitirão novos neutrões e assim por diante. Com  $\nu > 1$ , a densidade dos neutrões vai aumentando dentro do material, provocando um número crescente de reacções de fissão. Mas, para que isso suceda, é necessário que os neutrões não se escapem do material cindível, isto é, é necessário que este tenha umas certas dimensões mínimas, o que se designa por massa crítica do material cindível.

Os neutrões libertados na fissão estão animados de grande energia; o coeficiente  $\nu$  define o número médio de neutrões rápidos libertados em cada processo de fissão. Mas, como se viu, este processo está em competição com outros processos de desexcitação do núcleo composto formado por absorção de um neutrão, nomeadamente a desexcitação por emissão gama. Nestas condições, é necessário definir um outro coeficiente ( $\eta$ ) que define o número de neutrões rápidos libertados por cada neutrão lento absorvido pelo material cindível. Na definição de  $\eta$  é, assim, necessário introduzir as secções eficazes deste material no que respeita ao processo de fissão ( $\sigma_F$ ) e no que respeita à desexcitação por emissão gama ( $\sigma_\gamma$ );  $\eta$  é definido pela expres-

são:

$$\eta = \frac{\nu \cdot \sigma_F}{\sigma_F + \sigma_\gamma}$$

Para que se dê uma reacção em cadeia não basta que  $\nu > 1$ ; é também necessário que  $\eta > 1$ . Vê-se, assim, pelo Quadro IV-5 que, enquanto os quatro materiais cindíveis têm valores de  $\nu$  bastante próximos, existe uma considerável diferença entre o urânio natural e os outros materiais no que respeita ao valor de  $\eta$ .

#### 4.4.5 - O reactor de fissão

A primeira condição para que funcione um reactor de fissão é que o factor  $\eta$ , definido no parágrafo anterior, seja superior à unidade. No urânio natural, (mistura de  $^{235}\text{U}$  e  $^{238}\text{U}$  na razão de 1/140) esse factor é igual a 1,33.

Um facto particularmente importante a ter em consideração nos reactores que utilizam o urânio natural como material cindível é a elevada secção eficaz que o  $^{238}\text{U}$  apresenta para reacções  $(n, \gamma)$  quando os neutrões incidentes têm determinadas energias. Com efeito, quando estas energias se situam entre 5 e 100 eV, aquela reacção apresenta numerosos picos de ressonância (cf. §3 do Cap. II): para determinados valores de energia dos neutrões situados entre aqueles limites, as secções eficazes para a reacção  $(n, \gamma)$  atinge valores de cerca de 1000 barn, enquanto para energias vizinhas as secções eficazes são inferiores a 10 barn. Nestas condições, se os neutrões absorvidos pelos numerosos núcleos de  $^{238}\text{U}$ , presentes no urânio natural, tiverem energias situadas entre aqueles limites, eles irão provocar estados excitados de  $^{239}\text{U}$  que declinam por emissão  $\beta$  e  $\gamma$ , não sofrendo a fissão (no  $^{238}\text{U}$  esta é apenas provocada por uma pequena fracção de neutrões rápidos). Por este motivo, torna-se absolutamente necessário, num reactor que funcione a urânio natural, retardar os neutrões produzidos na fissão antes que eles entrem em interacção com os núcleos de  $^{238}\text{U}$ , de modo a evitar que os neutrões sejam perdidos nas reacções  $(n, \gamma)$ .

O material cindível por excelência no urânio natural é o  $^{235}\text{U}$ , cuja secção eficaz de fissão aumenta quando a energia dos neutrões diminui, o que reforça a necessidade de retardar os neutrões. Deve, portanto, procurar-se que os neutrões tenham apenas energia devida à agitação térmica, pelo que são designados por neutrões térmicos.



Assim, um reactor de fissão operando com urânio natural consiste essencialmente de uma rede de barras de urânio embebidas num material moderador no qual os neutrões perdem a maior parte da sua energia cinética, sem serem capturados de uma forma significativa. As substâncias moderadoras mais utilizadas são o carbono, sob a forma de grafite, e a água pesada, cujas secções eficazes de absorção de neutrões lentos são muito baixas (respectivamente 0,001 e 0,0045 barn). A água natural tem uma secção eficaz de absorção de neutrões lentos muito mais elevada (0,664 barn) pelo que esta substância não pode ser usada como moderador num reactor utilizando o urânio natural; ela é, contudo, utilizável nos reactores a urânio enriquecido no seu isótopo  $^{235}\text{U}$ .

Examinemos agora o ciclo de funcionamento de um reactor de fissão a urânio natural, desde a absorção de neutrões térmicos pelo elemento activo, produção de neutrões rápidos, retardamento destes e, de novo, absorção de neutrões térmicos, completando-se o ciclo.

Suponhamos que são originalmente absorvidos, no elemento activo do reactor  $N$  neutrões térmicos; pretende-se determinar o número  $K \cdot N$  de neutrões que são produzidos e sobrevivem aos diversos processos competitivos que se produzem no interior do reactor, sendo, de novo, absorvidos pelo elemento activo como neutrões lentos. Obviamente, para que o reactor funcione é necessário que  $K$  seja maior que a unidade.

Como se viu no parágrafo anterior, se forem absorvidos  $N$  neutrões térmicos pelo elemento activo, serão produzidos  $\eta \cdot N$  neutrões rápidos. Alguns destes irão provocar reacções de fissão no  $^{238}\text{U}$ , aumentando ligeiramente o número de neutrões rápidos produzidos; designemos por  $\epsilon$  o factor de fissão rápida, de modo que o número total de neutrões rápidos obtidos é  $\eta \cdot \epsilon \cdot N$ .

Como o núcleo do reactor tem dimensões finitas, alguns neutrões rápidos terão percursos que excedem os seus limites, sendo perdidos. Para dar conta deste facto, introduz-se o factor de perdas para neutrões rápidos,  $l_f$ , de modo que o número de neutrões rápidos perdidos é dado por  $\eta \epsilon l_f N$ . Nestas condições, o número de neutrões rápidos que ficam no núcleo do reactor e serão posteriormente retardados é, evidentemente, dado por  $\eta \epsilon (1 - l_f) N$ .

No decurso do retardamento, alguns destes neutrões serão absorvidos pelo  $^{238}\text{U}$  sem provocarem a fissão, sobretudo aqueles que se situarem dentro do intervalo de energias em que existem picos de ressonância elevados para reacções  $(n, \gamma)$  neste núcleo, como anteriormente se fez notar. É, assim necessário intro



duzir a probabilidade de escape à ressonância,  $p$ , e, deste modo, obtem-se — a partir dos  $N$  neutrões inicialmente absorvidos no elemento activo do reactor — um número de neutrões lentos dado por:

$$\eta \epsilon (1 - l_f) p \cdot N$$

Contudo, alguns destes neutrões lentos atingem os limites do núcleo do reactor sem provocarem uma fissão, sendo assim necessário introduzir um novo factor de perdas,  $l_s$ , que é o factor de perdas para neutrões lentos. O número de neutrões lentos que restam é então dado por:

$$\eta \epsilon (1 - l_f) p (1 - l_s) N$$

Finalmente, alguns destes neutrões térmicos são absorvidos pelo moderador bem como pelos materiais que constituem a estrutura do núcleo do reactor, tais como os tubos de alumínio que contêm o elemento activo. A fracção de neutrões térmicos que escapam a esta última absorção é dada pelo factor térmico de utilização,  $f$ , dado por:

$$f = \frac{N_{235} \sigma_A(235) + N_{238} \sigma_A(238)}{\sum_i N_i \sigma_A(i)}$$

em que  $\sigma_A(i)$  é a secção eficaz de absorção de neutrões lentos para o núclido  $i$  e  $N_i$  é a abundância relativa desse núclido no núcleo do reactor.

O número final de neutrões absorvidos, em segunda geração, pelo elemento activo do reactor é, então:

$$K \cdot N = \eta \epsilon p f (1 - l_f) (1 - l_s) N$$

Se o núcleo do reactor for de grande dimensões, poder-se-á desprezar  $l_f$  e  $l_s$  perante a unidade, definindo-se o factor  $K_\infty$ , dado por:

$$K_\infty = \eta \epsilon p f$$

Praa que o reactor possa funcionar é, evidentemente, necessário que  $K_\infty$  seja superior à unidade. Valores típicos para os parâmetros que intervêm na

definição de  $K_{\infty}$  são:

$$\eta = 1,33 \quad ; \quad \epsilon = 1,02 \quad ; \quad p = 0,9 \quad ; \quad f = 0,9 \quad ;$$

de onde se obtém:

$$K_{\infty} = 1,10.$$

Por outro lado, é necessário que o core do reactor tenha dimensões suficientemente grandes para que  $l_f$  e  $l_s$  não façam com que  $K$  se afaste de  $K_{\infty}$  de modo a tornar-se inferior à unidade. A figura 29 representa esquematicamente o ciclo de um reactor a urânio natural.

O intervalo de tempo,  $t_0$ , entre a produção e a absorção de um neutrão, no reactor, é da ordem de grandeza entre  $1 \times 10^{-3} \text{ s}$  e  $2 \times 10^{-3} \text{ s}$ ; por cada geração de neutrões, isto é, por cada intervalo de tempo  $t_0$ , a densidade de neutrões,  $\rho$ , no reactor aumenta de  $k\rho - \rho = (k-1)\rho$

A taxa de variação da densidade de neutrões é, então:

$$\frac{d\rho}{dt} = \frac{(K-1)\rho}{t_0}$$

De onde se obtém, por integração:

$$\rho = \rho_0 e^{t/\tau}$$

em que

$$\tau = \frac{t_0}{K-1}$$

Quer dizer, o crescimento da densidade de neutrões é exponencial, com uma constante de tempo,  $\tau$ . Assim, se  $K=1,01$ , essa constante de tempo é aproximadamente  $0,1 \text{ s}$ . A energia libertada crescerá do mesmo modo, o que se tornaria catástófico se não houvesse uma possibilidade de controle. Este é realizado introduzindo no núcleo do reactor, a profundidades variáveis, barras de um material com uma secção eficaz muito elevada para a absorção de neutrões térmicos, como é, por exemplo, o caso do cádmio. Assim, quando a produção de energia atingiu o valor pretendido, introduzem-se suficientemente essas barras de controle no núcleo do reactor de modo a que se obtenha um valor de  $K=1$ : em acordo com as equações anteriores, a densidade de neutrões manter-se-á, a partir daí, constante. Ao pretender-se parar a produção de

### CICLO DOS NEUTRÕES NUM REACTOR DE URÂNIO NATURAL

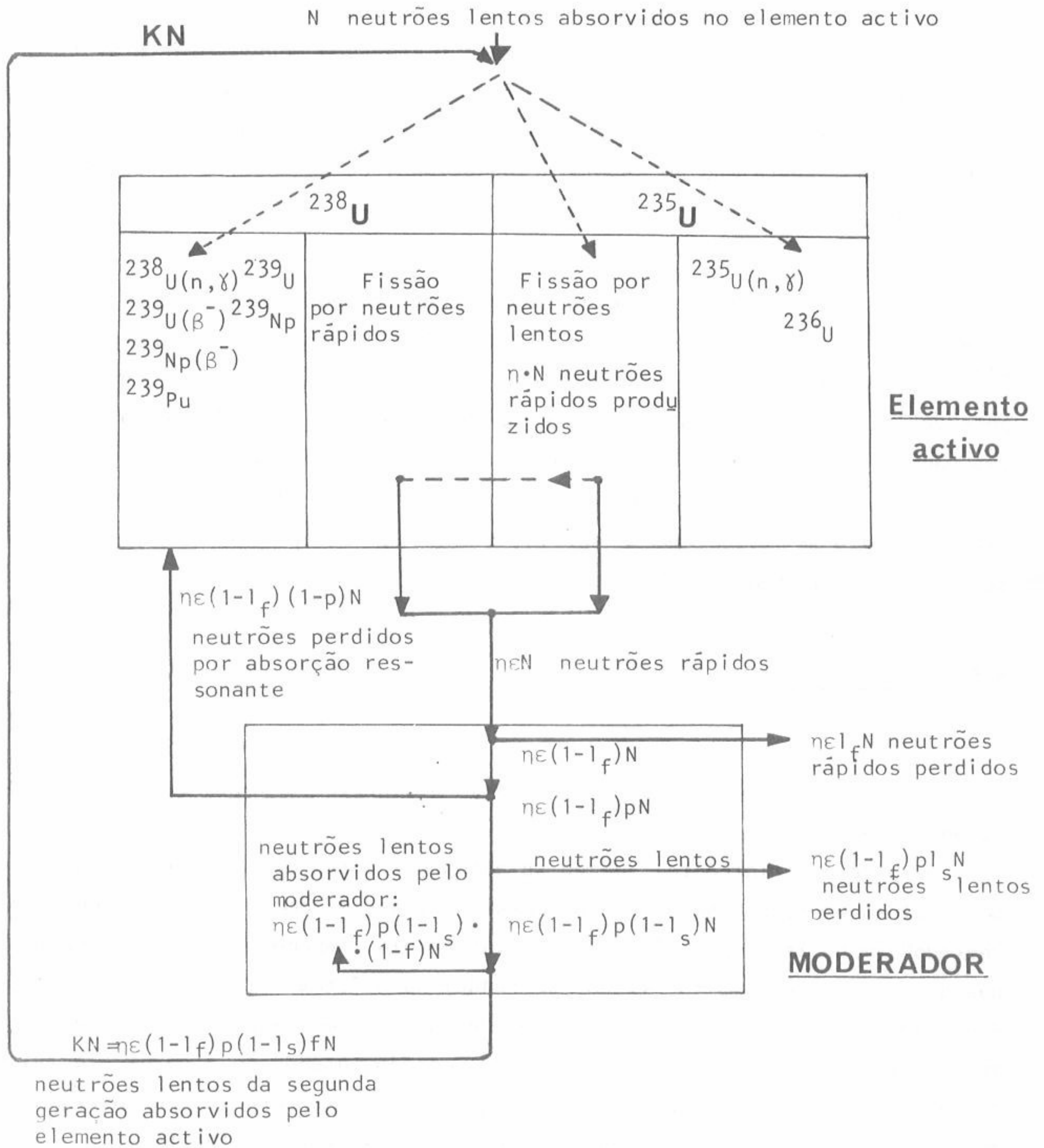


Fig. 29



energia no reactor, introduzem-se as barras de controle mais profundamente, de modo a obter-se um valor de  $K < 1$ : o valor de  $\rho$  é, então, negativo e a densidade de neutrões diminuirá exponencialmente.

Têm sido construídos muitos tipos de reactores quer para a produção de energia, quer para a obtenção de núclidos radioactivos artificiais por meio de reacções  $(n, \gamma)$ , quer ainda para fins de investigação científica e técnica. Muitos deles funcionam com urânio natural, tendo como moderadores grafite ou água pesada. Outros utilizam urânio enriquecido em  $^{235}\text{U}$ , podendo estes últimos usar a água natural como moderador. É deste tipo o "Reactor Português de Investigação", instalado no Laboratório Nacional de Engenharia e Tecnologia Industrial, situado em Sacavém.

Finalmente recorde-se que os neutrões absorvidos pelo  $^{238}\text{U}$  dando origem a reacções  $(n, \gamma)$  vão produzir  $^{239}\text{U}$  o qual é  $\beta$ -instável transmutando-se em  $^{239}\text{Np}$ ; este sofre igualmente o declínio  $\beta$  originando  $^{239}\text{Pu}$ . No quadro IV-5 pode verificar-se que este núclido é também altamente conveniente para uma reacção de fissão. Assim, um reactor funcionando com urânio natural vai produzindo energia, sobretudo a partir da fissão do  $^{235}\text{U}$  e vai, simultaneamente, dando origem a um novo elemento activo, o  $^{239}\text{Pu}$ , que poderá ser, posteriormente, utilizado noutros reactores.

#### 4.5 - Fusão Nuclear

Para terminar este capítulo, faça-se uma breve referência ao fenómeno da fusão nuclear.

Viu-se anteriormente, quando se estudou a curva de variação da energia por nucleão em função do número de massa que, assim como a fissão de um núcleo "pesado" em núcleos mais "leves" liberta energia, fenómeno idêntico sucede quando dois núcleos muito "leves" se fundem para formar um núcleo mais "pesado". Poderemos, então, pensar na construção de núcleos complexos a partir de outros mais simples, com libertação de energia. Contudo, atendendo à carga eléctrica nuclear, é necessário fornecer-lhe energia suficiente para que se aproximem de modo a que forças de interacção forte nucleares se tornem efectivas.

A única forma eficiente, conhecida até ao presente, de fornecer energia aos núcleos para que se dê o processo de fusão nuclear consiste em levar o

material que os contem a temperaturas muito elevadas. Com efeito, à medida que se aumenta a temperatura de um corpo, os átomos e as moléculas que o constituem adquirem energias sucessivamente crescentes. Se a temperatura é levada a valores da ordem de grandeza de  $10^6$  graus, produzir-se-ão algumas colisões nucleares com energia suficiente para vencer os efeitos de repulsão electrostática, podendo então ter lugar o fenómeno da fusão nuclear.

Até agora, a fusão nuclear artificial foi conseguida nas chamadas bombas termonucleares ou bomba H, em que a energia disponível é libertada de uma forma incontrolada e quase instantaneamente. As elevadas temperaturas necessárias ao início da fusão foram obtidas, na bomba H, por meio de uma bomba de fissão ou "bomba atômica", que serviu de detonador.

A fusão pode ser obtida por diversos processos, dos quais os mais simples são os traduzidos pelos seguintes esquemas:



ou, com igual probabilidade:



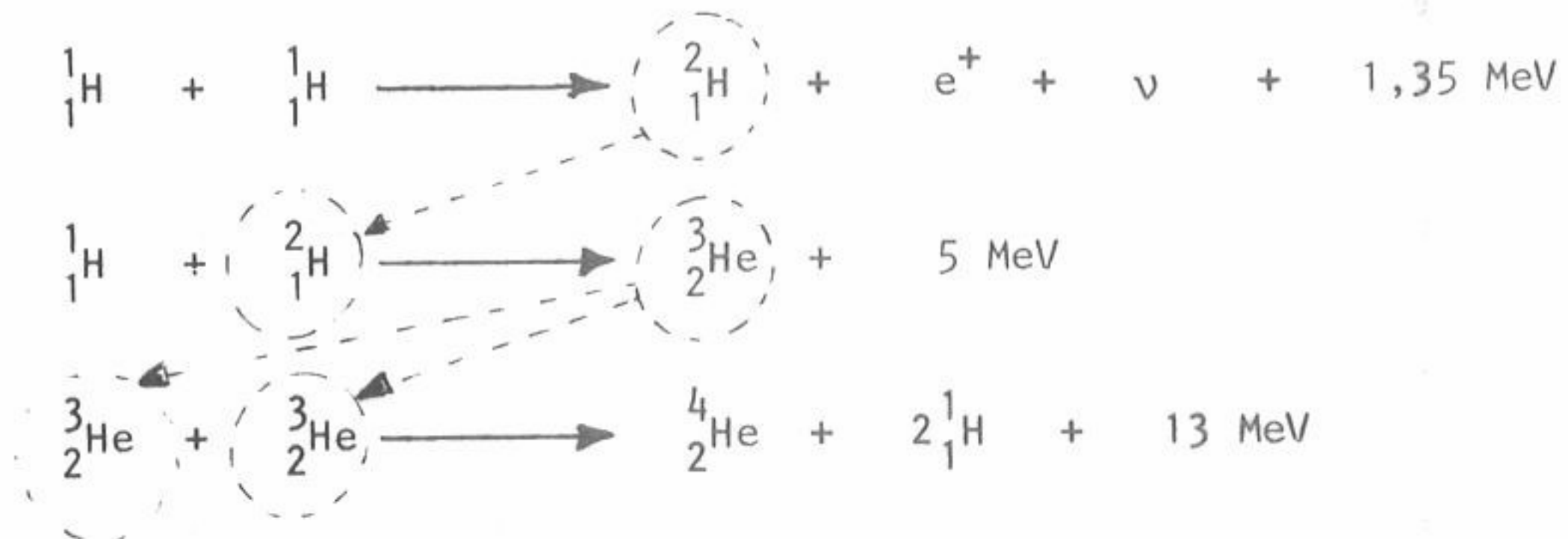
Quer dizer: por fusão de dois núcleos de deutério, origina-se um núcleo de hélio-3 e um neutrão ou, alternativamente, um núcleo de trítio e um protão.

Os processos de fusão nuclear são, fundamentalmente, a fonte de toda a energia disponível na Terra, visto que são eles que produzem a energia das estrelas. O centro de uma estrela, por exemplo o Sol, contem matéria comprimida a temperatura muito elevada, constituindo um plasma. As energias cinéticas dos átomos, num plasma, são muito superiores às energias de ligação de muitos dos seus electrões. Nestas condições, os átomos existentes no plasma perdem, por colisões entre eles, os seus electrões. Um plasma contem, assim, uma grande quantidade de electrões livres e iões positivos. Todas estas partículas estão animadas de velocidades muito elevadas e sofrem repetidas colisões entre si. Quando os átomos ficam despojados por completo dos seus electrões, uma colisão ião-ião é, na realidade, uma colisão entre núcleos.

Sabe-se que o Sol é, em grande parte, composto de hidrogénio e de outros



elementos "leves". Atendendo às elevadíssimas temperaturas existentes na região central do Sol, a colisão entre núcleos desses elementos leves dá origem a reacções de fusão nuclear. Os núcleos daí resultantes, podem produzir, por novas colisões, outras reacções de fusão. Uma das possíveis sequências de reacção de fusão que se julga dar-se no interior do Sol é a seguinte:



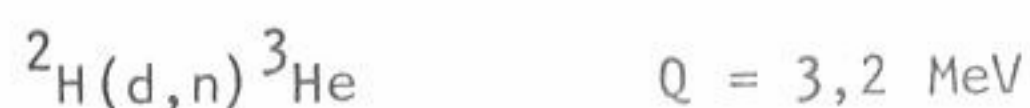
Quer dizer: da fusão de núcleos de hidrogénio resultam, como produtos finais, núcleos de hélio-4, electrões positivos e neutrinos, libertando-se uma considerável quantidade de energia, além de se produzir uma regeneração de parte do hidrogénio necessário para a reacção.

Estes e outros processos em que se consome hidrogénio proporcionam a fonte de enormes quantidades de energia produzidas no interior do Sol. Através de processos de transferência de calor, a energia é transportada para a região superficial, de onde é radiada para o espaço.

Têm-se efectuado ensaios para construir dispositivos em que se possam desenvolver processos controlados de fusão. A principal dificuldade reside em manter um plasma a temperaturas suficientemente elevadas para que o processo ocorra, mantendo-se controlado e contido num determinado espaço.

Entre as reacções possivelmente interessantes para futura utilização em reactores de fusão contam-se as seguintes:

— Reacções D-D (deutério-deutério) já anteriormente indicadas:





— Reacções D-T (deutério-trítio):



— Estudam-se também outros processos de fusão tendo como elementos activos o hidrogénio e o lítio.

Desde os fins da década de cinquenta que se tem investigado insistentemente o problema da fusão controlada para produção de energia. Os êxitos têm sido conseguidos, contudo, com grande lentidão. Quando os diversos aspectos práticos da fusão nuclear controlada e aproveitamento da energia produzida estiverem resolvidos, a Humanidade poderá dispor de uma nova fonte de energia, quase ilimitada.

---



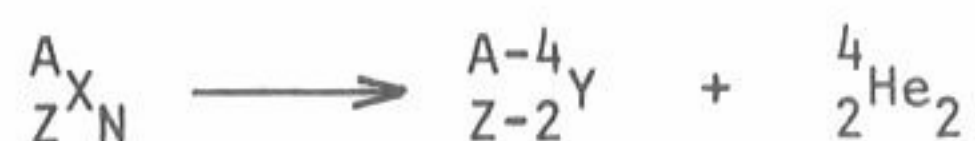
# CAPÍTULO V

## DECLÍNIO ALFA

### 1. - FACTOS EXPERIMENTAIS

A emissão de partículas alfa constitui um dos aspectos com que se revela o fenómeno da Radioatividade, tendo o seu estudo fornecido uma contribuição decisiva para o conhecimento da estrutura nuclear. A acumulação dos resultados experimentais que foram sendo conhecidos ao longo dos anos, desde a identificação da emissão de partículas alfa por certos núcleos, permitiu efectuar estudos sistemáticos que constituíram um auxílio considerável na construção e aperfeiçoamento dos modelos de estrutura nuclear.

Como se sabe, certos núcleos radioactivos transmutam-se emitindo partículas carregadas positivamente. A determinação da sua carga eléctrica bem como da razão entre esta grandeza e a massa, permitiu concluir que essas partículas têm uma carga dupla da do protão e uma massa cerca de quatro vezes a massa do protão. Como se viu no capítulo I, elas foram identificadas por Rutherford como sendo constituídas por núcleos de átomos de hélio-4. A equação simbólica que descreve a emissão alfa por um núcleo genericamente designado por X dando origem a um núcleo Y é, assim:



em que A, Z e N representam, como habitualmente, o número de massa, o número atómico e o número de neutrões respectivamente.

O esquema de declínio de um emissor alfa é representado na figura 30, em que os núcleos existentes no núcleo X poderão declinar, no exemplo mostrado, por uma das três vias seguintes:



## FÍSICA NUCLEAR

— O núcleo X emitiu partículas  $\alpha_0$  deixando o núcleo Y no seu estado fundamental;

— O núcleo X emitiu partículas  $\alpha_1$ , ficando o núcleo Y num estado excitado de energia  $E_1$ ;

— O núcleo X emitiu partículas  $\alpha_2$ , ficando o núcleo Y num estado de maior excitação que o anterior, de energia  $E_2$ .

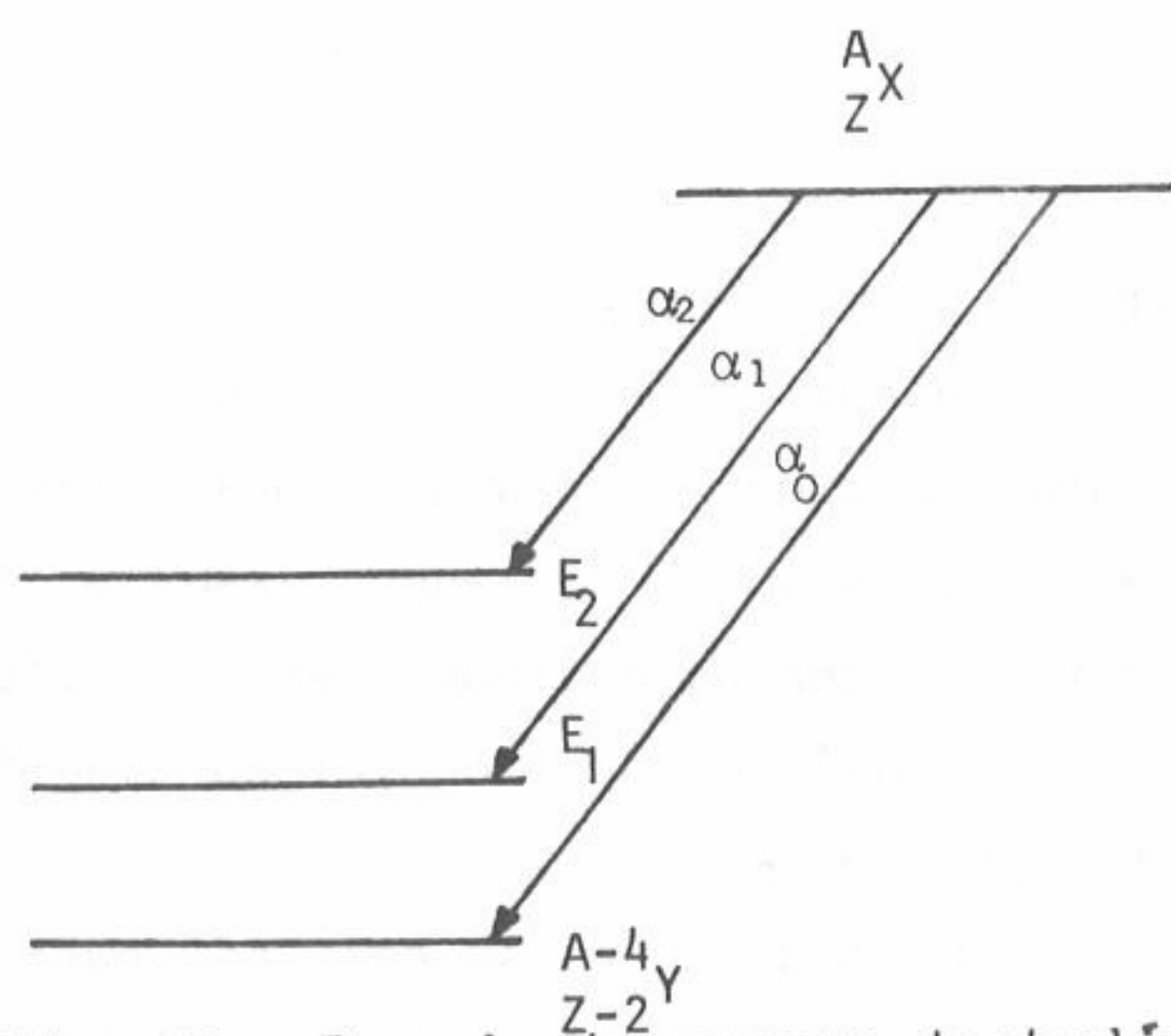


Fig. 30 - Exemplo de esquema de decaimento na emissão alfa.

A determinação da energia das partículas alfa mostrou que cada feixe de partículas,  $\alpha_0$ ,  $\alpha_1$ ,  $\alpha_2$ , no exemplo mostrado, tem um valor bem determinado daquela grandeza. Na realidade, o espectro de energia correspondente ao decaimento  $\alpha$  do núcleo X surge como o representado na figura 31, supondo-se que, num dado intervalo de tempo, o maior número de par-

tículas emitidas corresponde às que foram representadas por  $\alpha_1$ , seguindo-se as  $\alpha_0$  e, finalmente  $\alpha_2$ .

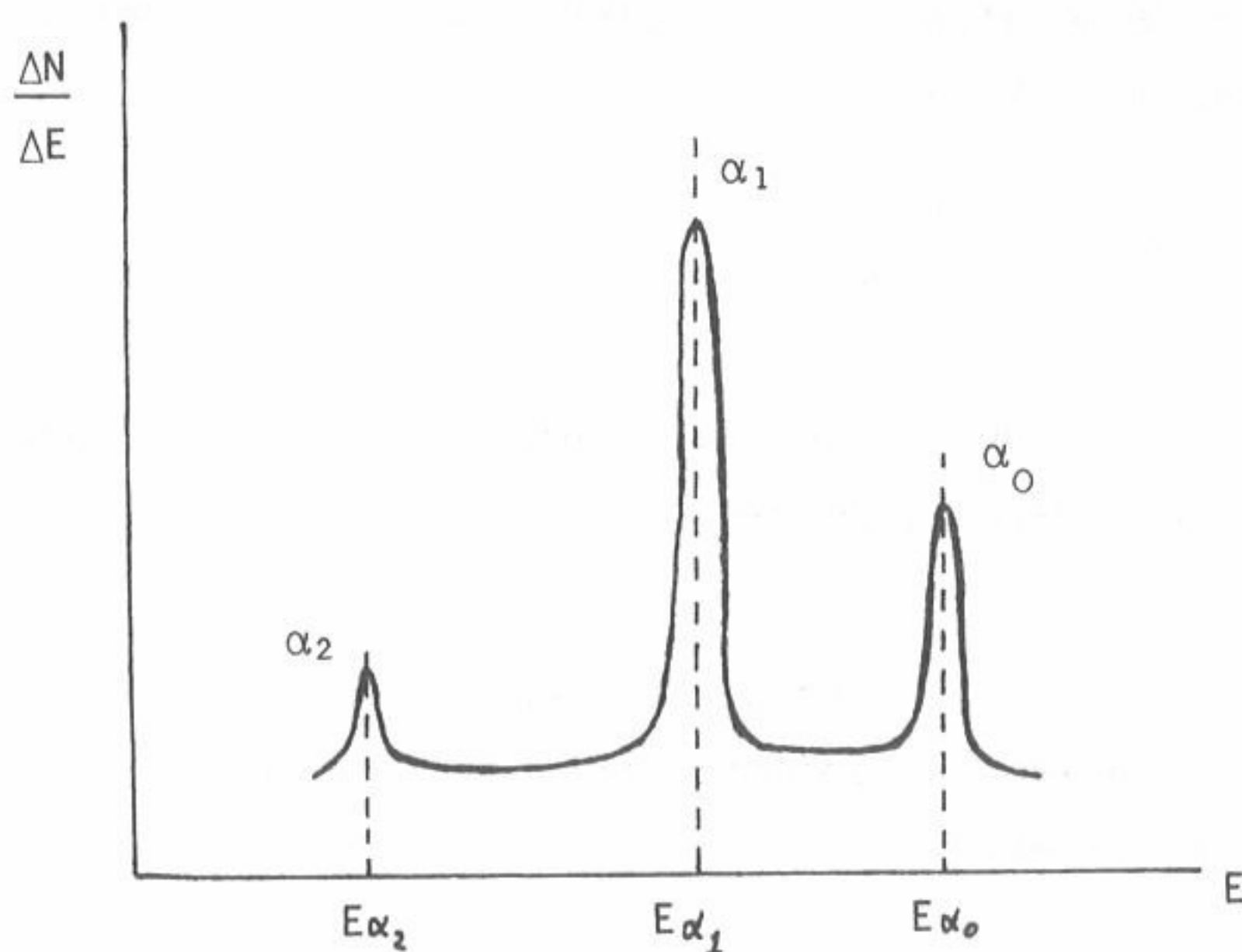


Fig. 31 - Espectro de energia das partículas  $\alpha$  emitidas no decaimento do núcleo cujo esquema se representa na figura 30.

$E$  : energia;  $\Delta N/\Delta E$  : número de partículas emitidas por unidade de tempo dentro do intervalo de energia  $\Delta E$ ;  $E_{\alpha_0}$ ,  $E_{\alpha_1}$ ,  $E_{\alpha_2}$  : energia das partículas  $\alpha_0$ ,  $\alpha_1$ ,  $\alpha_2$ , respectivamente.

O facto de cada feixe de partículas alfa ter uma energia bem determinada mostra que este tipo de decaimento é, do ponto de vista mecânico, um processo a dois corpos: a partícula emitida e o núcleo residual que recua. Ao discutir-se a emissão alfa deve, assim, fazer-se claramente a distinção entre a energia da partícula emitida, seja  $T_\alpha$ , e a energia total do decaimento, que se representa por  $Q_\alpha$ . Na realidade, esta última distribui-se entre a partícula emitida e o núcleo descendente. Recorrendo aos princípios de conservação da energia e do momento linear obtem-se a relação entre  $Q_\alpha$  e  $T_\alpha$ .

A primeira questão que se põe ao realizar esse cálculo consiste em saber se é necessário empregar a dinâmica relativista ou se, pelo contrário, a dinâmica clássica constitui uma aproximação suficiente. De facto, as energias cinéticas envolvidas no decaimento alfa são de uma ordem de grandeza inferior à dezena de MeV, ao passo que as energias equivalentes à massa em repouso das partículas intervenientes no processo são da ordem de grandeza dos milhares de MeV. Podemos, assim, sem erro apreciável, utilizar as expressões da dinâmica newtoniana.

Sendo  $m_\alpha$  e  $m_D$  as massas da partícula  $\alpha$  e do núcleo descendente e  $v_\alpha$  e  $v_D$  as suas velocidades, o princípio da conservação do momento linear exige que:

$$m_\alpha v_\alpha - m_D v_D = 0 \quad \text{ou} \quad m_\alpha v_\alpha = m_D v_D$$

As energias cinéticas são:

$$T_D = \frac{1}{2} m_D v_D^2 \quad ; \quad T_\alpha = \frac{1}{2} m_\alpha v_\alpha^2$$

Ter-se-á então:

$$T_D = \frac{1}{2} m_D \left( \frac{m_\alpha}{m_D} \right)^2 v_\alpha^2 = \frac{1}{2} \left( \frac{m_\alpha}{m_D} \right) m_\alpha v_\alpha^2 = \left( \frac{m_\alpha}{m_D} \right) T_\alpha$$

Pelo princípio da conservação da energia, vem:

$$Q_\alpha = T_\alpha + T_D = \left( 1 + \frac{m_\alpha}{m_D} \right) \cdot T_\alpha$$

Ter-se-á então como relação entre a energia da partícula alfa e a energia total de desintegração:

$$T_{\alpha} = \frac{m_D}{m_D + m_{\alpha}} \cdot Q_{\alpha} \quad (1.-1)$$

A diferença entre  $T_{\alpha}$  e  $Q_{\alpha}$  é da ordem de grandeza de 2%, o que não é desprezável, atendendo à precisão das medidas experimentais.

Os resultados experimentais, no que respeita ao estudo do decaimento alfa, podem ser classificados nos seguintes três tipos:

- a) Relação entre os números de massa e as energias de desintegração, que fornecem informações sobre a estabilidade nuclear;
- b) Relações entre as constantes de desintegração do núcleo emissor alfa e as energias das partículas emitidas, que permitem obter informações sobre o mecanismo do decaimento radioactivo;
- c) Espectros de energia das partículas alfa que dão informações sobre os níveis de energia dos núcleos.

Viu-se no capítulo anterior como o modelo nuclear da "gota líquida" permite explicar satisfatoriamente os resultados experimentais referidos em a). Procuremos agora construir uma teoria que dê conta das relações a que se refere a alínea b).

## 2. - TEORIA DA EMISSÃO ALFA

### 2.1 - Lei de Rutherford para a Dispersão das Partículas Alfa

Como se sabe de estudos anteriores, as experiências de Geiger e Marsden sobre dispersão de partículas alfa depois de atravessarem folhas de ouro muito finas conduziram ao estabelecimento da lei de Rutherford para a dispersão de partículas electricamente carregadas pelos núcleos atômicos. Essa lei estabelece que a secção eficaz dessa dispersão é uma função do ângulo de dis



persão,  $\phi$ , isto é, o ângulo entre as direcções inicial e final das partículas, sendo dada por:

$$\sigma(\phi) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \left( \frac{ZZ'e^2}{2mv^2} \right)^2 \cdot \frac{1}{\text{sen}^4 \phi/2} \quad (1.-2)$$

em que:  $Z$  e  $Z'$  são, respectivamente, os números atômicos do núcleo-alvo e da partícula bombardeante;  $m$  e  $v$  são, respectivamente, a massa e a velocidade da partícula.

Desta lei, pôde ser concluído por Rutherford, entre outros factos, que a totalidade da carga positiva do átomo e a quase totalidade da sua massa se encontram localizados no núcleo. Recorde-se ainda que ela foi deduzida admitindo apenas a existência de uma força de interacção coulombiana entre a partícula bombardeante e o núcleo repulsor. Este pressuposto implica, como se sabe, que a distância mínima,  $p$ , a que a partícula se aproxima do centro do núcleo (continuando a ser válida a hipótese de que a interacção é exclusivamente coulombiana) é dada por:

$$p = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{ZZ'e^2}{2mv^2} \cdot \left( 1 + \frac{1}{\text{sen} \phi/2} \right) \quad (1.-3)$$

Para uma retrodispersão ( $\phi=\pi$ ) ter-se-á:

$$p = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{ZZ'e^2}{mv^2} \quad (1.-4)$$

O valor de  $p$  obtido através da fórmula (1.-4), para o maior valor da energia das partículas incidentes em que ainda se verifica a lei de Rutherford, mede a soma dos raios clássicos da partícula e do núcleo, o que permitiu que este investigador em colaboração com Chadwick fizessem as primeiras avaliações do raio nuclear. Em particular, verificaram que, para um núcleo dispersor de número atômico  $Z = 90$ , o campo que o rodeia, à distância de 30 fm do seu centro, é ainda um campo puramente coulombiano, visto que a dispersão das partículas ainda obedece à lei de Rutherford. Isso significa que as partículas bombardeantes não penetraram no núcleo, pois as forças de interacção nuclear não se fizeram sentir.

Imagine-se agora a emissão de uma partícula alfa pelos núcleos que anteriormente serviram de alvo. Em acordo com os factos anteriores, pode-se ter a certeza que a partícula alfa criada no interior do núcleo teve a sua origem a uma distância do centro deste inferior a 30 fm. Nestas condições, ela deveria emergir com uma energia superior à que corresponde à energia potencial electrostática de uma partícula duplamente carregada situada àquela distância do centro do núcleo, a qual é de cerca de 8,6 MeV. No entanto, conhecem-se partículas alfa de cerca de 4 MeV emitidas pelo urânio, cujo valor de  $Z$  é 92. Surge, assim, portanto, um paradoxo!

## 2.2 - Barreira de Potencial

A desintegração alfa apresenta, assim, um problema insolúvel para a mecânica clássica. Examinemos, com um pouco mais de pormenor, a contradição existente. Das determinações experimentais de Rutherford e Chadwick dos raios clássicos dos núcleos, utilizando a lei de dispersão de partículas carregadas, pôde-se concluir que, para distâncias da ordem de grandeza de 10 fm a lei de Rutherford deixa de ser válida; este facto constitui a primeira indicação da existência de forças atractivas de curto alcance entre os nucleões, as já anteriormente referidas forças de interacção forte que desempenham um papel decisivo na estabilidade do núcleo.

Encontra-se, assim, que a energia potencial entre uma partícula alfa e um núcleo é do tipo coulombiano até um valor da distância,  $r$ , entre os centros das partículas, superior a um certo valor  $R$  que define o raio clássico do núcleo; para  $r < R$ , as forças nucleares tornam-se efectivas e o potencial entre a partícula alfa bombardeante e o núcleo-alvo deixa de ser exclusivamente coulombiano.

Consideremos, então, a energia potencial de uma partícula alfa que se aproxima de um núcleo em função da distância que separa os centros das duas partículas: para valores desta superiores a cerca de 10 fm a energia potencial segue a lei de Coulomb; para distâncias inferiores àquele valor, esta lei deixa de ser válida.

Estes factos explicam-se admitindo a existência, no interior do núcleo, de forças de interacção atractivas entre os nucleões, de elevado valor mas que só actuam a muito curtas distâncias. Nestas condições, as forças nuclea-



res provocarão uma rápida descida no potencial quando uma partícula alfa se aproxima suficientemente para que caia sob a sua forte acção atractiva. Por uma questão de simplificação, admitiremos que esta descida é instantânea quando a partícula alfa atravessa a superfície nuclear, tomando a energia potencial o valor constante  $-V_0$  dentro do núcleo (Fig. 32).

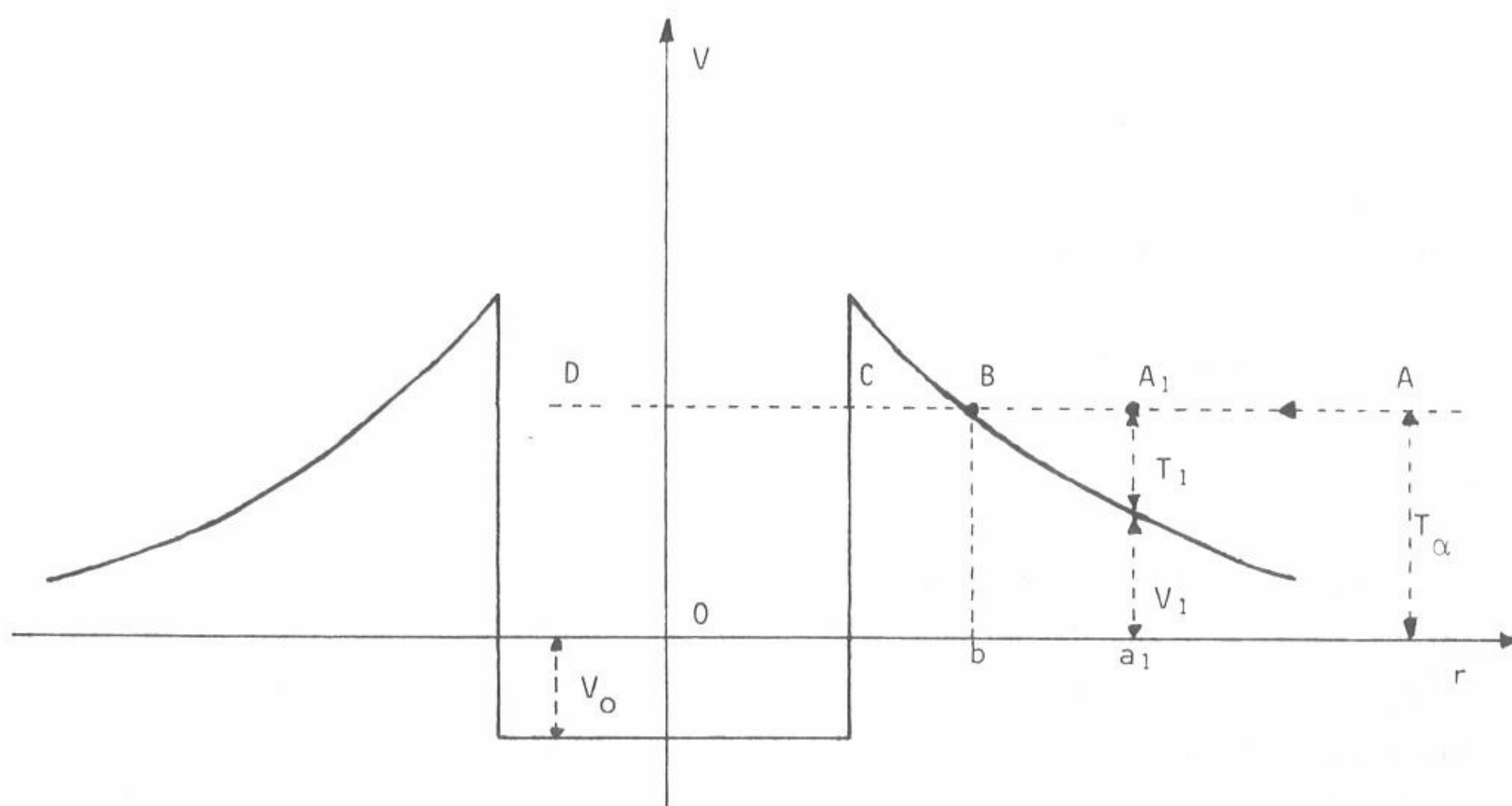


Fig. 32 - Diagrama de potencial para uma partícula alfa e um núcleo repulsor ( $V$ : energia potencial;  $r$ : distância entre os centros do núcleo e da partícula).

A figura 32 representa a combinação de um potencial repulsivo proporcional a  $1/r$  (potencial coulombiano) com um poço de potencial atrativo de curto alcance. Como se fez notar, ela diz respeito ao bombardeamento de um núcleo por uma partícula alfa; seja  $T_\alpha$  a energia cinética inicial desta partícula, isto é, a energia que ela possuía quando se encontrava a uma distância do núcleo-alvo suficientemente grande para não sofrer a acção deste. A energia total da partícula é então representada, no diagrama da figura 32, pela recta  $AA_1BCD$ . Assim, no instante em que a partícula se encontra à distância  $r = a_1$  do centro do núcleo, a sua energia cinética baixou para o valor  $T_1$  tendo ganho a energia potencial  $V_1$ . Em acordo com uma descrição clássica do processo, quando a partícula está em  $B$ , à distância  $r = b$  do



centro do núcleo, a sua energia cinética será nula, tornando-se negativa entre B e C. Quer dizer: de um ponto de vista clássico, existe uma região fisicamente proibida em que a partícula alfa não poderia penetrar.

O processo físico inverso do anteriormente descrito, isto é, a emissão de uma partícula alfa por um núcleo, poderá ser ainda representado pelo diagrama da figura 32, imaginando a partícula no interior do poço do potencial movendo-se com uma energia  $T_{\alpha} + V_0$ . Nestas condições, se com a energia disponível para a partícula a barreira de potencial é intransponível, a emissão alfa não se deveria observar; pelo contrário, se a barreira de potencial é inferior a essa energia, as partículas deveriam ser emitidas com uma frequência correspondente a um intervalo de tempo da ordem de grandeza daquele que é necessário para percorrer as dimensões do núcleo. Qualquer destas conclusões está em flagrante contradição com os factos experimentalmente observados.

Para concretizar, considere-se a emissão espontânea de partículas alfa, por um lado, e a sua dispersão, por outro, utilizando um mesmo núclido, o  $^{238}\text{U}$ , por exemplo. Verifica-se, pela experiência, que a energia das partículas alfa emitidas por este núclido é  $T_{\alpha} \approx 4,1 \text{ MeV}$ ; que dizer, a barreira de potencial do  $^{238}\text{U}$  permite a passagem de partículas com esta energia. Contudo, bombardeando  $^{238}\text{U}$  com partículas alfa provenientes do  $^{212}\text{Po}$ , designado na antiga nomenclatura por ThC', cuja energia é de 9 MeV, verificou-se que estas partículas sofrem desvios em acordo com a lei de Rutherford, não tendo, portanto, penetrado no domínio de acção das forças nucleares.

Põe-se, então, a questão: como é que uma partícula alfa com a energia de cerca de 4 MeV pode ultrapassar uma barreira de potencial cuja amplitude é superior a 9 MeV?

A explicação dos factos experimentais só pôde ser obtida através de uma teoria quântica do decaimento alfa. Ela foi obtida, em 1928, por Gamow e, independentemente, por Condon e Gurney que, pela primeira vez, sugeriram o abandono de uma descrição clássica deste tipo de fenómenos, substituindo-a por uma outra baseada nos resultados da Mecânica Quântica.

Na realidade, esta Mecânica prevê que uma partícula tem sempre uma probabilidade, P, não nula, de ultrapassar uma barreira de potencial de amplitude superior à sua energia cinética, desde que a "largura" da barreira

seja finita: é o chamado efeito túnel da Mecânica Quântica. Trata-se agora de verificar se uma teoria do decaimento alfa baseada em concepções quânticas permite descrever quantitativamente o fenômeno em acordo com os resultados experimentais.

### 2.3 - Barreira de Potencial e Constante de Decaimento

Dispomos de uma grandeza experimental — a constante de decaimento  $\lambda$  — que permite determinar a probabilidade de emissão. Na realidade, esta constante (ver Cap. III) é definida como uma probabilidade de desintegração por unidade de tempo. Ela pode ser escrita sob a forma

$$\lambda = \lambda_0 P \quad (2.-1)$$

em que  $\lambda_0$  representa o número de "tentativas" feitas pela partícula alfa para sair do núcleo, por unidade de tempo, e  $P$  é a probabilidade que tem de o conseguir.

Para ordem de grandeza do valor de  $\lambda_0$  poder-se-á tomar  $v_\alpha/2R$ , em que  $v_\alpha$  é a velocidade da partícula alfa e  $R$  é o raio clássico do núcleo. Tomando para valor médio de  $T_\alpha$  6 MeV e atendendo a que a massa da partícula alfa é aproximadamente igual ao quádruplo da unidade de massa atômica vem, sabendo-se que  $1 \text{ MeV} = 1,6 \times 10^{-13} \text{ joule}$  e  $1 \text{ u.m.a.} = 1,66 \times 10^{-27} \text{ kg}$ :

$$v_\alpha = \sqrt{\frac{2T_\alpha}{m_\alpha}} = \sqrt{\frac{2 \times 6 \times 1,6 \times 10^{-13}}{4 \times 1,66 \times 10^{-27}}} \approx 1,7 \times 10^7 \text{ m s}^{-1}$$

Por sua vez, o raio clássico do núcleo, dado por  $R = r_0 A^{1/3}$  tem como ordem de grandeza, tomando para valor médio do número de massa dos emissores alfa  $A = 200$  e para  $r_0 = 1,3 \text{ fm}$ , o valor:

$$R \approx 1,3 \times (200)^{1/3} \times 10^{-15} \approx 0,78 \times 10^{-14} \text{ m}$$

O valor de  $\lambda_0$  é, então, dado por:

$$\lambda_0 = \frac{v_\alpha}{2R} = \frac{1,7 \times 10^7}{2 \times 0,78 \times 10^{-14}} \approx 10^{21} \text{ s}^{-1}$$



Calculando o valor de  $\lambda_0$  com mais rigor, introduzindo os valores de  $T_\alpha$  e de  $R$  correspondentes aos diferentes emissores de partículas alfa, verificar-se-ia que ele não varia muito; na realidade essa variação é, no máximo, como de um para dois. Pelo contrário, os valores conhecidos de  $\lambda$  situam-se entre largos limites; com efeito, os períodos de semidesintegração correspondentes vão desde  $2 \times 10^{17}$  ano, no  $^{209}\text{Bi}$  até  $2,9 \times 10^{-7}$  segundo, no  $^{212}\text{Po}$ . Atendendo ao que se verificou no que respeita ao valor médio de  $\lambda_0$ , estas grandes variações de  $\lambda$  são poderão ser devidas à probabilidade  $P$  existente na expressão (2.-1).

Assim, para um núclido radioactivo de vida-média longa, o  $^{238}\text{U}$  por exemplo, cuja constante de desintegração é  $4,9 \times 10^{-18} \text{ s}^{-1}$ , o valor de  $P$  é extremamente reduzido, da ordem de grandeza de:

$$P = \lambda/\lambda_0 = \frac{4,9 \times 10^{-18}}{10^{21}} \approx 5 \times 10^{-39}$$

Quer dizer: uma partícula alfa, ao tentar sair do núcleo, tem uma probabilidade da ordem de grandeza de  $10^{-39}$  de o conseguir!

## 2.4 - Teoria Quântica do Declínio Alfa

### 2.4.1 - Barreira de potencial rectangular a uma dimensão

Antes de se tratar o problema com uma barreira de potencial do tipo existente no núcleo, representada na figura 32, considere-se a situação fisicamente semelhante mas matematicamente mais simples que consiste em utilizar uma barreira de potencial rectangular (Fig. 33).

Seja um feixe de partículas incidindo numa barreira de potencial como a representada. Como se sabe do estudo da Mecânica Quântica, o feixe tem uma função de onda  $\phi(x,t)$ , que é o produto de um factor dependente do tempo e de uma função da coordenada espacial,  $\psi(x)$ . Esta função deve satisfazer, em qualquer região do espaço, à equação diferencial (equação aos valores próprios do operador hamiltoniano):

$$\left[ \left( -\frac{\hbar^2}{2m} \right) \frac{d^2}{dx^2} + V \right] \psi(x) = W \cdot \psi(x)$$



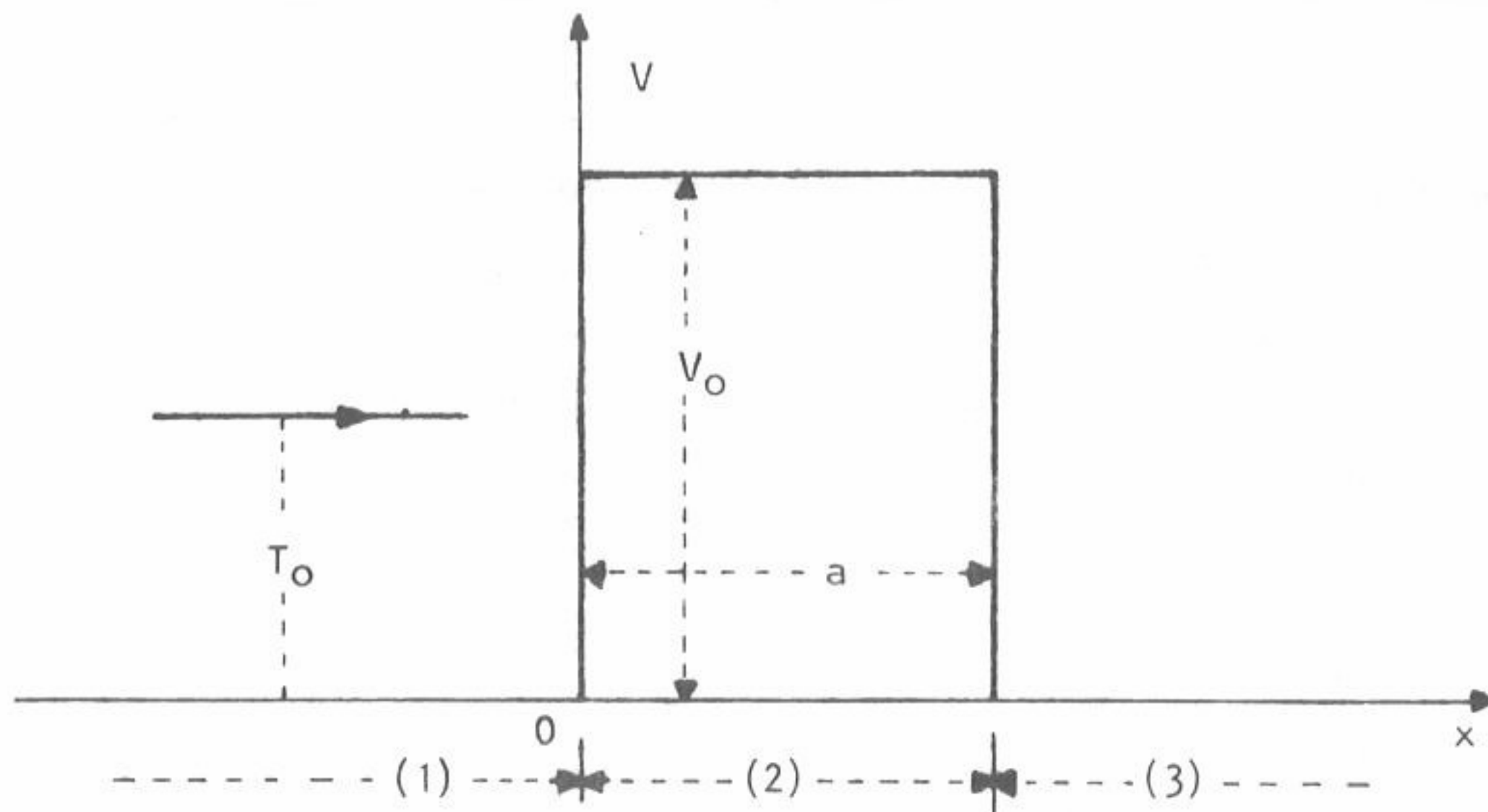


Fig. 33 - Barreira potencial rectangular a uma dimensão

ou seja:

$$\frac{d^2\psi}{dx^2} + \frac{2m}{\hbar^2}(W - V)\psi = 0 \quad (2.-2)$$

em que  $m$  é a massa das partículas do feixe,  $V$  é a energia potencial e  $W = T + V$ , sendo  $T$  a energia cinética.

Fazendo  $\frac{2m}{\hbar^2}(W - V) = k^2$ , a equação (2.-2) escreve-se:

$$\frac{d^2\psi}{dx^2} + k^2\psi = 0 \quad (2.-3)$$

Para resolver esta equação diferencial é necessário distinguir as regiões (1) e (3) do diagrama da figura 33, por um lado, e a região (2), por outro, conforme o valor da energia potencial,  $V$ . Nas regiões (1) e (3) tem-se  $V = 0$  e, portanto  $W = T_0$ . O valor de  $k^2$  é então:

$$k_1^2 = \frac{2mT_0}{\hbar^2} > 0$$

A solução geral da equação (2.-3) é, assim, para a região (1):

$$\psi_1(x) = A_1 e^{ik_1 x} + B_1 e^{-ik_1 x} \quad (2.-4)$$

em que  $A_1$  e  $B_1$  são constantes.

A expressão de  $\psi_1(x)$ , dada pela equação (2.-4), representa uma onda incidente progredindo, na região (1), ao longo da direcção positiva do eixo

dos  $xx$  e uma onda reflectida segundo a direcção oposta.

Na região (2) o coeficiente de  $\psi(x)$  da equação (2.-2) é  $\frac{2m}{\hbar^2}(W-V) = \frac{2m}{\hbar^2}(T_0 - V_0)$ ; como, por hipótese  $T_0$  é inferior a  $V_0$ , este coeficiente é negativo. Façamo-lo, então, igual a  $-k_2^2$  para que  $k_2$  continue a ser real. A equação diferencial (2.-2) na região (2) é, então:

$$\frac{d^2\psi_2}{dx^2} - k_2^2\psi_2(x) = 0 \quad (2.-5)$$

cuja solução geral é:

$$\psi_2(x) = A_2 e^{-k_2 x} + B_2 e^{k_2 x} \quad (2.-6)$$

em que  $A_2$  e  $B_2$  são constantes.

Na região (3) a situação é análoga à da região (1); contudo, não haverá ondas reflectidas e, portanto, a solução geral é:

$$\psi_3(x) = A_3 e^{ik_1 x} \quad (2.-7)$$

em que  $A_3$  é uma constante.

As cinco constantes intervenientes podem ser determinadas através das condições de fronteira. Com efeito a função  $\psi(x)$ , bem como a sua derivada, têm que ser contínuas, uniformes e finitas em todo o ponto  $x$ , para que a solução tenha significado físico. As condições de fronteira impõem que:

$$\begin{cases} \psi_1(0) = \psi_2(0) \\ \psi_1'(0) = \psi_2'(0) \end{cases} \quad \begin{cases} \psi_2(a) = \psi_3(a) \\ \psi_2'(a) = \psi_3'(a) \end{cases} \quad (2.-8)$$

A partir das condições (2.-8) e atendendo às expressões (2.-4), (2.-6) e (2.-7), obtem-se o sistema de equações (2.-9):

$$(2.-9) \quad \begin{cases} A_1 + B_1 = A_2 + B_2 \\ ik_1(A_1 - B_1) = -k_2(A_2 - B_2) \\ A_2 e^{-k_2 a} + B_2 e^{k_2 a} = A_3 e^{ik_1 a} \\ -k_2(A_2 e^{-k_2 a} - B_2 e^{k_2 a}) = ik_1 A_3 e^{ik_1 a} \end{cases}$$

Este sistema de quatro equações permite exprimir quatro das constantes  $A_1$ ,  $A_2$ ,  $B_1$ ,  $B_2$  e  $A_3$  em função da quinta. No problema que procuramos re-

resolver, isto é, a determinação da probabilidade de penetração da barreira de potencial pela partícula alfa, interessa apenas encontrar a razão entre  $A_3$  e  $A_1$ . Na realidade, atendendo ao significado físico da função  $\psi(x)$ , a probabilidade relativa de ter uma partícula transmitida através da barreira de potencial é dada por  $|A_3|^2/|A_1|^2$ . Esta razão é designada por factor de transmissão ou de penetração,  $t$ ; este factor fornece, assim, uma medida da "transparência" da barreira para as partículas.

A partir do sistema de equações (2.-9) obtem-se:

$$\frac{A_1}{A_3} = \left[ \frac{1}{2} + \frac{i}{4} \left( \frac{k_2}{k_1} - \frac{k_1}{k_2} \right) \right] e^{(ik_1+k_2)a} + \left[ \frac{1}{2} - \frac{i}{4} \left( \frac{k_2}{k_1} - \frac{k_1}{k_2} \right) \right] e^{(ik_1-k_2)a} \quad (2.-10)$$

Tomando o complexo conjugado da expressão (2.-10) e multiplicando, vem:

$$\left| \frac{A_1}{A_3} \right|^2 = \left[ \frac{1}{4} + \frac{1}{16} \left( \frac{k_2}{k_1} - \frac{k_1}{k_2} \right)^2 \right] (e^{2k_2a} + e^{-2k_2a}) - \frac{1}{8} \left( \frac{k_2}{k_1} - \frac{k_1}{k_2} \right)^2 + \frac{1}{2} \quad (2.-11)$$

Recorrendo à função seno hiperbólico, definida por:

$$\sinh x = \frac{e^x - e^{-x}}{2},$$

obtem-se:

$$\sinh^2 k_2a = \frac{e^{2k_2a} + e^{-2k_2a}}{4} - \frac{1}{2} \quad (2.-12)$$

Introduzindo (2.-12) em (2.-11), vem:

$$\left| \frac{A_1}{A_3} \right|^2 = 1 + \frac{1}{4} \left[ 2 + \left( \frac{k_2}{k_1} \right)^2 + \left( \frac{k_1}{k_2} \right)^2 \right] \sinh^2 k_2a \quad (2.-13)$$

como:

$$k_1^2 = \frac{2mT_0}{\hbar^2} \quad e \quad k_2^2 = \frac{2m(V_0 - T_0)}{\hbar^2}$$

vem:

$$\left| \frac{A_1}{A_3} \right|^2 = 1 + \frac{1}{4} \cdot \frac{V_0^2}{T_0(V_0 - T_0)} \sinh^2 k_2a$$

o factor de transmissão,  $t$ , é então dado por:



$$t = \left| \frac{A_3}{A_1} \right|^2 = \left[ 1 + \frac{1}{4} \cdot \frac{V_0^2}{T_0(V_0 - T_0)} \sinh^2 k_2 a \right]^{-1} \quad (2.-14)$$

em que:

$$k_2 = \frac{1}{\hbar} \left[ 2m(V_0 - T_0) \right]^{1/2} \quad (2.-15)$$

Na expressão (2.-14) figura o  $\sinh k_2 a$ ; supondo  $k_2 a$  muito superior à unidade — hipótese, que como se verá, é justificável — poder-se-á escrever:

$$\sinh k_2 a = \frac{e^{k_2 a} - e^{-k_2 a}}{2} \approx \frac{e^{k_2 a}}{2}$$

vindo para a expressão do factor de transmissão:

$$t \approx \left[ 1 + \frac{1}{4} \cdot \frac{V_0^2}{4T_0(V_0 - T_0)} e^{2k_2 a} \right]^{-1} \quad (2.-16)$$

Esta expressão pode ainda ser simplificada atendendo à grandeza relativa dos termos que nela figuram. Assim, sabe-se que, atendendo ao muito reduzido valor esperado para o factor de transmissão, a energia das partículas,  $T_0$ , deve ser muito inferior ao valor de  $V_0$ . Nestas condições, o coeficiente que multiplica a exponencial em (2.-16) deve ser muito maior que a unidade.

Com efeito, basta que  $T_0 = V_0/2$  para que se verifique a igualdade:

$$\frac{V_0^2}{4T_0(V_0 - T_0)} = 1 ;$$

e à medida que  $T_0$  diminui, o primeiro membro desta expressão vai aumentando. Conclui-se, então, que a segunda parcela do segundo membro de (2.-16) é constituída pelo produto de duas quantidades muito superiores à unidade. Nestas condições, pode-se tomar como expressão do factor de transmissão:

$$t = \left[ \frac{1}{16} \cdot \frac{V_0^2}{4T_0(V_0 - T_0)} e^{2k_2 a} \right]^{-1}$$

ou seja:

$$t = 16 \frac{T_0}{V_0} \left( 1 - \frac{T_0}{V_0} \right) e^{-2k_2 a} \quad (2.-17)$$

Quer dizer:

O factor de transmissão, que traduz a medida da "transparência" da barreira de potencial rectangular à penetração das partículas, é proporcional a  $e^{-2k_2a}$ :

$$t \propto e^{-2k_2a} = e^{-2\gamma} \quad (2.-18)$$

com 
$$\gamma = k_2a = \frac{a}{\hbar} \cdot [2m (V_0 - T_0)]^{1/2} \quad (2.-19)$$

A expressão a que se chegou para  $t$  mostra que o factor de transmissão é tanto menor quanto maior for o produto  $k_2a$ . Como a "transparência" da barreira potencial do núcleo para as partículas alfa é muitíssimo reduzida (cf. § 2.3), justifica-se a aproximação feita, em que se considerou  $k_2a \gg 1$ .

#### 2.4.2 - Barreira de Coulomb a uma dimensão

No parágrafo anterior estudou-se o problema da penetração de uma barreira de potencial supondo esta rectangular. Contudo, como se fez notar anteriormente, o potencial é, na região (2) do diagrama da fig. 32, do tipo coulombiano, portanto proporcional a  $1/x$ . A diferença essencial entre as duas

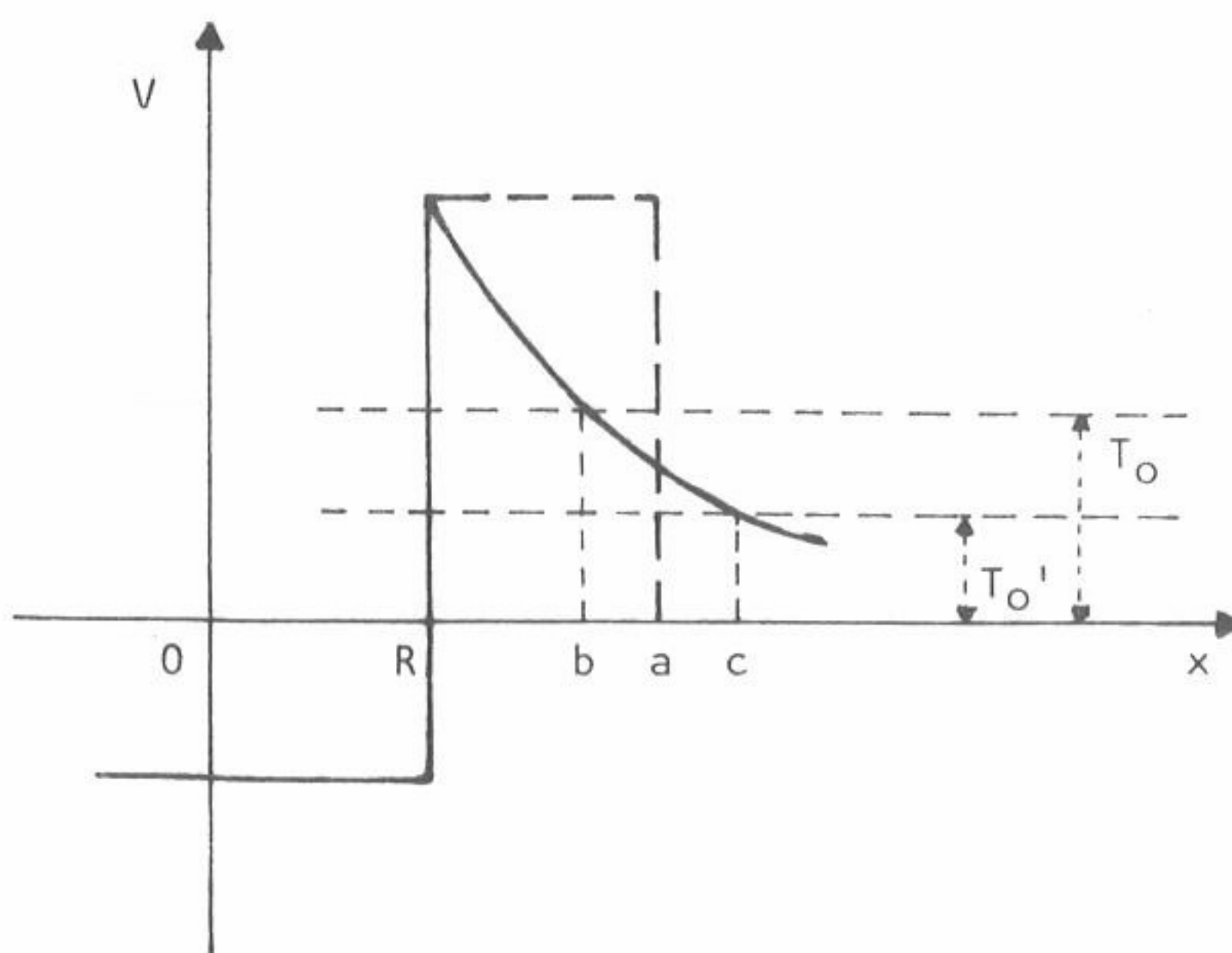


Fig. 34: Comparação entre uma barreira de potencial rectangular e uma barreira coulombiana da mesma amplitude

barreiras consiste em que, na rectangular, a "espessura" da barreira ( $a$ ) é independente da energia da partícula enquanto na barreira coulombiana essa "espessura" varia com a energia sendo, respectivamente, igual a  $\underline{b}$  e  $\underline{c}$  para valores  $T_0$  e  $T_0'$  dessa grandeza (cf. fig.34). Nestas condições, numa barreira de potencial rectangular o coeficiente  $\gamma$  existente no factor de transmissão é igual a  $k_2a$ , com  $\underline{a}$  constante, ao

passo que na barreira de Coulomb ele é uma função da coordenada espacial  $x$ .

Na barreira de potencial rectangular a função  $\psi(x)$ , na região (2) do diagrama de potencial é dada, como se viu pela expressão (2.-6); para  $x = a$  ela é, então:

$$\psi_2(a) = A_2 e^{-k_2 a} + B_2 e^{k_2 a}$$

Para a barreira coulombiana a função  $\psi_2(x)$  deverá, assim, escrever-se:

$$\psi_2(x) = A_2 e^{-\gamma(x)} + B_2 e^{\gamma(x)} \quad (2.-20)$$

em que  $\gamma(x)$  é uma função a determinar. Para isso, utilizemos a equação (2.-2) depois de substituir nela  $V$  pela energia potencial de Coulomb,

$$V = \frac{ZZ'e^2}{x} = \frac{2Ze^2}{x},$$

em que  $Z$  e  $Z'$  são, respectivamente, os números atômicos do núcleo e da partícula alfa. A equação (2.-2) é, então, neste caso:

$$\frac{d^2 \psi_2}{dx^2} + \frac{2m}{\hbar^2} \left( W - \frac{2Ze^2}{x} \right) \psi_2 = 0 \quad (2.-21)$$

Calculemos  $\frac{d^2 \psi_2}{dx^2}$  em função de  $\gamma$ , utilizando a expressão (2.-20):

$$\frac{d\psi_2}{dx} = -A_2 e^{-\gamma(x)} \cdot \frac{d\gamma}{dx} + B_2 e^{\gamma(x)} \cdot \frac{d\gamma}{dx}$$

$$\frac{d^2 \psi_2}{dx^2} = A_2 e^{-\gamma(x)} \left( \frac{d\gamma}{dx} \right)^2 + B_2 e^{\gamma(x)} \left( \frac{d\gamma}{dx} \right)^2 - A_2 e^{-\gamma(x)} \frac{d^2 \gamma}{dx^2} + B_2 e^{\gamma(x)} \frac{d^2 \gamma}{dx^2}$$

Esta expressão pode ser simplificada pois  $\frac{d^2 \gamma}{dx^2}$  é muito pequeno e, portanto, desprezável perante os outros termos.

Na realidade,  $V$  é uma função de  $x$  lentamente variável e o mesmo deve suceder com  $\gamma(x)$ ; nestas condições, a sua segunda derivada em ordem a  $x$  deve, de facto, ter um valor muito reduzido.



Ter-se-á então:

$$\frac{d^2\psi_2}{dx^2} = \left(\frac{d\gamma}{dx}\right)^2 \left[ A_2 e^{-\gamma(x)} + B_2 e^{\gamma(x)} \right] = \psi_2(x) \cdot \left(\frac{d\gamma}{dx}\right)^2$$

Introduzindo esta expressão na equação (2.-21), vem:

$$\psi_2(x) \cdot \left(\frac{d\gamma}{dx}\right)^2 + \frac{2m}{\hbar^2} \left( W - \frac{2Ze^2}{x} \right) \cdot \psi_2 = 0 \quad (2.-22)$$

Como  $W = T_0 = \frac{2Ze^2}{b}$  (ver fig.34), a equação diferencial (2.-22) escreve-se:

$$\left(\frac{d\gamma}{dx}\right)^2 + \frac{4mZe^2}{\hbar^2} \left( \frac{1}{b} - \frac{1}{x} \right) = 0$$

de onde vem:

$$\gamma(b) = \frac{(4mZe^2)^{1/2}}{\hbar} \cdot \int_R^b \sqrt{\frac{1}{x} - \frac{1}{b}} dx$$

introduzindo a mudança de variável  $x/b = \cos^2\theta$ , vem:

$$\gamma(b) = -2b \frac{(4mZe^2)^{1/2}}{\hbar} \cdot \int_{\arccos\sqrt{R/b}}^0 \sqrt{1/b} \cdot \sin^2\theta d\theta$$

ou seja:

$$\begin{aligned} \gamma(b) &= 2b^{1/2} \frac{(4mZe^2)^{1/2}}{\hbar} \cdot \int_0^{\arccos\sqrt{R/b}} \sin^2\theta d\theta = \\ &= 2b^{1/2} \frac{(4mZe^2)^{1/2}}{\hbar} \left[ \frac{1}{2}\theta - \frac{1}{2}\sin\theta \cos\theta \right]_0^{\arccos\sqrt{R/b}} \end{aligned}$$

Reintroduzindo a variável inicial vem:

$$\gamma(b) = \frac{b^{1/2}}{\hbar} (4mZe^2)^{1/2} \cdot \left( \arccos\sqrt{\frac{R}{b}} - \sqrt{\frac{R}{b}} \cdot \sqrt{1 - \frac{R}{b}} \right)$$

Como  $T_0 = \frac{2Ze^2}{b}$ , vem para  $\gamma(b)$  expresso em função da energia cinética,  $T_0$ , da partícula alfa:

$$\gamma(b) = \frac{b}{\hbar} (2mT_0)^{1/2} \cdot \left( \arccos\sqrt{\frac{R}{b}} - \sqrt{\frac{R}{b}} \cdot \sqrt{1 - \frac{R}{b}} \right) \quad (2.-23)$$

ou, introduzindo a velocidade,  $v$ , da partícula:

$$\gamma(b) = \frac{4Ze^2}{\hbar v} \cdot \left( \arccos \sqrt{\frac{R}{b}} - \sqrt{\frac{R}{b}} \cdot \sqrt{1 - \frac{R}{b}} \right) \quad (2.-24)$$

As expressões de  $\gamma(b)$ , (2.-23) e (2.-24), podem ser simplificadas em consequência das condições físicas da emissão alfa. Note-se, em primeiro lugar que:

$$\arccos \sqrt{\frac{R}{b}} = \frac{\pi}{2} - \arcsin \sqrt{\frac{R}{b}}$$

Como o valor de  $R$  (limite do alcance das forças nucleares de interação forte) é muito inferior a  $b$ , o valor de  $R/b$  é muito pequeno e, nestas condições, ter-se-á:

$$\arcsin \sqrt{\frac{R}{b}} \approx \sqrt{\frac{R}{b}}$$

vindo para expressão de  $\gamma(b)$ :

$$\gamma(b) = \frac{b}{\hbar} (2mT_0)^{1/2} \cdot \left( \frac{\pi}{2} - 2\sqrt{\frac{R}{b}} \right) \quad (2.-25)$$

ou:

$$\gamma(b) = \frac{4Ze^2}{\hbar v} \left( \frac{\pi}{2} - 2\sqrt{\frac{R}{b}} \right) \quad (2.-26)$$

em que  $T_0$  e  $v$  são, respectivamente, a energia cinética e a velocidade da partícula alfa e  $Z$  é o número atômico do núcleo descendente;  $b$  está relacionado com a energia  $T_0$  pela expressão:

$$b = \frac{2Ze^2}{T_0} \quad (2.-27)$$

O factor de transmissão que, na barreira de potencial rectangular, é proporcional

$$e^{-2k_2a} = e^{-2\gamma} \quad (\text{com } a \text{ constante}),$$

é agora, na barreira coulombiana, dado por:

$$t \propto e^{-2\gamma(b)} \quad (2.-28)$$

2.4.3. - Barreira de Coulomb do núcleo

No parágrafo anterior considerou-se uma barreira coulombiana a uma dimensão. No entanto, a verdadeira barreira de potencial do núcleo deve ser considerada no espaço a três dimensões. Admitindo que o potencial tem simetria esférica, ele será apenas dependente de  $r$ , isto é, da distância do ponto considerado ao centro do núcleo.

A equação (2.-2) é, então, substituída por:

$$\nabla^2 \psi + \frac{2m}{\hbar^2} (W - V) \psi = 0 \quad (2.-29)$$

Introduzindo coordenadas polares esféricas  $(r, \theta, \phi)$ , o operador laplaciano é expresso por:

$$\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{2}{r} \cdot \frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r^2} X(\theta, \phi) \quad (2.-30)$$

em que  $X(\theta, \phi)$ , função dos ângulos  $\theta$  e  $\phi$  é expressa por:

$$X(\theta, \phi) = \frac{1}{\sin \theta} \cdot \frac{\partial}{\partial \theta} \left( \sin \theta \frac{\partial}{\partial \theta} \right) + \frac{1}{\sin^2 \theta} \frac{\partial^2}{\partial \phi^2}$$

introduzindo (2.-30) em 2.-29) obtem-se:

$$\left( \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{2}{r} \frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} + \frac{\cotg \theta}{r^2} \frac{\partial}{\partial \theta} + \frac{1}{r^2 \sin^2 \theta} \frac{\partial^2}{\partial \phi^2} \right) \psi + \frac{2m}{\hbar} [W - V(r)] \psi = 0$$

Admitindo, para esta equação, uma solução do tipo

$$\psi(r, \theta, \phi) = R(r) \cdot Y(\theta, \phi),$$

ela conduz à equação de onda radial:

$$\frac{1}{r^2} \cdot \frac{d}{dr} \left( r^2 \frac{dR}{dr} \right) + \frac{2m}{\hbar^2} \left[ W - V(r) - \frac{\ell(\ell+1)\hbar^2}{2mr^2} \right] R = 0 \quad (2.-31)$$

Introduzindo a função  $G(r) = r \cdot R(r)$  obtem-se a equação de onda radial modificada:

$$\frac{d^2 G}{dr^2} + \frac{2m}{\hbar^2} \left[ W - V(r) - \frac{\ell(\ell+1)\hbar^2}{2mr^2} \right] G = 0 \quad (2.-32)$$



equação que pode ser directamente comparada com a (2.-21), utilizada no estudo da barreira de potencial coulombiana a uma dimensão.

Comecemos por notar que  $|\psi(r,\theta,\phi)|^2$  mede a densidade de probabilidade de presença da partícula. Nestas condições, como  $\psi(r,\theta,\phi) = R(r) \cdot Y(\theta,\phi)$ , o quadrado do módulo da função  $R(r)$ , isto é,  $|R(r)|^2$ , está relacionado com o número de partículas que atravessam a unidade de área por unidade de tempo, segundo uma certa direcção. Assim, o número total de partículas que passam através de uma superfície de raio  $r$  por unidade de tempo é, portanto, proporcional a  $4\pi r^2 |R|^2$  ou seja proporcional a  $|G|^2$ . Quer dizer: o papel desempenhado por  $G(r)$  no problema a três dimensões é análogo ao de  $\psi(x)$  quando se estudou a penetração da barreira de potencial coulombiana a uma dimensão. Notemos que a equação diferencial (2.-32) a que  $G(r)$  deve obedecer é análoga a (2.-21) no caso particular da constante  $\ell = 0$ . Assim, conclui-se que o factor de transmissão da barreira de Coulomb do núcleo continua a ser uma quantidade proporcional a  $e^{-2\gamma}$ , se  $\ell = 0$ . Como se sabe do estudo da Mecânica Quântica, a constante  $\ell$  representa o número quântico do momento angular orbital da partícula; a condição  $\ell = 0$  significa, portanto, que a partícula alfa emitida não tem momento angular orbital em relação ao centro do núcleo, isto é, ela foi emitida radialmente.

Se  $\ell \neq 0$ , a equação (2.-31) mostra que existe um termo, com as dimensões de uma energia, que se adiciona à barreira de potencial coulombiana. Quer dizer: se a partícula alfa é emitida com um certo valor não nulo do momento angular, ela sofrerá a acção de uma barreira de potencial aumentada de uma quantidade independente da carga eléctrica da partícula e função do número quântico do momento angular orbital. Este termo adicional é designado por barreira centrífuga.

#### 2.4.4 - Cálculo da constante de desintegração por meio da teoria quântica do declínio alfa

Pelo que se estudou no parágrafo anterior, conclui-se que o factor de transmissão para uma partícula alfa, com um momento angular tal que  $\ell = 0$ , incidindo numa barreira de potencial de Coulomb, é proporcional a  $e^{-2\gamma}$ , em que  $\gamma$  é dado por (2.-25) ou (2.-26). Introduzindo, na primeira destas ex-

pressões, os valores das constantes nela existentes obtem-se, para expressão de  $2\gamma$ :

$$2\gamma = 3,95 \frac{Z}{\sqrt{T_0}} - 2,97\sqrt{Z \cdot R} \quad (2.-33)$$

em que  $T_0$  é a energia cinética da partícula alfa, expressa em MeV,  $Z$  é o número atômico do núcleo descendente e  $R$  o raio clássico desse núcleo expresso em fermi.

Verifiquemos que o factor de transmissão varia muito rapidamente com a energia da partícula alfa. Suponha-se um núcleo com  $Z = 90$ ; nesta região o valor de  $R$  é da ordem de grandeza de 10 fm. Seja uma partícula alfa com a energia de 4,2 MeV; ter-se-á, então:

$$2\gamma = 3,95 \times \frac{90}{\sqrt{4,2}} - 2,97 \cdot \sqrt{90 \times 10} = 84,3$$

O factor de transmissão é, assim, proporcional a:

$$e^{-2\gamma} = e^{-84,3} = 10^{-36,6}$$

Com uma energia de 9 MeV, conservando os restantes parâmetros, obteríamos para factor de transmissão:

$$e^{-2\gamma'} = e^{-29,4} = e^{-12,8}$$

Quer dizer: dobrando a energia da partícula alfa, dá-se uma variação de cerca de 24 ordens de grandeza no factor de transmissão!

A partir da teoria anteriormente construída, pode-se obter uma expressão para a constante de desintegração do núcleo, supondo que a partícula alfa se move no interior deste com uma certa velocidade  $v_\alpha$ . O número de vezes por segundo que a partícula atinge a barreira de potencial é, no caso de se considerar apenas o problema a uma dimensão, dado por  $v_\alpha/2R$ ; a três dimensões, este número é evidentemente superior: suponha-se, para concretizar, que ele é da ordem de grandeza de  $v_\alpha/R$ . Em cada choque com a barreira de potencial, a partícula tem uma probabilidade de a ultrapassar igual ao factor de transmissão,  $t$ . Atendendo à definição de constante de desintegração, esta



grandeza, supondo apenas uma partícula alfa preexistente no núcleo, será dada por:

$$\lambda = k \frac{v_\alpha}{R} e^{-2\gamma} \quad (2.-34)$$

em que  $k$  é uma constante de proporcionalidade.

Como  $\gamma$  é dado por (2.-26), isto é:

$$\gamma = \frac{4Ze^2}{\hbar v_\alpha} \left( \frac{\pi}{2} - 2\sqrt{\frac{R}{b}} \right) \quad (2.-35)$$

e 
$$b = \frac{2Ze^2}{T_0} = \frac{4Ze^2}{mv_\alpha^2}, \quad \text{vem:}$$

$$\gamma = \frac{2\pi Ze^2}{\hbar v_\alpha} - \frac{4e}{\hbar} (mZR)^{1/2} \quad (2.-36)$$

O primeiro termo desta expressão depende da velocidade da partícula alfa ou seja da sua energia cinética, enquanto o segundo é independente dessa energia.

A constante de desintegração,  $\lambda$ , é então dada, em acordo com a teoria quântica do decaimento alfa, por:

$$\lambda = k \frac{v_\alpha}{R} e^{-\frac{4\pi Ze^2}{\hbar v_\alpha} + \frac{8e}{\hbar} (mZR)^{1/2}} \quad (2.-37)$$

Aplicando logaritmos vem:

$$\log_e \lambda = a - \frac{4\pi Ze^2}{\hbar v_\alpha} + \frac{8e}{\hbar} (mZR)^{1/2}$$

(com  $a = \log_e k \frac{v_\alpha}{R}$  )

ou:

$$\log_e \lambda = a - \frac{2\pi Ze^2 \cdot \sqrt{2m}}{\hbar} T_0^{-1/2} + \frac{8e}{\hbar} (mZR)^{1/2} \quad (2.-38)$$



A fórmula (2.-38) permite, então calcular a constante de declínio alfa no caso da não existência de uma barreira centrífuga no núcleo, isto é, quando o número quântico  $\ell$  da partícula alfa é nulo. Esta condição observa-se forçosamente quando a transição alfa se produz entre estados nucleares cujos momentos angulares totais,  $I$ , são nulos; na realidade, isso é uma consequência do princípio da conservação do momento angular, como se estudará mais adiante. Por razões que igualmente se estudarão mais tarde, o momento angular total de um núcleo par-par, ( $A$  e  $Z$  pares) no seu estado fundamental, é sempre nulo. Se um núcleo nestas condições sofrer o declínio alfa, o seu descendente é também um núcleo par-par, cujo estado fundamental terá também, forçosamente, um momento angular total nulo (fig. 35). O mesmo não sucederá, em geral, com

as emissões alfa que deixam o núcleo descendente num estado excitado. Vê-se, assim, que a teoria quântica do declínio alfa prevê uma dependência linear em relação a  $T^{-1/2}$  do logaritmo da constante de desintegração; quando a transição se produz através de uma partícula alfa com mo-

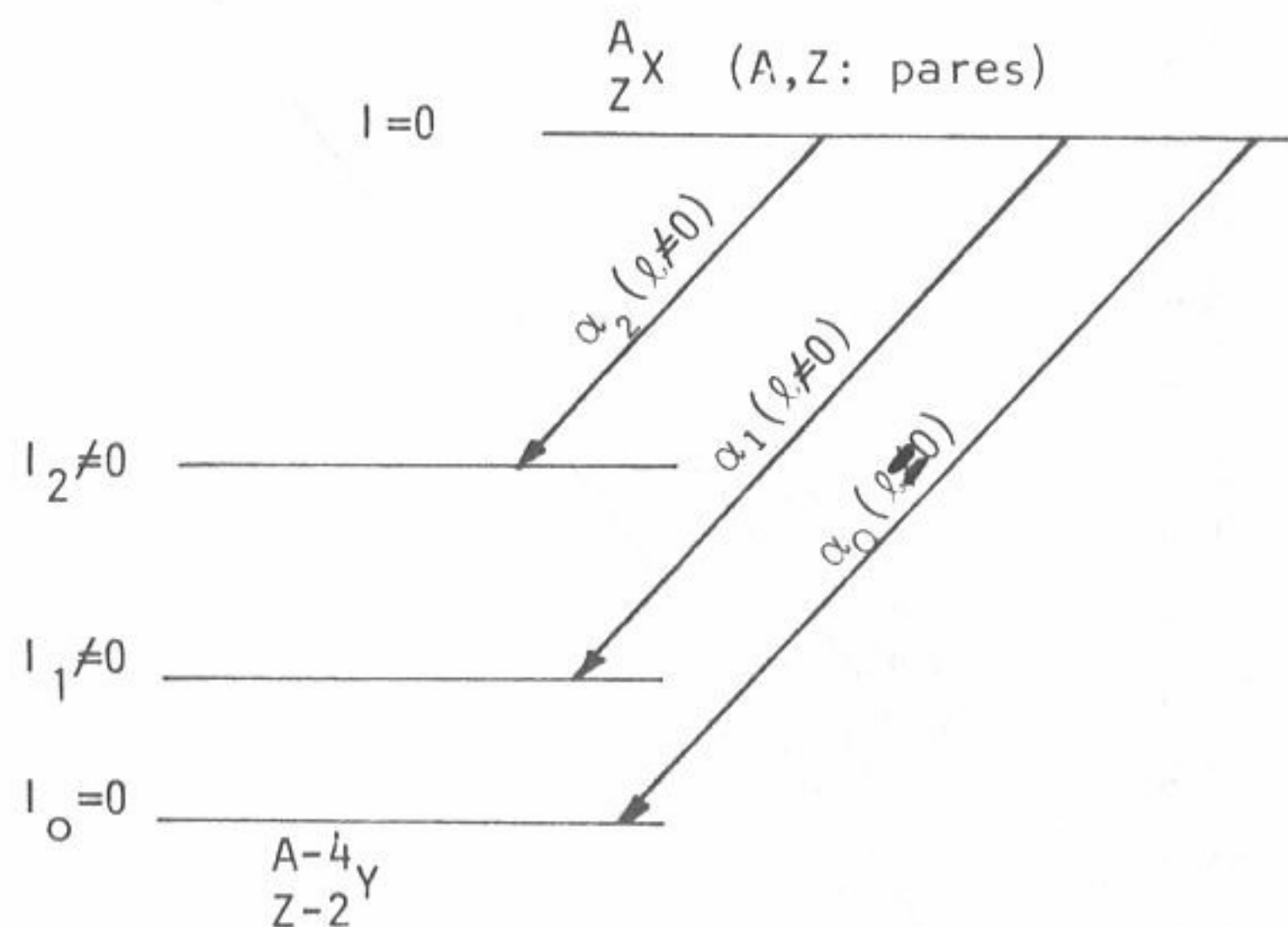


Fig. 35 - Conservação do momento angular no declínio alfa.

mento angular nulo. Na realidade, a expressão (2.-38), para cada família de isótopos ( $Z = \text{constante}$ ), pode escrever-se:

$$\log_e \lambda = a - C_1 T_0^{-1/2} + C_2'$$

de onde se obtém:

$$\log_e t_{1/2} = C_1 T_0^{-1/2} + C_2 \quad (2.-39)$$

em que  $t_{1/2}$  é o período de semidesintegração. Note-se que  $C_1$  é, efectivamente, uma constante para cada família; em  $C_2$  figuram parâmetros — a raiz

quadrada do raio clássico do núcleo e o logaritmo da velocidade da partícula — que, em rigor, não têm o mesmo valor dentro de uma dada família de isótopos. Contudo, essas variações são pequenas e não afectam o coeficiente angular da relação linear (2.-39):

A relação linear entre o logaritmo do período de semidesintegração correspondente a uma certa emissão alfa e  $T_0^{-1/2}$ , em que  $T_0$  é energia das partículas, obtida a partir da teoria quântica do declínio alfa, é confirmada pela experiência (cf. fig. 36).

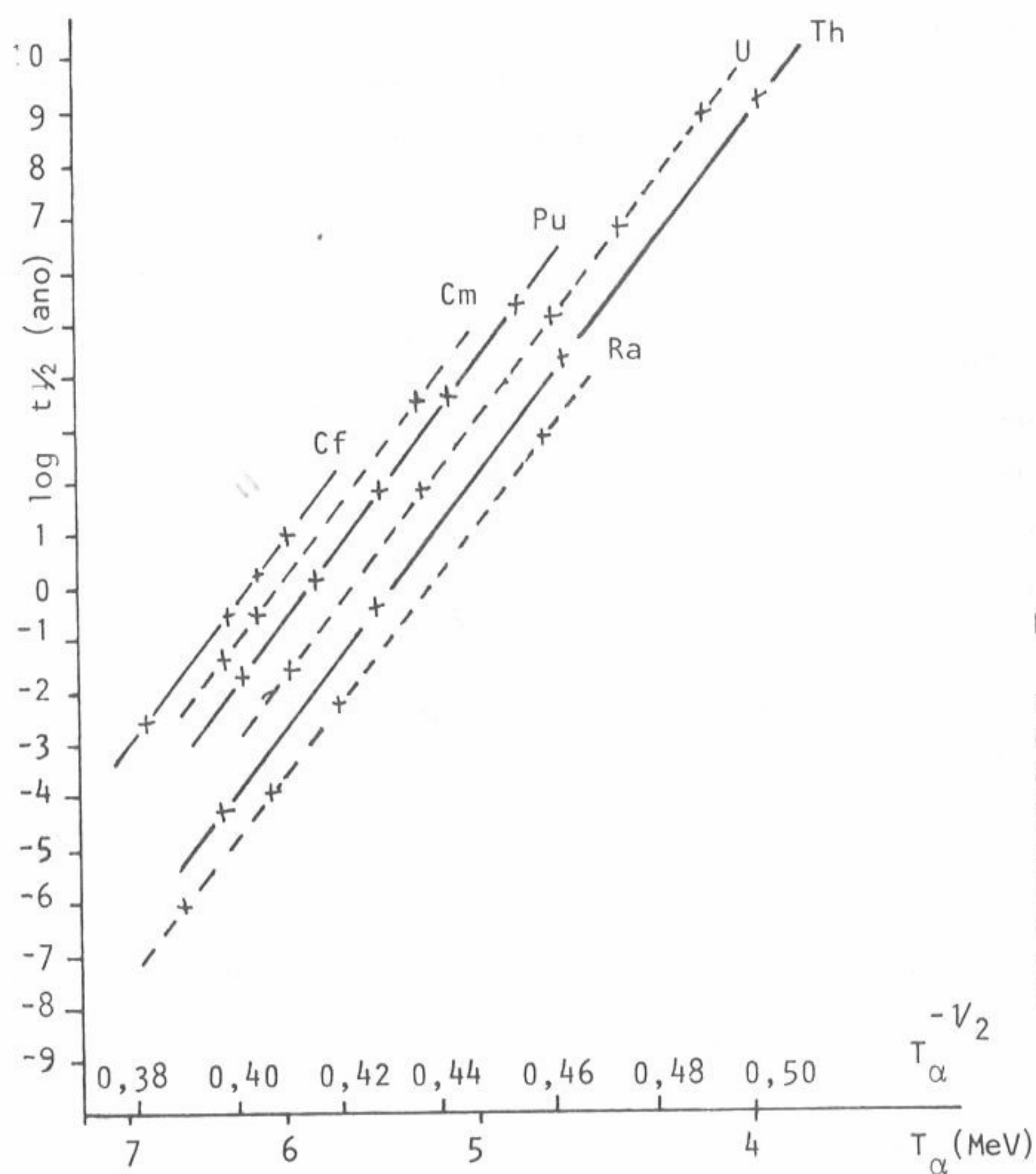


Fig. 36 - Relação experimental entre o período de semidesintegração e a energia das partículas alfa, para diversas famílias de isótopos indicadas pelos respectivos símbolos. (Relação de Geiger-Nuttal).

Na realidade, essa relação empírica foi obtida por Geiger e Nuttall antes da construção da teoria do declínio alfa. Mostra-se, assim, que esta teoria é, na sua essência, correcta.

Consideremos agora o caso geral da emissão alfa, isto é, aquele em que a partícula é emitida com um momento angular orbital não nulo e procuremos

a expressão para o parâmetro  $\gamma$  que figura no factor de transmissão.

Na realidade, a expressão (2.-35) anteriormente obtida deverá sofrer uma alteração pela necessidade de introduzir a barreira centrífuga do núcleo que surge sempre que o momento angular da partícula alfa é diferente de zero. Como se viu anteriormente, quando à distância  $r$  do centro do núcleo a barreira coulombiana tem um valor  $B = 2Ze^2/r$ , a barreira centrífuga é dada por

$$\frac{\ell(\ell+1)\hbar^2}{2mr^2} .$$

Nestas condições, a barreira de potencial total à distância correspondente ao raio clássico do núcleo,  $R$ , é:

$$\begin{aligned} B' &= \frac{2Ze^2}{R} + \frac{\ell(\ell+1)\hbar^2}{2mR^2} \\ &= \frac{2Ze^2}{R} \left[ 1 + \frac{\ell(\ell+1)\hbar^2/2mR^2}{2Ze^2/R} \right] \end{aligned}$$

que se pode escrever sob a forma:

$$B' = \frac{2Ze^2}{R} (1 + \sigma) = B(1 + \sigma) \quad (2.-40)$$

com

$$\sigma = \frac{\ell(\ell+1)\hbar^2/2mR^2}{2Ze^2/R} \quad (2.-41)$$

ou seja:

$$\sigma = \frac{\text{Amplitude da barreira centrífuga}}{\text{Amplitude da barreira coulombiana}}$$

O novo valor para o parâmetro  $\gamma$ , seja  $\gamma'$ , que intervem no cálculo da constante de desintegração, pode então ser calculado do seguinte modo:

Como se viu (equação 2.-35), o valor de  $\gamma$  sem barreira centrífuga, é dado por:

$$\gamma = \frac{4Ze^2}{\hbar v_\alpha} \left( \frac{\pi}{2} - 2\sqrt{\frac{R}{b}} \right)$$

Mas, como  $b = 2Ze^2/T_0$ , vem  $R/b = T_0/B$ , obtendo-se:



$$\gamma = \frac{4Ze^2}{\hbar v_\alpha} \left( \frac{\pi}{2} - 2\sqrt{\frac{T_0}{B}} \right) \quad (2.-42)$$

em que  $B$  é a barreira de potencial sem barreira centrífuga. Se esta está presente na emissão da partícula alfa,  $B$  deverá ser substituído por  $B' = B(1+\sigma)$ . Assim, a expressão de  $\gamma'$  será:

$$\gamma' = \frac{4Ze^2}{\hbar v_\alpha} \left( \frac{\pi}{2} - 2\sqrt{\frac{T_0}{B'}} \right)$$

ou seja:

$$\gamma' = \frac{4Ze^2}{\hbar v_\alpha} \left[ \frac{\pi}{2} - 2\sqrt{\frac{T_0}{B(1+\sigma)}} \right]$$

com  $\sigma$  dado por (2.-41). Vê-se, assim, claramente que quanto maior for  $\sigma$ , isto é, quanto maior for a razão entre as barreiras centrífuga e coulombiana, maior é o parâmetro  $\gamma'$  e menor é o factor de transmissão para a partícula alfa ou seja a constante de declínio do respectivo núclido emissor.

A existência da barreira centrífuga traduz-se, assim, numa diminuição da constante de desintegração,  $\lambda$ , devido à introdução de  $(1+\sigma)$ , em que  $\sigma$  é a razão entre as amplitudes das barreiras de potencial centrífuga e coulombiana.

Para o cálculo do valor absoluto do expoente do factor de transmissão a partir de dados experimentais obteve-se anteriormente a expressão (2.-33) válida sem barreira centrífuga:

$$2\gamma = 3,95 \frac{Z}{\sqrt{T_0}} - 2,97 \sqrt{Z \cdot R}$$

Com barreira centrífuga ter-se-á:

$$2\gamma' = 3,95 \frac{Z}{\sqrt{T_0}} - 2,97 \sqrt{\frac{Z \cdot R}{(1+\sigma)}} \quad (2.-43)$$

#### 2.4.5 - Cálculo do raio clássico do núcleo por meio da teoria quântica do declínio alfa

A expressão (2.-34), que permite calcular a constante de declínio radioactivo em função do factor de transmissão da barreira de potencial do núcleo, foi utilizada para determinar a constante  $r_0$  que figura na fórmula

$R = r_0 A^{1/3}$ , por meio da qual se calcula o raio clássico de um núcleo de número de massa  $A$ .

Na realidade, introduzindo em (2.-34) o valor de  $2\gamma$  dado por (2.-33), vem:

$$\lambda = k \frac{v_\alpha}{R} e^{-(3,95 Z/\sqrt{T_0} - 2,97 \cdot \sqrt{ZR})}$$

expressão que se pode escrever sob a forma:

$$\lambda = k \cdot \lambda_0 \cdot e^{-(a-b\sqrt{r_0})} \quad (2.-44)$$

em que  $\underline{a}$  e  $\underline{b}$  são parâmetros calculáveis a partir dos valores de  $Z$ ,  $T_0$  e  $A$ , para um dado núcleo. A quantidade de valor incerto,  $v_\alpha$ , está contida no parâmetro  $\lambda_0$ , o qual se supões não sofrer variações apreciáveis entre dois núclidos vizinhos.

Calculando os valores de  $\underline{a}$  e de  $\underline{b}$  para dois núclidos par-par nestas condições, sejam respectivamente  $a_1$ ,  $b_1$  e  $a_2$ ,  $b_2$ , obtem-se da equação (2.-44) o sistema:

$$(2.-45) \quad \begin{cases} \lambda_1 = \lambda_0 \cdot e^{-(a_1-b_1\sqrt{r_0})} \\ \lambda_2 = \lambda_0 \cdot e^{-(a_2-b_2\sqrt{r_0})} \end{cases}$$

Tomando os valores experimentais de  $\lambda_1$  e  $\lambda_2$ , o sistema de duas equações (2.-45) permite calcular  $r_0$ . O melhor valor de  $r_0$  obtido por este método foi  $r_0 = 1,48$  fm, ligeiramente superior ao determinado por outros processos, mas ainda suficientemente próximos dele para que o resultado possa ser considerado como uma confirmação adicional da teoria quântica do decaimento alfa.

### 3. ESPECTROS DE ENERGIA DAS PARTÍCULAS ALFA

#### 3.1 - Estrutura Fina dos Espectros Alfa

A determinação das energias das partículas alfa foi iniciada desde muito cedo, logo após a descoberta da radioactividade. Com esse fim, Bragg utilizou as propriedades ionizantes das partículas alfa, medindo o seu percurso no ar em condições normais de pressão e temperatura (p.t.n.) por meio da ionização provocada. Para cada núclido emissor alfa obteve, assim, curvas de ionização, do tipo representado na figura 37, conhecidas por curvas de Bragg.

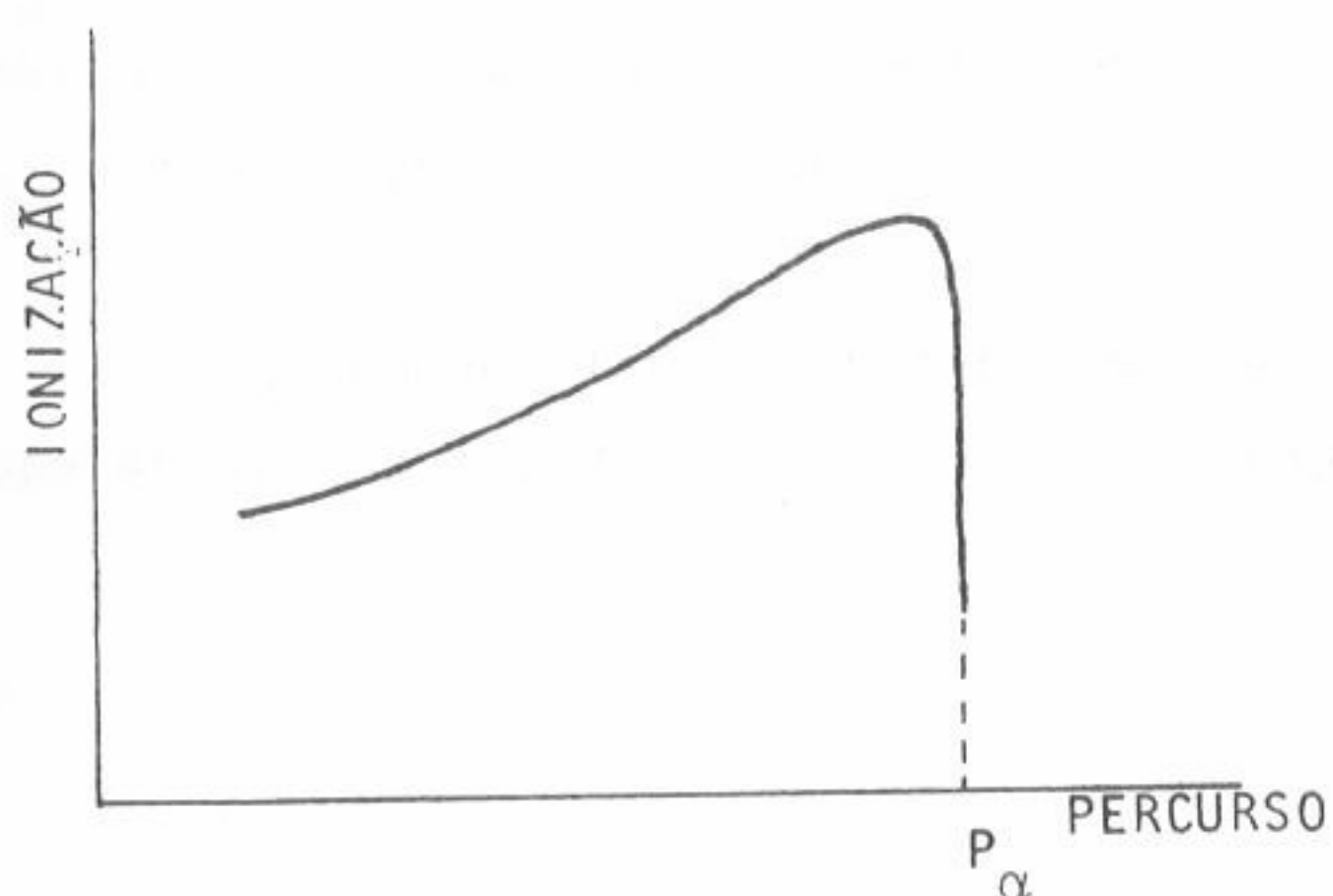


Fig. 37 - Curva de Bragg para um feixe de partículas alfa. Ionização: número de iões produzidos no ar a p.t.n. por unidade de percurso;  $p_{\alpha}$ : percurso no ar para as partículas emitidas por um certo núclido.

A energia perdida por uma partícula alfa numa camada fina do ar é, em primeira aproximação, proporcional ao intervalo de tempo de passagem através dessa camada, sendo essa energia utilizada, em grande parte, na ionização do gás. A ionização provocada por unidade de percurso é, assim, inversamente proporcional à velocidade da partícula, o que explica o comportamento da curva de Bragg. Com efeito, antes do fim do percurso, esta ionização apresenta um máximo bem pronunciado seguido de uma queda brusca, correspondente à perda total de energia cinética que a partícula possuía.

Utilizando os diferentes núclidos radioactivos naturais emissores alfa, as respectivas curvas de Bragg mostraram que os percursos no ar a p.t.n. das partículas alfa que lhes correspondem variam entre 2,7 cm e 8,6 cm; contudo, a precisão obtida com estas curvas parece mostrar que, para cada núclido, a energia das partículas emitidas é constante. Por outro lado, os percursos das



partículas alfa podem ser directamente examinados numa câmara de Wilson. Qualquer dos métodos pareceu mostrar que cada núclido emissor alfa é caracterizado por um feixe de partículas, todas com a mesma energia.

No entanto, também desde cedo se observou que a libertação de partículas alfa por um núclido é, em geral, acompanhada pela emissão de energia radiante sob a forma de radiação electromagnética (radiação gama). Salomon Rosenblum procurou relacionar estes dois tipos de emissão, admitindo que um mesmo núclido radioactivo emitirá feixes de partículas com diferentes energias, embora a vizinhança destas ou a fraca intensidade de algum, ou alguns, desses feixes não permitissem observar a sua separação, utilizando o método da curva de Bragg ou a câmara de Wilson. Rosenblum pôde, contudo, observar este facto, que constitui a estrutura fina dos espectros alfa, utilizando, pela primeira vez, um campo magnético para separar as partículas de um feixe consoante as suas energias. Utilizando  $^{212}\text{Bi}$ , então conhecido por ThC que, por declínio alfa decai para  $^{208}\text{Tl}$  (ThC'), Rosenblum obteve um espectro como o representado na figura 38.

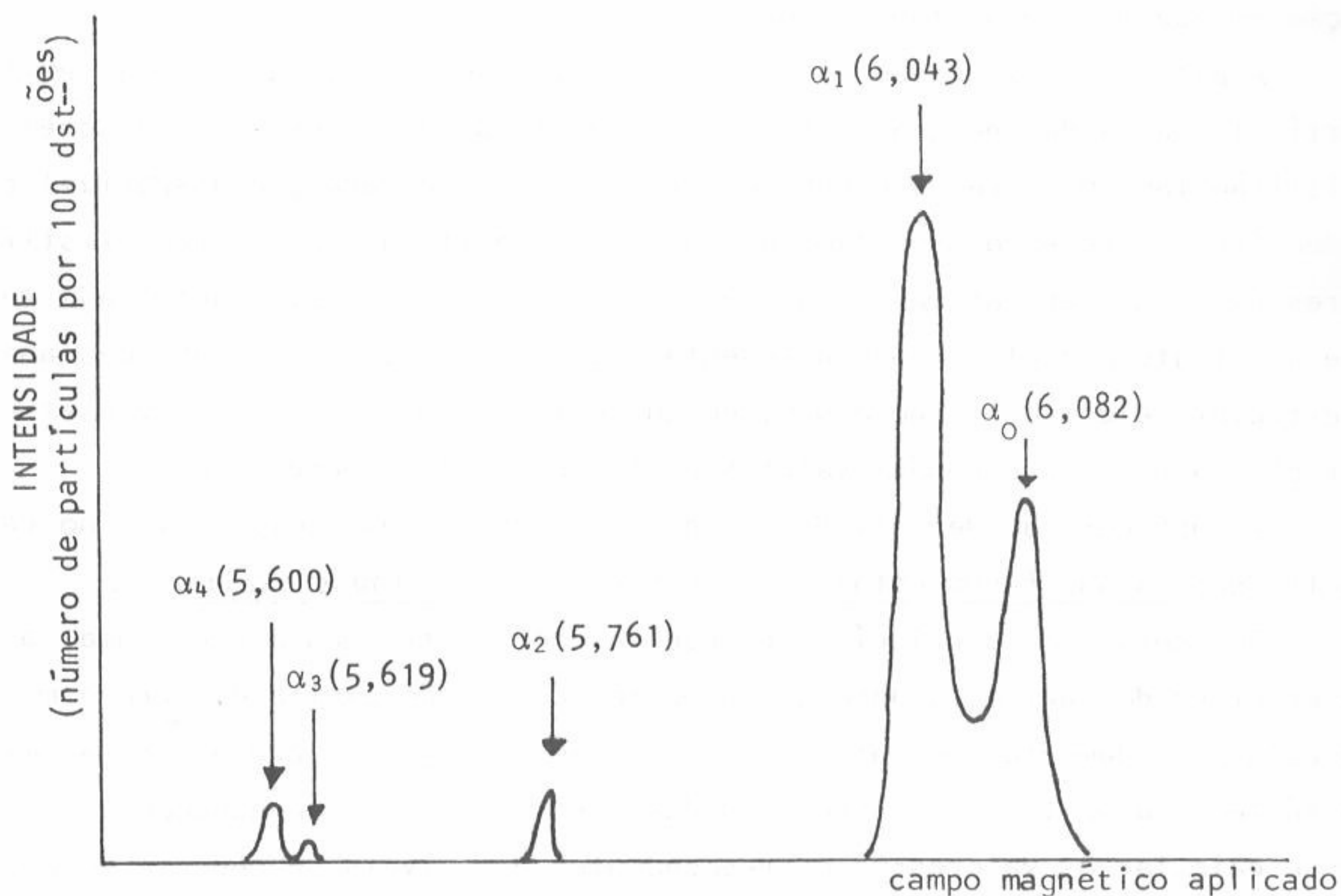


Fig. 38 - Espectro alfa do  $^{212}\text{Bi}$  (ThC) obtido com um espectrômetro magnético. Os números entre parêntesis exprimem energia em MeV.

Mostrou-se, assim, a existência no espectro do  $^{212}\text{Bi}$ , de dois feixes com energias vizinhas, de grande intensidade, além de outros de menor energia e de muito menor intensidade. A diferença de energias entre os feixes de partículas  $\alpha_0$  e  $\alpha_1$  é demasiadamente pequena para que possa ser detectada por meio do método de Bragg, da câmara de Wilson ou com detectores convencionais. Apenas espectrômetros de grande resolução, como os baseados na utilização de campos magnéticos ou de junções de semicondutores, mais adiante referidos, permitem uma separação clara entre os feixes de partículas alfa com diferentes energias, existentes na emissão de um núclido radioactivo.

Rosenblum explicou a estrutura fina dos espectros alfa como sendo devida a excitações do núcleo descendente. Isto é, ao ser emitida uma partícula alfa, este núcleo poderá ficar no estado fundamental ou num dos seus estados excitados, correspondendo as partículas de maior energia à primeira possibilidade indicada; quanto menor for a energia da partícula alfa, maior é a excitação em que fica o núcleo descendente.

A partir da expressão (1.-1) conclui-se que, se um núcleo pode emitir partículas alfa de energias diferentes, constituindo um espectro discreto, existirão também, para esse núcleo vários valores da energia disponível para o declínio, isto é, o seu valor-Q. Mas isso significa que poderão existir valores diversos para as massas nucleares. Para explicar este facto, admite-se que a estrutura nuclear pode apresentar várias configurações, de modo análogo à estrutura electrónica do átomo, em que este se apresenta com diversas configurações a que correspondem valores distintos para a energia deste.

A configuração de mais baixa energia é designada, como se viu no capítulo II, por estado fundamental e as restantes por estados excitados.

Em acordo com o princípio da equivalência entre massa e energia, a massa efectiva do núcleo, quando se encontra num estado excitado, será a massa no estado fundamental aumentada de  $E/c^2$  em que E é a energia de excitação do núcleo. Substituindo as energias das partículas alfa na equação (1.-1) pode-se calcular os valores-Q correspondentes aos níveis de energia do núcleo descendente. O valor mais elevado de Q corresponde à formação deste no estado fundamental. Os estados excitados decaem para o fundamental, cedendo o



excesso de energia sob a forma de radiação gama, cujas energias são iguais às diferenças de energia dos níveis nucleares entre os quais ela é emitida.

Esta explicação teórica foi confirmada pelos valores medidos para as energias das partículas alfa e das radiações gama emitidas pelos núcleos radioactivos. Um exemplo de um esquema de declínio de um emissor alfa, justamente o de  $^{212}_{83}\text{Bi}$ , encontra-se na figura 39.

### 3.2 - Factores de Interdição

Viu-se anteriormente que a probabilidade de desintegração aumenta muito rapidamente com a energia da partícula alfa emitida. Nestas condições, as partículas alfa de maior energia – que correspondem a transições para o estado fundamental do núcleo descendente – deveriam ser as mais abundantes. Isto é, realmente, o que se observa no declínio entre os estados fundamentais dos núcleos par-par. Nos núcleos ímpares, porém, a transição para o

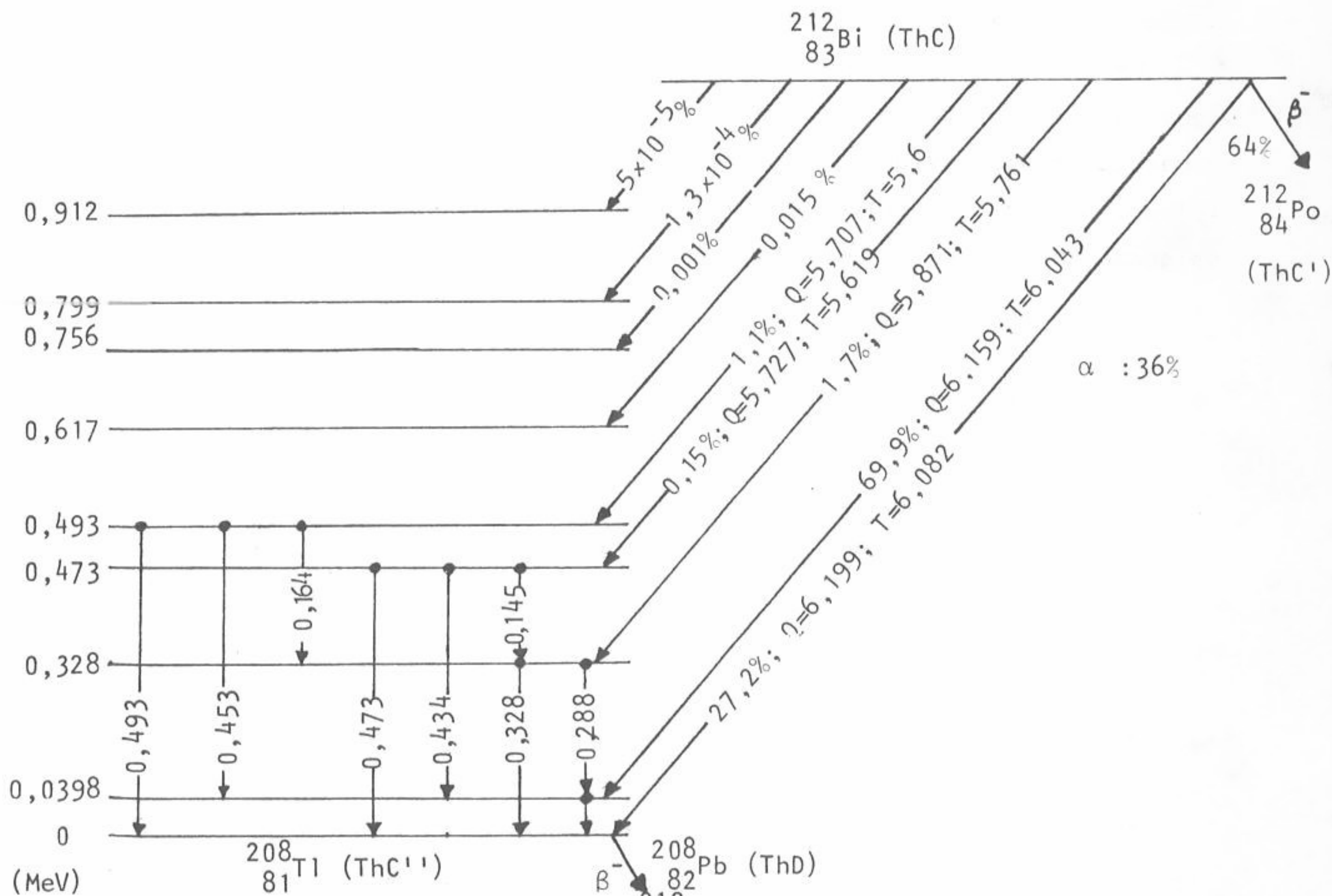


Fig. 39 - Esquema da declínio do  $^{212}_{83}\text{Bi}$ ; os valores-Q e as energias das partículas  $\alpha$  e das radiações  $\gamma$  estão expressas em MeV.



estado fundamental poderá ser "desfavorecida" em relação a transições que conduzam a um estado excitado do núcleo descendente; é o que se observa no exemplo da figura 39, em que a transição para o estado fundamental ocorre em 27,2% de desintegrações por via alfa, enquanto para o primeiro estado excitado se dá em 69,9%. Este facto deve-se a diversas regras de selecção entre os números quânticos envolvidos no declínio alfa.

Uma delas permite afirmar que a transição alfa dita "permitida" é aquela em que  $\Delta I = 0$ , isto é, aquela em que os momentos angulares totais dos núcleos inicial e final, nos estados considerados, são iguais. A esta regra de selecção juntam-se outras, obtidas a partir dos modelos nucleares, que saiem do âmbito actual do curso.

Em termos quantitativos, o maior ou menor grau de "interdição" de uma transição alfa é definido pelo factor de interdição ("hindrance factor", em inglês) que é dado pela razão entre o período parcial dessa transição e o período parcial da transição para o estado fundamental do núcleo, quando este for par-par; nos núcleos ímpares, a comparação é feita com o estado fundamental do núcleo par-par vizinho.

Uma das contribuições para os factores de interdição no declínio alfa, a que já se fez referência anteriormente, é a que depende do momento angular da partícula alfa. Viu-se, com efeito, que se  $l \neq 0$ , à barreira de potencial coulombiana do núcleo se adiciona um termo dependente do momento angular, designado por barreira centrífuga.

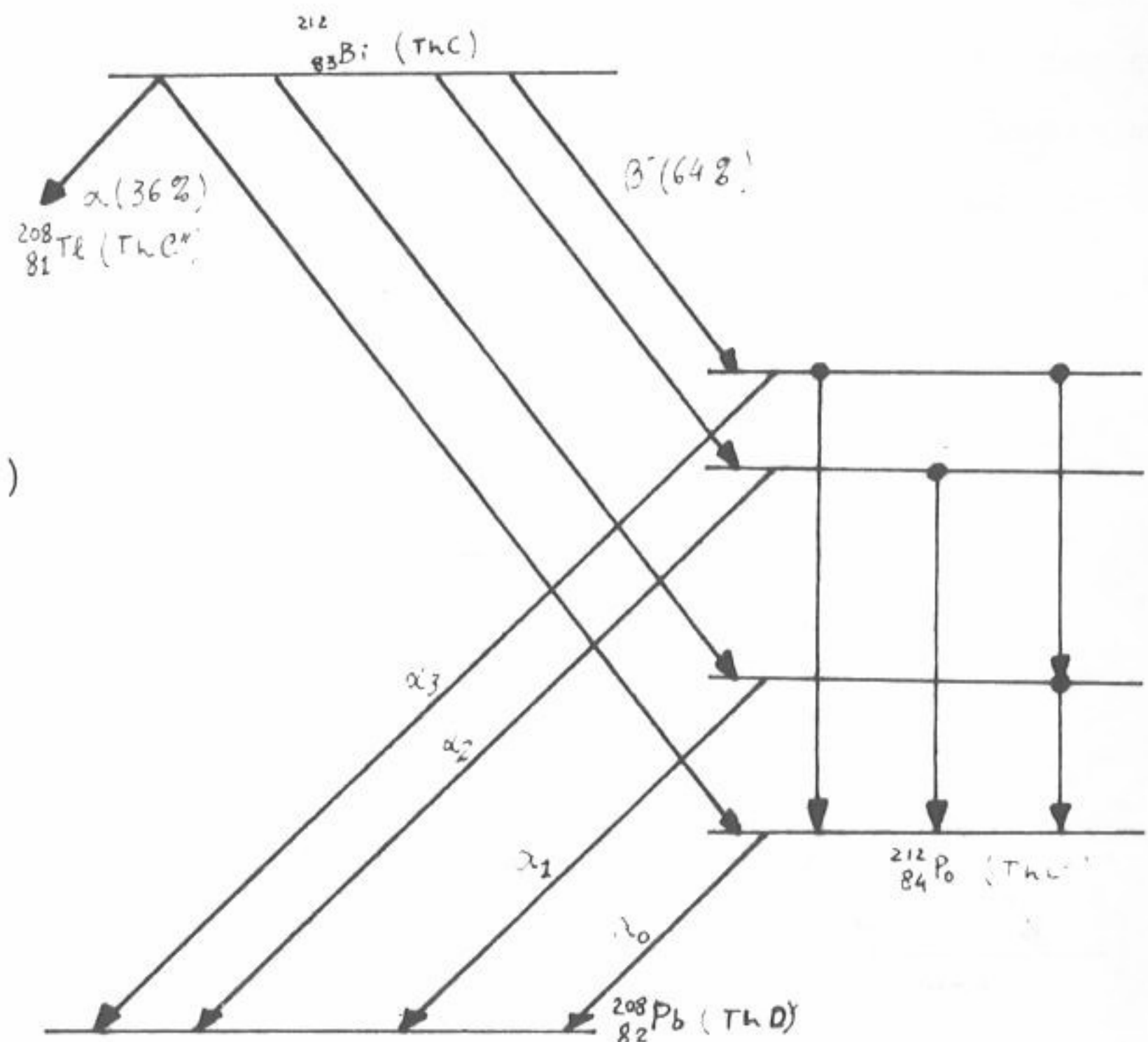
### 3.3 - Partículas Alfa de Longo Percurso

No espectro de certos núclidos emissores de partículas alfa existem algumas destas partículas com percursos anormalmente longos. Entre os poucos exemplos em que isso acontece encontra-se o  $^{212}_{84}\text{Po}$  (ThC'), cujo esquema de declínio constitui o da figura 40.

As partículas alfa de longo percurso estão, evidentemente, animadas de energias anormalmente elevadas a que correspondem constantes de desintegração igualmente elevadas e, portanto, vidas-médias muito curtas.

Quer dizer: as partículas alfa de longo percurso deverão provir, não do estado fundamental do núcleo emissor — como em geral acontece —, mas de um dos seus estados excitados. Como estes se desexcitam normalmente por emissão

Fig. 40 - Declínio do  $^{212}\text{Po}(\text{ThC}')$  precedido do declínio  $\beta$  do  $^{212}\text{Bi}$  (ThC).  
 $\alpha_1$ ,  $\alpha_2$  e  $\alpha_3$ : partículas  $\alpha$  de longo percurso.



gama, conclui-se que a formação de partículas alfa de longo percurso é um processo competitivo com aquela emissão, como se representa no esquema de declínio da figura 40. Esta interpretação da origem deste tipo de emissão alfa foi confirmada pela experiência.

A emissão de partículas alfa de longo percurso por certos núclidos, permitiu a elaboração de um dos primeiros métodos que se utilizaram para a medição de vidas-médias de estados excitados não directamente mensuráveis por serem demasiadamente curtas.

Suponhamos um núclido  $X$  com o esquema de declínio ilustrado pela figura 41; pretende-se determinar a vida-média do seu nível excitado, de energia  $E$  em relação ao estado fundamental. Como se sabe, a vida-média  $\tau$  é igual ao inverso da constante de declínio,  $\lambda = \lambda_{\alpha_1} + \lambda_{\gamma}$ , em que  $\lambda_{\alpha_1}$  e  $\lambda_{\gamma}$  são as constantes de declínio parciais respectivamente para as emissões  $\alpha_1$  e  $\gamma$ . A primeira daquelas constantes pode ser calculada a partir da teoria do declínio alfa. Como o nível excitado perde o excesso de energia emitindo um fóton ou uma partícula  $\alpha_1$ , o número de partículas emitidas em cada um destes processos estão entre si como as respectivas constantes de declínio:

$$\frac{\lambda_{\gamma}}{\lambda_{\alpha_1}} = \frac{N_{\gamma}}{N_{\alpha_1}} \quad (3.-1)$$



em que  $N_Y$  e  $N_{\alpha_1}$  são, respectivamente, o número de fótons e de partículas  $\alpha_1$  emitidas no mesmo intervalo de tempo. Como a emissão de cada fóton é seguida da emissão de uma partícula  $\alpha_0$ , a relação (3.-1) pode escrever-se:

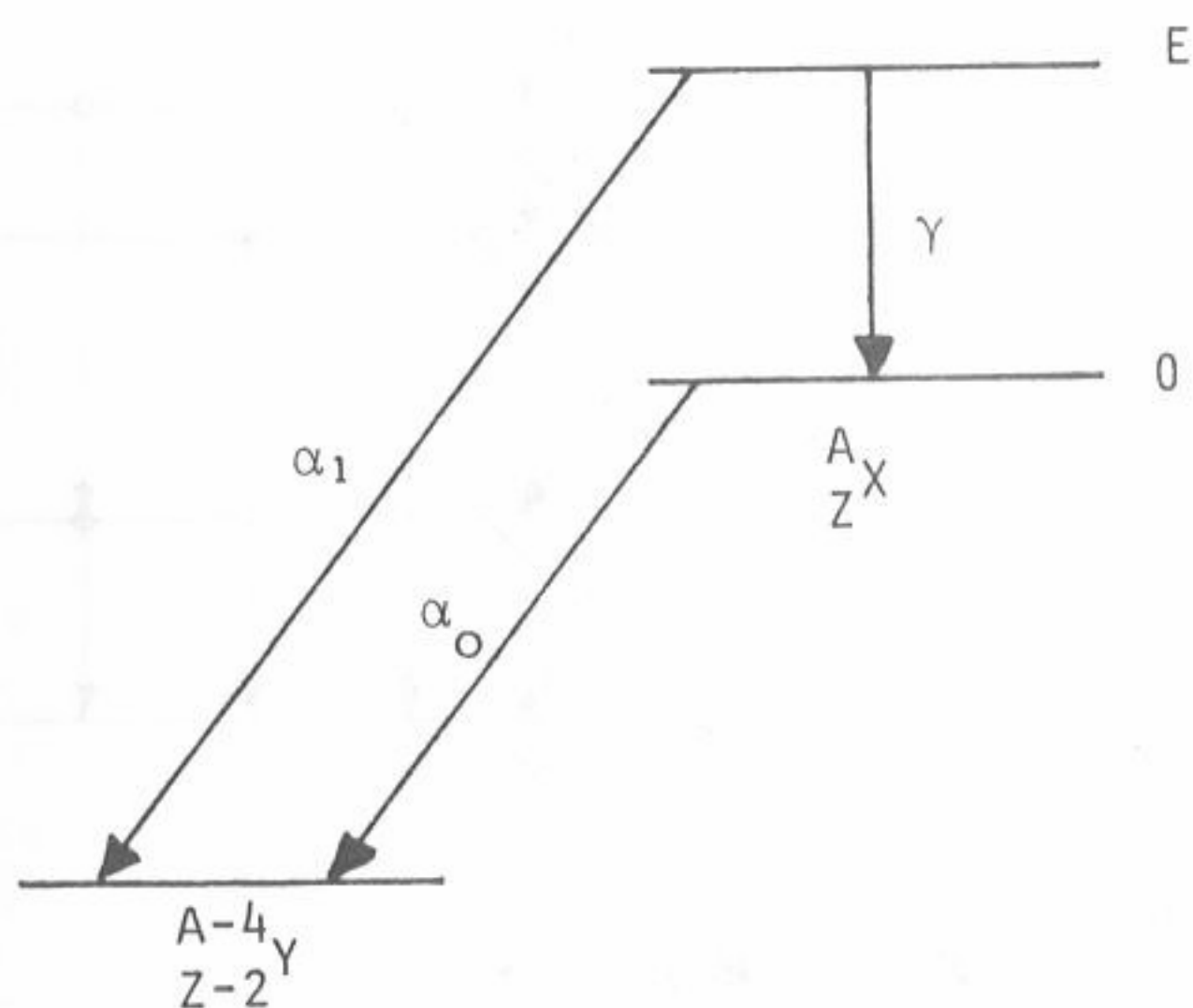


Fig. 41 - Declínio do núcleo X para o núcleo Y através da emissão de partículas  $\alpha_0$  ("normais") e  $\alpha_1$  (de longo percurso)

$$\frac{\lambda_Y}{\lambda_{\alpha_1}} = \frac{N_{\alpha_0}}{N_{\alpha_1}}$$

e, portanto, a razão  $\lambda_Y/\lambda_{\alpha_1}$  pode ser determinada a partir da determinação experimental do número de partículas  $\alpha_0$  e  $\alpha_1$  emitidas num certo intervalo de tempo.

O método indicado permitiu a determinação de vidas-médias da ordem de grandeza de  $10^{-12}$  s muito antes da utilização dos modernos processos eletrônicos de coincidências rápidas.

### 3.4 - Detecção e Espectrometria das Partículas Alfa

A detecção das partículas alfa pode ser feita por diversos processos (chapa fotográfica, métodos baseados na ionização de gases ou de semicondutores, detectores de cintilação, etc.)

No que respeita à determinação das suas energias, o método mais preciso é o da espectrometria magnética, pela primeira vez utilizada por Salomon Rosenblum quando da descoberta da estrutura fina dos espectros alfa. Contudo, ele exige enormes e dispendiosos ímãs de que apenas existem algumas unidades em todo o Mundo. Dispõe-se, no entanto, de outro método, incomparavelmente menos dispendioso e de utilização muito mais simples que se baseia no emprego de detectores de semicondutores.



Os detectores de semicondutores, também designados por detectores de estado sólido utilizam-se na espectrometria de partículas carregadas devido à ionização que estas provocam na matéria que atravessam. Este fenómeno já era usado, desde há muito, para a detecção de partículas carregadas nas câmaras de ionização, em que a matéria ionizável é constituída por um gás. Os detectores de estado sólido empregam como matéria ionizável um material semiconductor, como o silício ou o germânio, apresentando as seguintes vantagens em relação às câmaras de ionização gasosas:

- a) Para uma mesma energia transferida para o meio ionizável pela partícula ionizante, são criadas entre 5 e 10 vezes mais cargas livres.
- b) O emprego de silício ou germânio de elevada pureza diminui os problemas causados pela recombinação de cargas livres.
- c) Como os transportadores de carga (electrões e lacunas) têm grande mobilidade e são pequenas as distâncias a percorrer desde que são criados até aos eléctrodos onde são colectados, o intervalo de tempo de recolha das cargas e, portanto, da formação do impulso, é muito reduzido; na realidade, ele é da ordem de grandeza de alguns nanosegundos, o que tem particular interesse em espectrometria "rápida": determinação de elevadas taxas de contagem e experiências de coincidências rápidas.
- d) Os detectores de estado sólido apresentam uma muito maior estabilidade do que as câmaras de ionização, no decurso do tempo, visto que são eliminados os problemas relacionados com as impurezas dos gases.

Os detectores de semicondutores para partículas carregadas vieram revolucionar os métodos de detecção em espectrometria nuclear, o mesmo acontecendo — talvez ainda em maior grau — com os detectores de semicondutores para fotões  $\gamma$  e X, os de Ge(Li), Si(Li) e germânio hiperpuro. Contudo, a detecção de partículas carregadas é muito menos complexa do que a detecção de fotões, porque a partícula carregada interacciona directamente com o material na região de ionização, sendo o seu percurso muito mais claramente definido. Por

outro lado, o funcionamento de um detector de estado sólido para partículas carregadas é muito mais simples do que aqueles que são utilizados na detecção de fótons. Em particular, os primeiros podem operar à temperatura ambiente ao contrário dos segundos que exigem temperaturas da ordem de grandeza da do azoto líquido.

Os detectores de estado sólido para partículas carregadas são essencialmente constituídos por uma junção de semicondutores, constituindo um díodo a que se aplica uma polarização inversa, que aumenta a região da carga de espaço (zona sensível do detector).

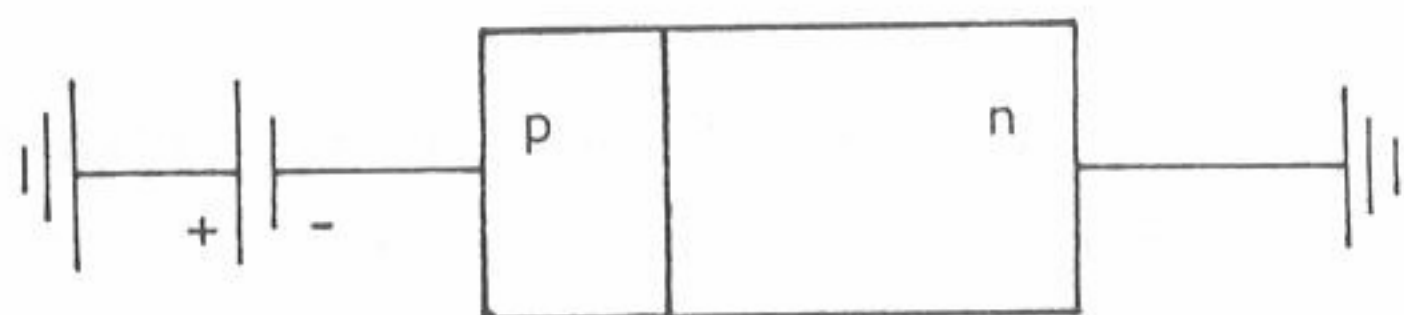


Fig. 42 - Esquema de um detector de semicondutores.

Um dos tipos de detectores de semicondutores para partículas carregadas, correntemente utilizado é o chamado detector de barreira de superfície. Ele é constituído por um semicondutor do tipo N na superfície do qual se deposita uma fina camada de ouro ( $40 \mu\text{g}/\text{cm}^2$ ), por meio de uma metalização no vácuo. Ao contacto com o ar, surge uma região superficial do tipo P. Na face posterior do semicondutor do tipo N é depositada uma outra camada fina, mas de alumínio que serve de contacto ao qual se aplica a tensão positiva de polarização inversa. Um detector de barreira de superfície é, assim, um díodo de semicondutores constituído por uma camada muito fina de um material do tipo P cobrindo a face de um material do tipo N (fig. 43).

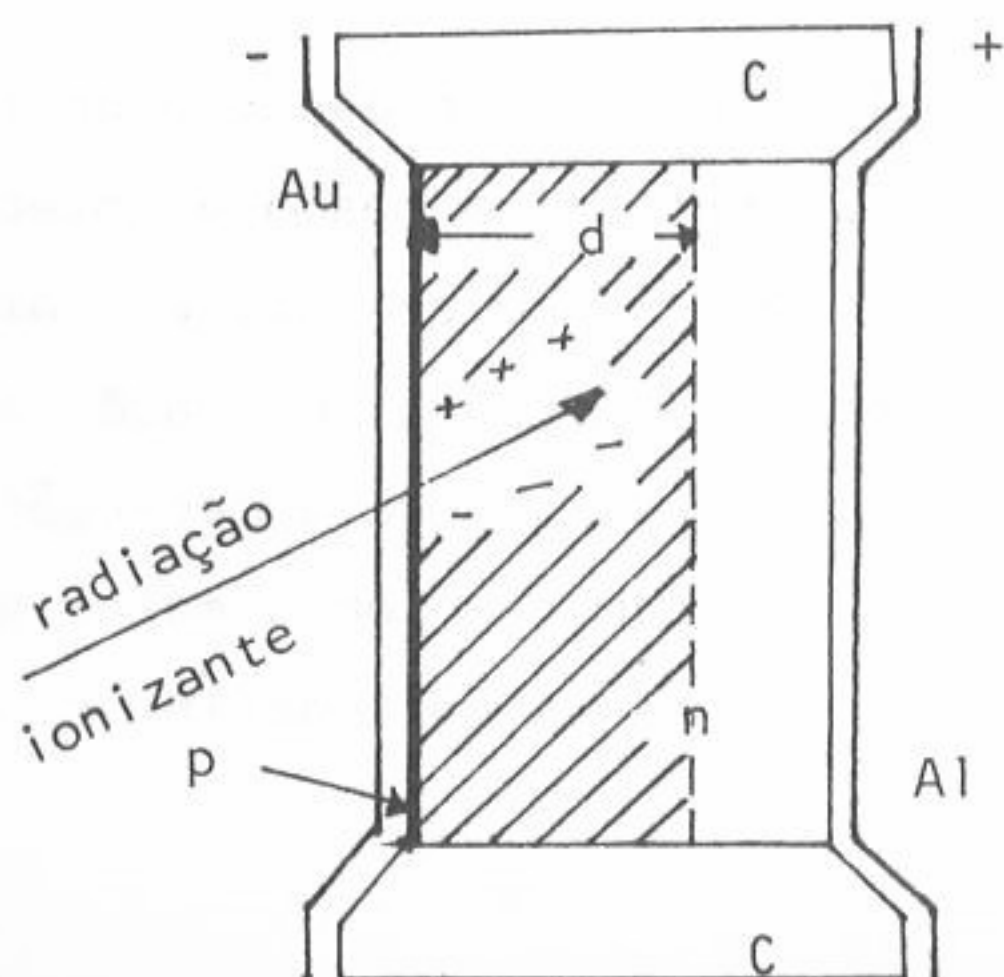


Fig. 43 - Corte de um detector de barreira de superfície. Au: eléctrodo de ouro; Al: eléctrodo de alumínio; p: semicondutor de tipo P; n: semicondutor do tipo N; C: montagem cerâmica isoladora; d: profundidade da zona sensível.



Cria-se uma zona sensível para detecção onde se encontram ausentes cargas livres. A aplicação de uma tensão de polarização inversa faz aumentar a zona sensível, criando-se um campo eléctrico que é máximo na interface Au-Si, decrescendo linearmente até um valor nulo à medida que aumenta a distância a essa interface.

O valor máximo do campo, em Volt/cm, pode ser calculado a partir da fórmula

$$E = 4,2 \cdot 10^4 (V)^{1/2} (\rho)^{-1/2} \quad (3.-2)$$

em que  $V$  é a tensão aplicada, em volt, e  $\rho$  é a resistividade do material em Ohm-cm.

Quando uma partícula carregada (electrão, protão, partícula alfa, fragmentos de fissão, etc.) penetra na região sensível do detector, ela cria pares livres de electrão-lacuna. Como no silício a energia necessária para a criação de um desses pares é 3,6 eV, a partícula dará origem a um par electrão-lacuna por cada 3,6 eV depositado no detector. Esta taxa de criação é independente da energia da partícula, o que constitui uma notável característica do detector. Na realidade, a resposta do detector às energias depositadas é, nestas condições, linear, desde que a partícula seja totalmente absorvida na sua região sensível. A profundidade desta, seja  $d$ , depende da tensão aplicada ao detector e da resistividade do semiconductor, sendo aproximadamente dada, num detector de barreira de superfície, por:

$$d \approx 0,5 (\rho V)^{1/2} \quad (3.-3)$$

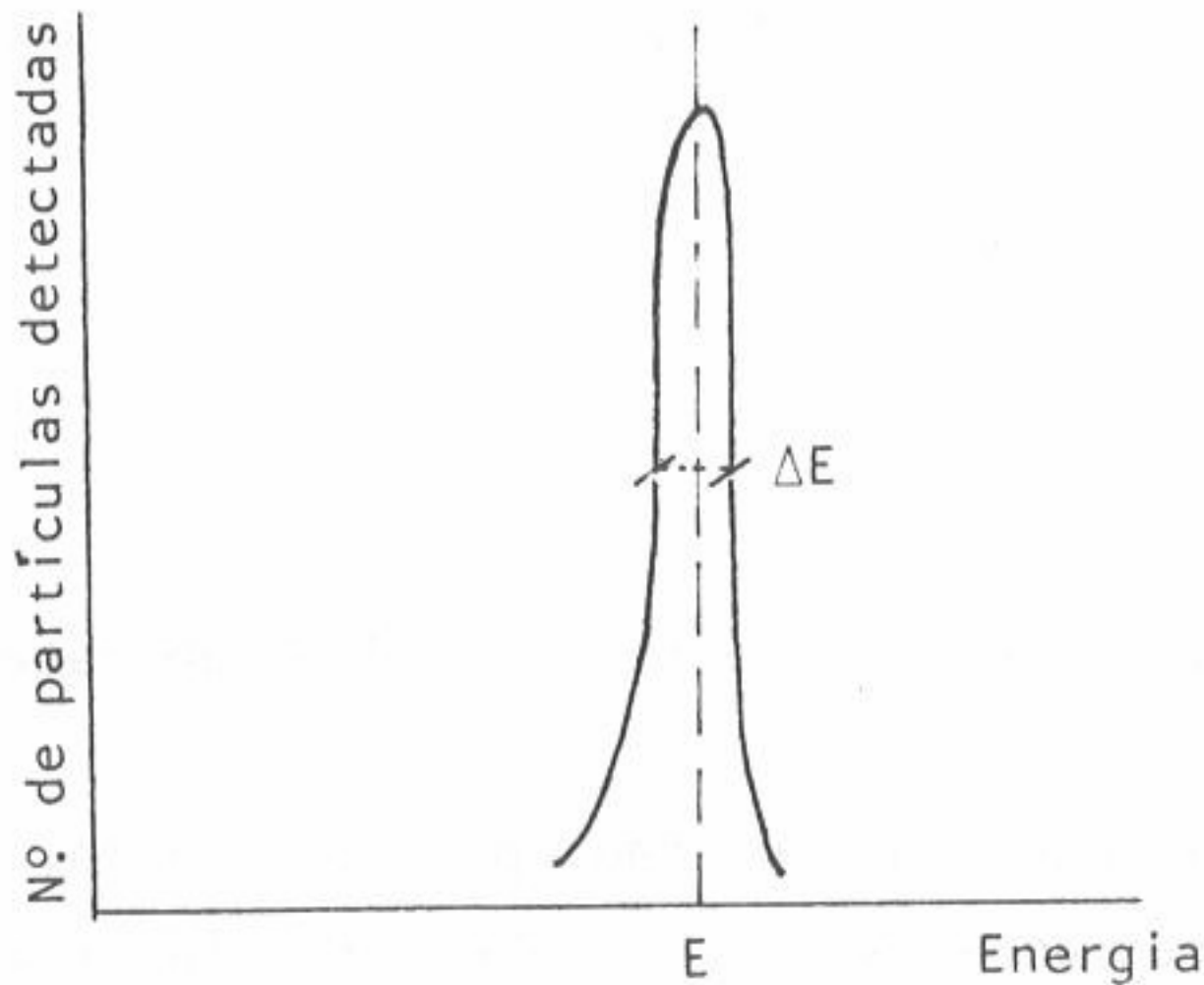
em que  $d$  é expressa em micrometro,  $\rho$  em Ohm-cm e  $V$  em volt.

Do ponto de vista da sua utilização em espectrometria, as principais características de um detector de semicondutores são definidas a partir de três parâmetros:

- Resolução
- área activa
- profundidade da zona sensível



A resolução,  $\eta$ , é definida a partir da largura a meia-altura da gaussiana do espectro correspondente à energia detectada. Se for  $E$  essa energia e  $\Delta E$  a largura, expressas nas mesmas unidades, a resolução é definida por:



$$\eta = \frac{\Delta E}{E} \times 100\%$$

Constitui prática corrente, no emprego dos detectores de partículas, referir a resolução à detecção das partículas alfa emitidas pelo  $^{241}\text{Am}$ , cujo feixe é de maior intensidade. Em consequência disso, a resolução é frequentemente definida apenas pelo valor  $\Delta E$ , expresso em keV.

Fig. 44 - Resolução de um sistema de detecção.

Uma das grandes vantagens dos detectores de semicondutores é a sua excelente resolução, só excedida com o emprego de espectrômetros magnéticos.

A área activa do detector condiciona a sua eficiência na detecção das partículas. Designando por  $N_d$  e  $N_t$ , respectivamente, o número de partículas detectadas e o número de partículas emitidas pela fonte radioactiva, no mesmo intervalo de tempo, a eficiência,  $\epsilon$ , é definida por:

$$\epsilon = \frac{N_d}{N_t} \times 100\%$$

A eficiência total do detector é, por sua vez, o produto de uma eficiência geométrica, dependente do ângulo sólido de detecção, e de uma eficiência intrínseca, a qual se refere à detecção das partículas que penetraram através da área activa do detector.

Finalmente, a profundidade da zona sensível condiciona a energia das partículas que são totalmente absorvidas, dando origem a um impulso proporcional a essa energia.

Nos detectores de barreira de superfície, as suas características são geralmente indicadas por 3 números, em que o primeiro se refere à resolução

expressa em keV, o segundo à área activa, expressa em  $\text{mm}^2$  e o último à profundidade da zona sensível, expressa em  $\mu\text{m}$ . Assim, um detector referenciado por 016 - 050 - 100 tem as seguintes características: resolução (referida às partículas alfa do  $^{241}\text{Am}$ ): 16 keV; área activa:  $50 \text{ mm}^2$ ; profundidade da zona sensível:  $100 \mu\text{m}$ .

---





# CAPITULO VI

## DECLÍNIO BETA

### 1. - INTRODUÇÃO

No processo de desexcitação nuclear conhecido por declínio beta, o núcleo emite electrões — positivos ou negativos — observando-se os declínios  $\beta^+$  e  $\beta^-$ , respectivamente. Como já anteriormente se referiu, inclui-se igualmente no declínio beta o processo de desexcitação em que o núcleo absorve um electrão do cortejo electrónico do átomo, que pode ser um electrão do nível K (captura K) ou do nível L (captura L), sendo a probabilidade da primeira superior à segunda. Este modo de desexcitação nuclear está em competição com o declínio  $\beta^+$ , sendo as condições energéticas a que este deve obedecer mais restritivas das que são exigidas para a captura electrónica (cf. § 4.2 do cap. IV). Na figura 45 exemplificam-se esquemas dos processos de desexcitação nuclear incluídos no declínio beta.

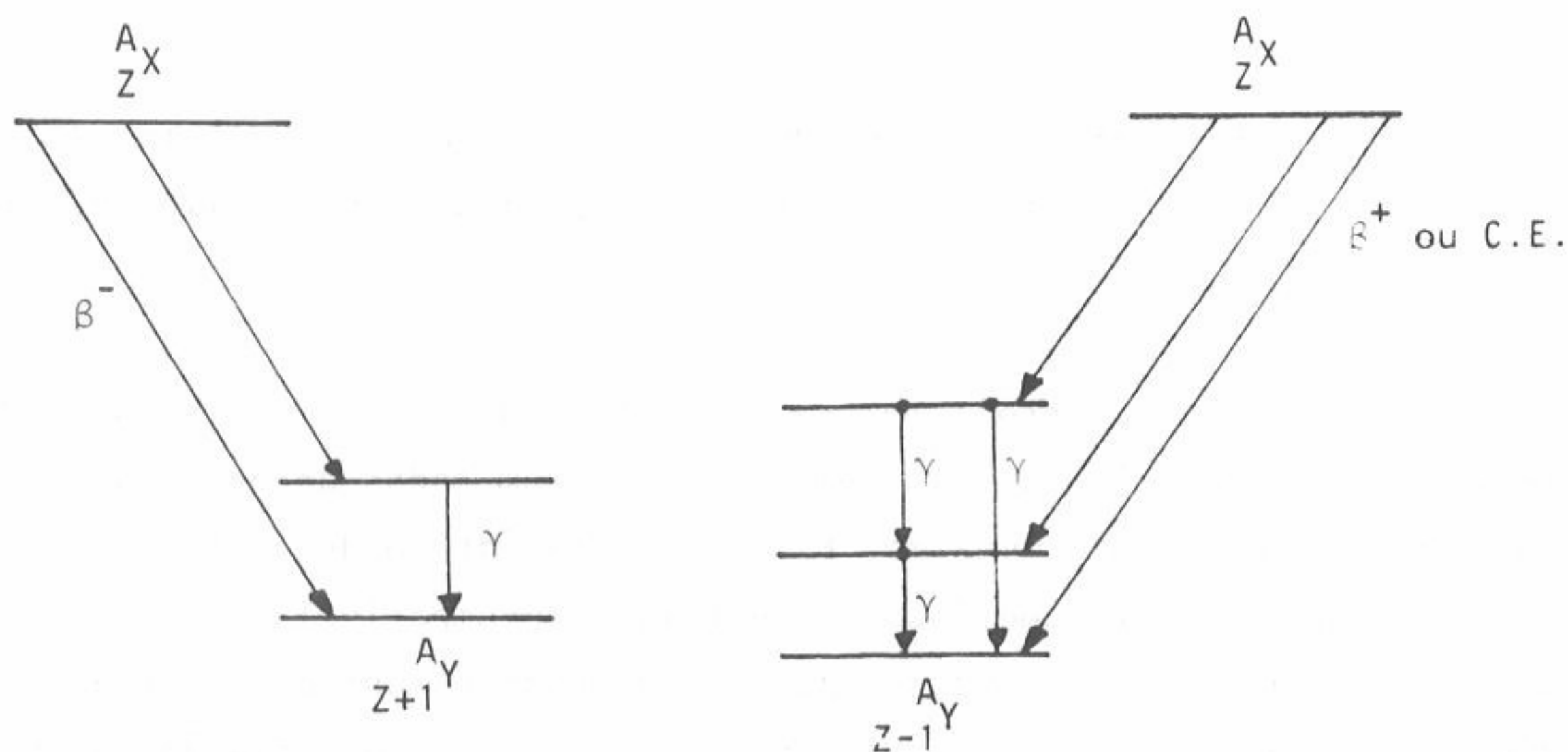


Fig. 45 - Esquemas de declínio  $\beta$ .

Como se exemplifica nos esquemas da figura 45, o declínio beta pode deixar o núcleo descendente, tal como na emissão alfa, no seu estado fundamental ou num dos seus estados excitados; neste último caso a desexcitação do núcleo descendente faz-se, em geral, através da emissão de fotões gama.

## 2. - ESPECTRO BETA

Desde os primeiros tempos do estudo da Radioactividade que Becquerel notou que a emissão beta apresenta um espectro de energia contínuo, como se exemplifica na figura 46.

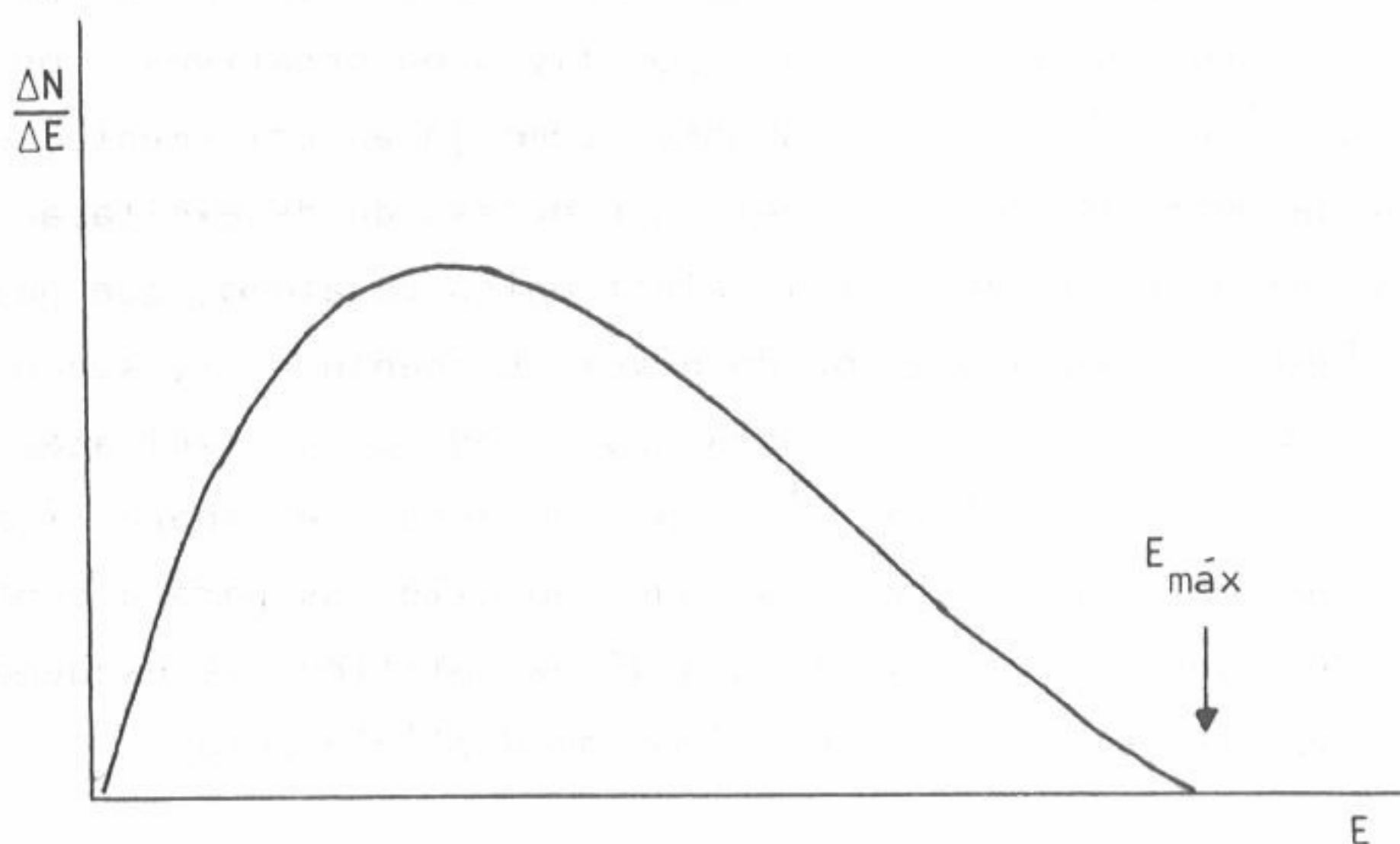


Fig. 46 - Espectro de energia de uma emissão beta; ( $E_{\text{máx}}$ : energia máxima dos electrões presentes num feixe de partículas beta).

A forma do espectro- $\beta$  mostra que — ao contrário da emissão alfa — num feixe daquelas partículas existem electrões com todas as energias, desde um valor nulo até um valor máximo,  $E_{\text{máx}}$ , característico de cada núclido emissor- $\beta$ .

Um tal espectro contínuo de energia é incompatível com uma interpretação da emissão beta que envolvesse apenas duas partículas: o electrão emitido e o núcleo que recua. Pelo contrário, os princípios da conservação da energia e do

momento linear exige a presença de uma terceira partícula. Por este facto, W. Pauli previu teoricamente, em 1933, a emissão de outras partículas – os neutrinos – que, contudo, não tinham sido detectados. Esta situação criou uma grave crise na interpretação do decaimento- $\beta$ , pois a aceitação de qualquer teoria física exige a sua concordância com os factos experimentais; por outro lado, a não existência dos neutrinos implicaria a violação dos princípios de conservação anteriormente referidos. Esta situação só foi ultrapassada em 1953 quando Cowan e Reines mostraram experimentalmente, através de uma experiência altamente delicada, a existência dos neutrinos. Eles constituem um par partícula-antipartícula.

Assim, no decaimento  $\beta^-$  é emitido um electrão negativo (partícula) e um antineutrino (antipartícula) que distribuem entre si a energia  $E_{\text{máx}}$  disponível; no decaimento  $\beta^+$  é emitido um electrão positivo (antipartícula) e um neutrino (partícula) que, tal como no processo anterior, distribuem entre si a energia disponível. Em qualquer destes processos é, portanto, <sup>emitido</sup> um par partícula-antipartícula, conservando-se o número leptónico (cf. cap. II), visto que tanto os electrões como os neutrinos são partículas elementares que pertencem à família dos leptões.

Na desexcitação nuclear por captura electrónica, o electrão absorvido comunica ao núcleo uma energia suplementar de 0,511 MeV, correspondente à sua massa. A desexcitação do núcleo descendente processa-se através da emissão de um neutrino, com se indica no esquema da figura 47. Assim, ao contrário dos outros modos de decaimento- $\beta$ , na captura electrónica são apenas emitidos neutrinos.

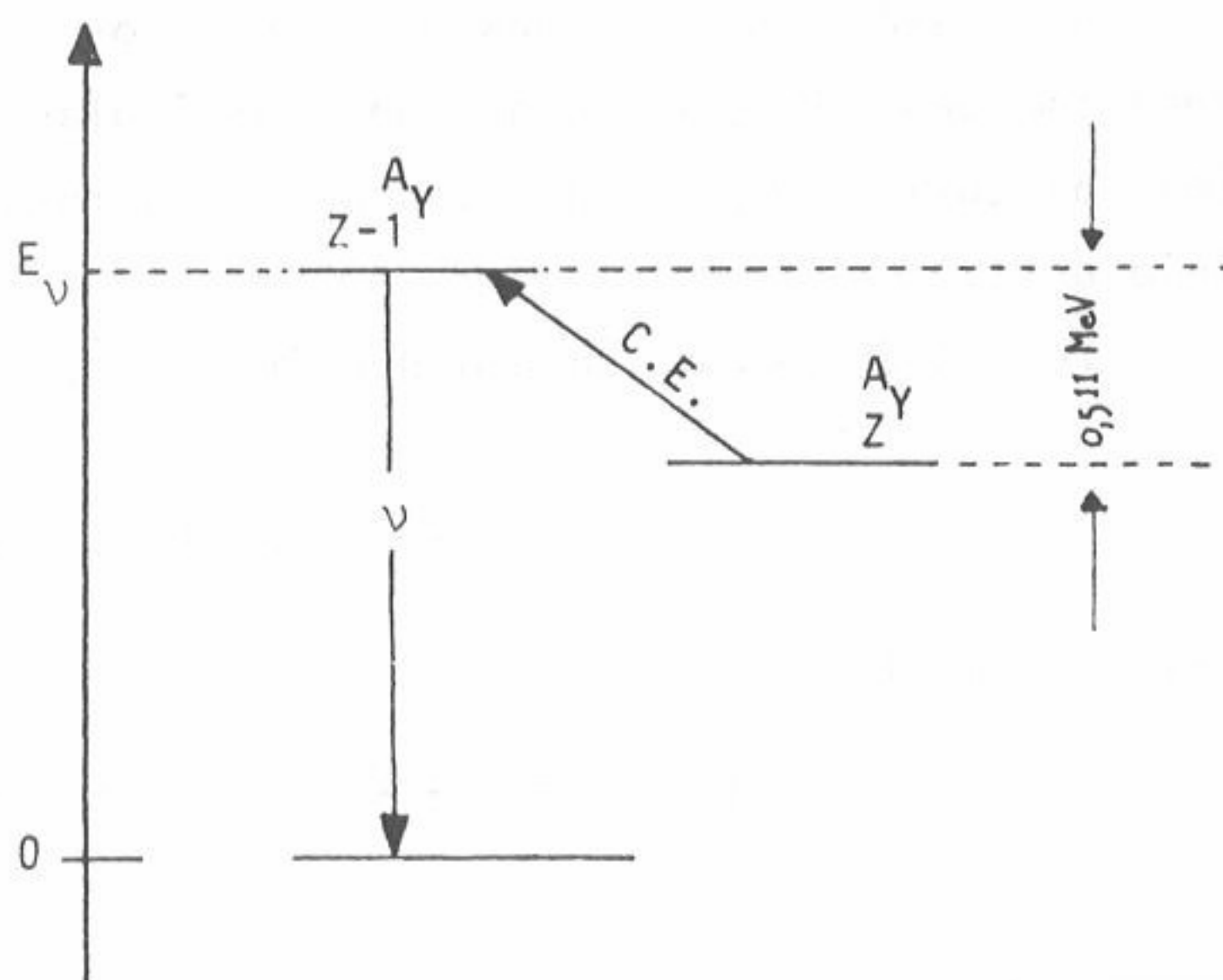


Fig. 47 - Esquema do decaimento por captura electrónica. O eixo vertical representa energias dos estados nucleares em relação àquele em que fica o núcleo descendente.



Os neutrinos são partículas sem carga eléctrica, com um momento angular intrínseco, ou spin,  $1/2$  em unidades  $\hbar$ . O neutrino e o antineutrino diferem apenas na helicidade\*. Esta grandeza é definida por:

$$H = \frac{(\vec{p} \cdot \vec{s})}{|\vec{p}| \cdot |\vec{s}|}$$

isto é, a helicidade é dada pelo produto escalar dos vectores unitários correspondentes ao momento linear,  $\vec{p}$ , e ao spin,  $\vec{s}$ , da partícula.

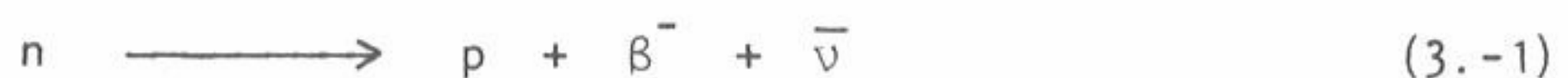
Verifica-se que o neutrino tem uma helicidade igual a  $-1$ , enquanto a helicidade do antineutrino é  $+1$ .

### 3. - INTERPRETAÇÃO DO DECLÍNIO BETA

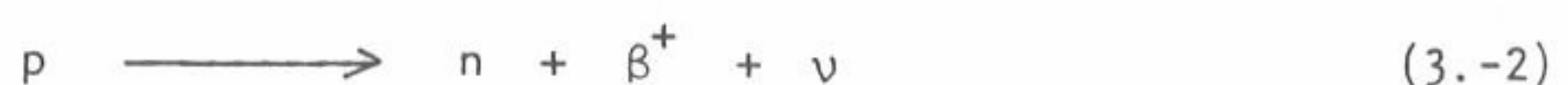
Embora os núcleos emitam electrões, sob a forma de partículas beta, não é possível admitir que eles sejam neles pré-existentes. Na realidade, um simples raciocínio, baseado na Mecânica Quântica, mostra que não podem existir electrões livres encerrados no volume nuclear. Com efeito, de acordo com a equação de de Broglie, sabe-se que o módulo do momento linear de uma partícula, seja  $p$ , e o comprimento de onda que lhe está associada, seja  $\lambda$ , estão relacionados pela equação  $\lambda = h/p$ . Medindo o momento linear dos electrões que constituem as partículas beta, verifica-se que o comprimento de onda  $\lambda$  é muitas vezes superior às dimensões nucleares.

A emissão de electrões pelos núcleos é então interpretada a partir de transformações sofridas pelas suas partículas constituintes, neutrões e prótons, as quais estão de acordo com os factos experimentais conhecidos no declínio beta.

Ter-se-á, assim, para o declínio  $\beta^-$ :



e para o declínio  $\beta^+$ :



\* Experiências para a distinção entre o neutrino e antineutrino são descritas, por exemplo, em Segrè (1965), pág. 340.

Quere dizer: nos processos de interacção nuclear, um neutrão pode transformar-se em protão, emitindo um electrão negativo; um protão pode sofrer a transformação inversa, dando origem a um electrão positivo.

O protótipo deste tipo de transformação é constituído pelo declínio do neutrão livre cujo período de semidesintegração é  $\approx 12$  minuto. Como o neutrão tem uma massa em repouso superior à soma das massas em repouso do protão e do electrão e como a massa em repouso de neutrino é muito provavelmente nula, o declínio do neutrão livre é, na realidade energeticamente possível, libertando-se  $Q = 0,783$  MeV. Supõe-se, assim, que no declínio  $\beta^-$  de um núcleo tem igualmente lugar o declínio representado por (3.-1) para um dos neutrões nele existente. O facto de que, em geral, os neutrões existentes no núcleo são estáveis, é uma consequência das forças nucleares.

Contrariamente ao neutrão, o protão livre é uma partícula estável. Contudo, nas condições existentes no interior do núcleo, supõe-se que tenha lugar a reacção (3.-2), como acima se afirmou.

Como se referiu no parágrafo anterior a existência dos neutrinos foi experimentalmente mostrada, pela primeira vez, por Cowan e Reines. Para isso, procuraram verificar a existência de uma reacção provocada por neutrinos. Na realidade, se o declínio  $\beta^-$  é devido a uma reacção como a representada por (3.-1), então, inversamente, bombardeando protões com antineutrinos dever-se-á observar a reacção:



Para provocar esta reacção, Cowan e Reines serviram-se de uma copiosa fonte de antineutrinos: o reactor nuclear, cujos produtos de fissão, como anteriormente se viu, são núcleos ricos em neutrões e, portanto, instáveis no que se refere ao declínio  $\beta^-$ ; nestas condições, se a interpretação deste tipo de declínio, representado pela reacção (3.-1), é correcta, o reactor nuclear deverá constituir uma poderosa fonte de antineutrinos. Cowan e Reines verificaram a existência da interacção (3.-3) detectando os produtos da reacção, isto é, o neutrão e o positrão. Para a detecção do primeiro utilizaram uma substância rica em cádmio, uma vez que este núclido tem uma secção eficaz elevada para a absorção de neutrões, através de uma reacção do tipo  $(n, \gamma)$ ; o que se detecta, portanto, aqui são os fotões gama provenientes desta reacção. Por sua vez, os



positrões aniquilam-se por interacção com os electrões da matéria, dando origem a dois fotões de 0,511 MeV, emitidos em sentidos opostos. Esta última produção de radiação gama (aniquilação de positrões) dá-se num intervalo de tempo de cerca de  $10^{-9}$  s após a emissão dos positrões, enquanto a captura de neutrões pelo cádmio é um processo muito mais lento, ocorrendo cerca de  $10^{-5}$  s mais tarde.

A sequência de tempo entre os dois processos de interacção é suficientemente característica para que o processo não seja confundido com qualquer outro. O esquema de detecção é representado na figura 48.

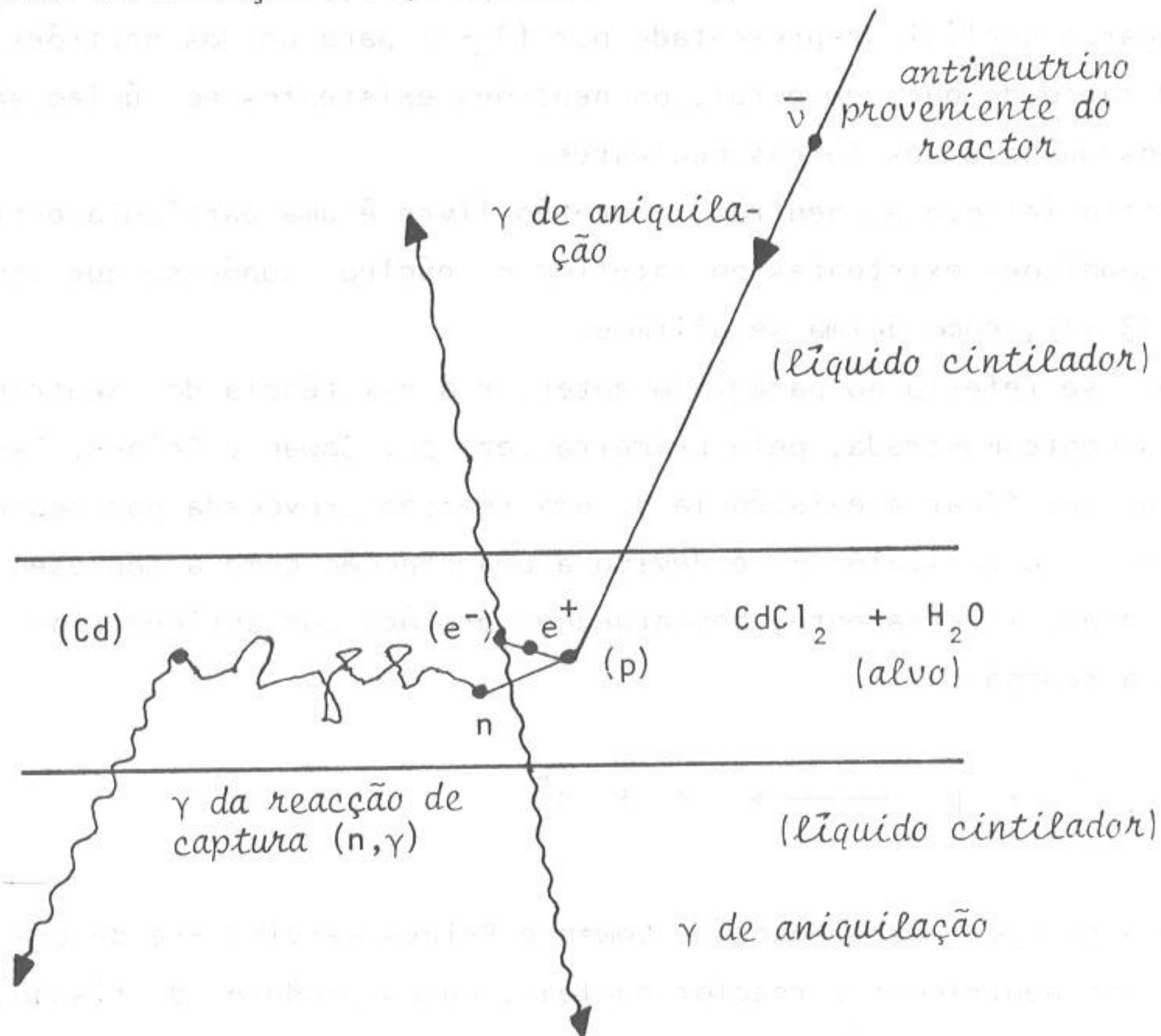


Fig. 48 - Representação esquemática da demonstração experimental da existência do antineutrino.

Devido às características físicas dos neutrinos, a sua interacção com a matéria é extremamente fraca, estimando-se a secção eficaz da reacção  $p(\bar{\nu}, e^+)n$  em cerca de  $10^{-19}$  barn. Nestas condições, apesar da enorme quantidade de neutrinos que um reactor fornece, os meios de detecção tiveram que ser anormalmente poderosos, como esquematicamente se representa na figura 49.



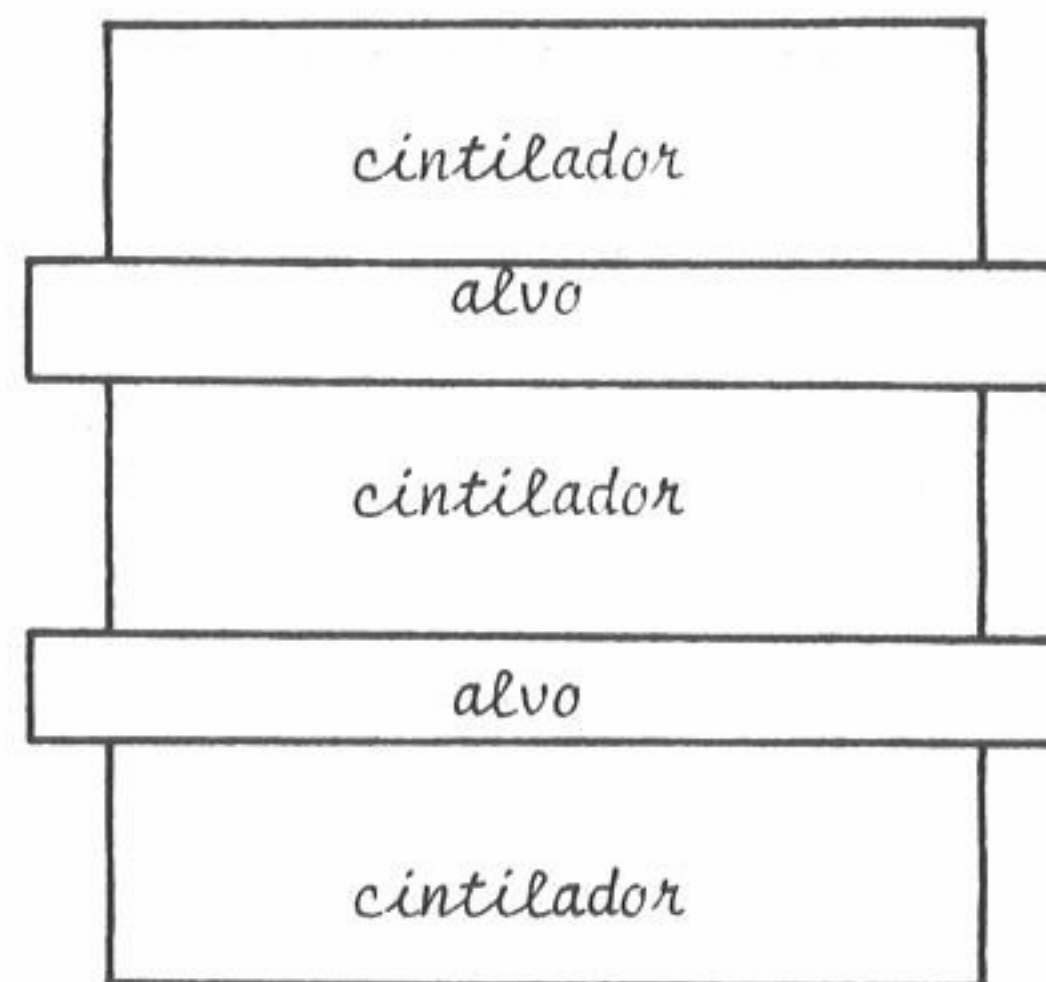


Fig. 49 - Detector para a reacção  $p(\bar{\nu}, e^+)n$ . Cada um dos alvos era constituído por 200 litro de solução aquosa de cloreto de cádmio; os cintiladores (líquido) tinham um volume de 1400 litro e as cintilações neles produzidas eram vistas por 110 tubos fotomultiplicadores, de 5 polegada de diâmetro cada um.

#### 4. - BALANÇO ENERGÉTICO NO DECLÍNIO BETA

Como se viu anteriormente (§ 4.2 do cap. IV) a energia disponível nos três processos de declínio beta é dada por:

$$Q_{\beta^-} = \left( \begin{matrix} A \\ Z \end{matrix} M - \begin{matrix} A \\ Z+1 \end{matrix} M \right) \cdot c^2 \quad (4.-1)$$

$$Q_{\beta^+} = \left( \begin{matrix} A \\ Z \end{matrix} M - \begin{matrix} A \\ Z-1 \end{matrix} M - 2 m_e \right) \cdot c^2 \quad (4.-2)$$

$$Q_{CE} = \left( \begin{matrix} A \\ Z \end{matrix} M - \begin{matrix} A \\ Z-1 \end{matrix} M \right) \cdot c^2 \quad (4.-3)$$

em que  $\begin{matrix} A \\ Z \end{matrix} M$ ,  $\begin{matrix} A \\ Z+1 \end{matrix} M$  e  $\begin{matrix} A \\ Z-1 \end{matrix} M$  representam as massas atômicas correspondentes aos números de massa e atômico  $(A, Z)$ ,  $(A, Z+1)$  e  $(A, Z-1)$ , respectivamente e  $m_e$  é a massa do electrão em repouso.

Exprimindo  $Q_{\beta^-}$  em função da energia cinética das partículas intervenientes vem:

$$Q_{\beta^-} = T_D + T_{e^-} + T_{\bar{\nu}} + E_D^* + \Delta E_{\ell} \quad (4.-4)$$

em que  $T_D$  e  $E_D^*$  representam, respectivamente as energias de recuo e de excitação do núcleo descendente;  $T_{e^-}$  e  $T_{\bar{\nu}}$  designam, respectivamente, a energia cinética do electrão e do antineutrino e  $\Delta E_{\ell}$  a diferença entre as energias de ligação dos electrões nos átomos progenitor e descendente. Os valores de  $\Delta E_{\ell}$  e  $T_D$  são suficientemente pequenos para que possam ser desprezados, em primeira aproximação, perante as outras quantidades. Por outro lado, no declínio beta para o estado fundamental do núcleo descendente,  $E_D^* = 0$ , e  $T_{e^-} + T_{\bar{\nu}} = E_{\text{máx}}$  em que  $E_{\text{máx}}$  é a energia máxima dos electrões presentes no feixe de partículas beta (cf. fig. 46). Conclui-se, então que:

$$Q_{\beta^-} \approx E_{\text{máx}}$$

se o declínio conduz ao estado fundamental do núcleo descendente; e

$$Q_{\beta^-} \approx E_{\text{máx}} + E_D^*$$

se o declínio deixa o núcleo descendente num estado excitado.

A energia disponível no declínio beta distribui-se entre o núcleo descendente, o electrão e o neutrino, em acordo com os princípios de conservação. Como se trata de um problema a três corpos, essa distribuição pode dar-se de um grande número de modos e, assim, cada uma das partículas envolvidas no processo apresenta um espectro contínuo de energia, desde zero até a um determinado valor máximo. O electrão terá uma energia máxima quando a energia do neutrino for nula; o seu momento linear é equilibrado pelo recuo do núcleo.

A energia total do electrão é:

$$E_{\beta} = T_{\beta} + m_0 c^2,$$

em que  $T_{\beta}$  é a energia cinética e  $m_0 c^2$  é a energia equivalente à massa em repouso do electrão.

Por outro lado,  $T_{\beta}$  está relacionado com o momento linear do electrão,

$p_\beta$ , é dado pela equação:

$$p_\beta \cdot c = \sqrt{T_\beta^2 + 2T_\beta \cdot m_0 c^2} \quad (4.-5)$$

No que respeita ao núcleo descendente, como a sua energia cinética é muito pequena em comparação com a energia equivalente à sua massa em repouso, a relação entre momento linear,  $p_D$ , e energia cinética  $T_D$  escreve-se:

$$p_D = \sqrt{2M_D T_D} \quad (4.-6)$$

em que  $M_D$  é a massa do núcleo descendente.

Pelo princípio da conservação do momento linear ter-se-á:

$$p_D = p_\beta$$

e, portanto, a partir de (4.-5) e (4.-6):

$$2M_D T_D = \frac{T_\beta^2}{c^2} + 2T_\beta m_0$$

de onde vem:

$$T_D = \frac{T_\beta^2}{2M_D c^2} + T_\beta \frac{m_0}{M_D} \quad (4.-7)$$

Afirmou-se atrás que, em primeira aproximação, a energia de recuo do núcleo descendente,  $T_D$ , no declínio beta, é desprezável. Com efeito, o denominador do primeiro termo de (4.-7) é o dobro da energia equivalente à massa em repouso do núcleo descendente, muito superior a  $T_\beta^2$ ; por outro lado  $M_D$  é igualmente muito superior a  $m_0$ , pelo que os dois termos de (4.-7) são ambos muito pequenos. Assim, mesmo nas condições mais desfavoráveis, isto é, com um núcleo de baixo valor de  $M_D$  e um elevado valor de  $T_\beta$  (caso do  ${}^6\text{He}$  em que  $T_\beta = 3,5$  MeV), obtem-se  $T_D = 1,4$  keV. Quere dizer: mesmo neste caso, apenas menos de uma parte em 2000 da energia é utilizada no recuo do núcleo descendente.



### 5. DOMÍNIOS DE VARIAÇÃO DO NÚMERO DE MASSA, DA ENERGIA E DO PERÍODO NO DECLÍNIO BETA

Ao contrário do que se passa com o declínio alfa que, como se viu, se produz apenas em núcleos com elevados números de massa, o declínio beta ocorre em todas as regiões deste número. Na realidade, existem centenas de núclidos que são emissores beta, que vão desde  $A=1$  (no neutrão) até  $A=256$ , em que existem vários isóbaros emissores beta, sendo um deles o  ${}^{256}_{99}\text{Es}$ .

O maior valor da energia de partículas beta emitidas por um núclido ocorre na transmutação do  ${}^{12}_7\text{N}$  em  ${}^{12}_6\text{C}$ , em que são emitidos electrões positivos com a energia máxima de 16,4 MeV. Existe um outro declínio  $\beta^+$  em que a energia de declínio ainda é superior — 18 MeV — que ocorre na transmutação de  ${}^8_5\text{B}$  em  ${}^8_4\text{Be}$ . Mas aqui a transição  $\beta^+$  conduz a um estado excitado deste último núclido, de modo que o valor máximo das partículas  $\beta^+$  emitidas é de 14 MeV.

No extremo oposto da escala das energias, encontram-se núclidos que emitem partículas beta com valores inferiores à dezena de quiloeléctron-volt. Assim, o valor máximo da energia das partículas emitidas pelo  ${}^{187}\text{Re}$  é de cerca de 2 keV. Verifica-se, portanto, que o domínio de variação da energia das partículas beta é muito mais largo do que o das partículas alfa, visto que estas variam apenas entre cerca de 2 MeV e 9,2 MeV.

No que respeita aos períodos de semidesintegração dos emissores beta, verifica-se que, tal como sucede com os emissores alfa, quanto mais elevada for a energia máxima da partícula emitida, menor é, em geral, o período do núclido emissor.

Por exemplo, os anteriormente citados  ${}^{12}\text{N}$  e  ${}^{187}\text{Re}$  têm os seguintes períodos:

$${}^{12}\text{N} \quad (T_{\beta\text{máx}} = 16,6 \text{ MeV}) : \quad T_{1/2} = 11 \times 10^{-3} \text{ s}$$

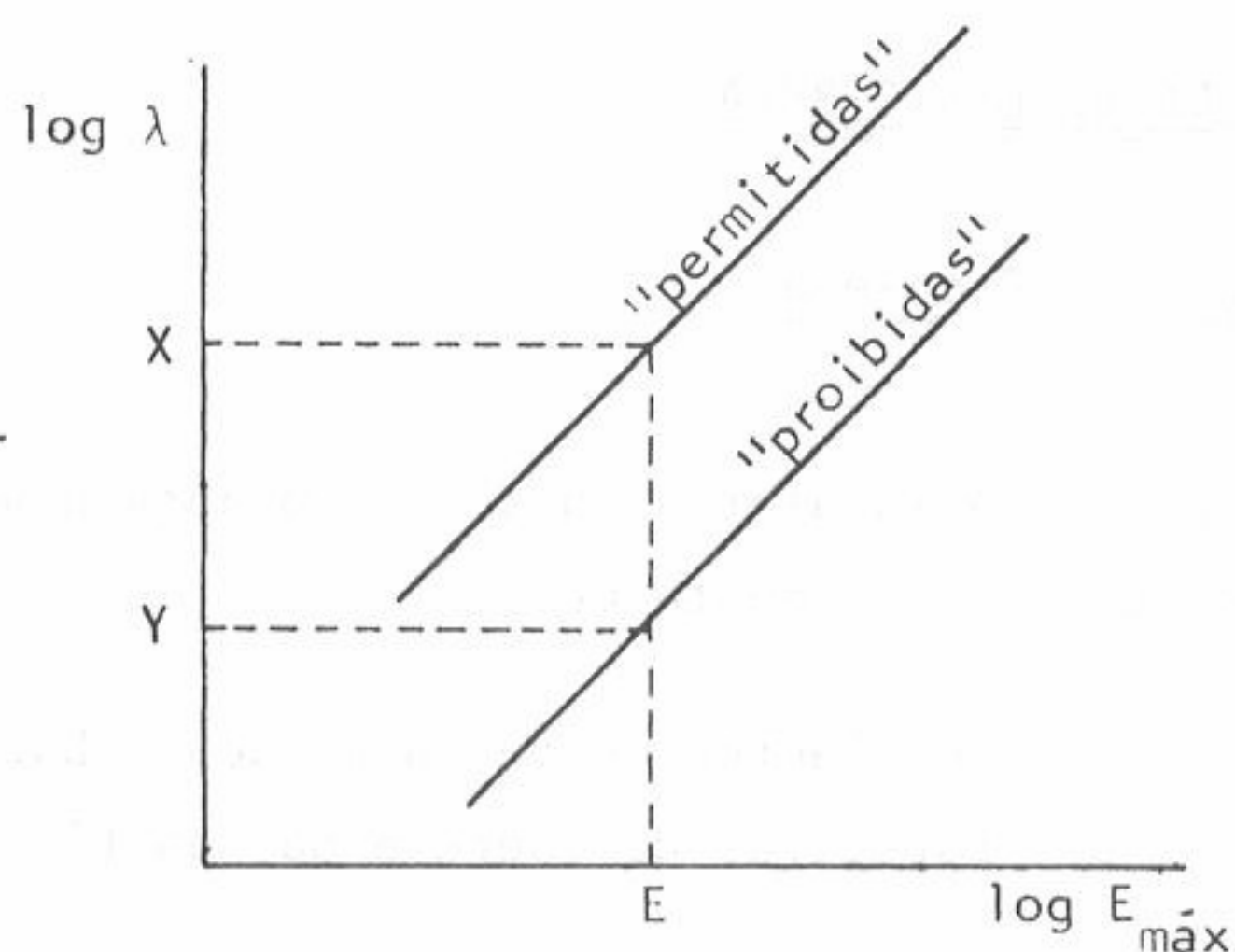
$${}^{187}\text{Re} \quad (T_{\beta\text{máx}} = 2 \text{ keV}) : \quad T_{1/2} = 4 \times 10^{10} \text{ ano}$$

Procurou-se obter uma relação empírica entre os períodos de semidesintegração dos emissores beta e as energias máximas das partículas por eles emitidas, para os radionúclidos naturais. Foi, assim, construído o chamado diagrama de Sargent que exprime a variação de  $\log \lambda$  em função de  $\log E_{\text{máx}}$ , (fig. 50)

Verificou-se, por meio deste diagrama que as transições beta em núclidos radioactivos naturais se agrupam em dois grandes tipos. As de mais curto período para um dado valor da energia máxima foram designadas por "transições permitidas", enquanto as de maior período pertencem à categoria das "transições proibidas".

Fig. 50 - Diagrama de Sargent.

Os núclidos X e Y emitem partículas com a mesma energia máxima mas X tem um período inferior ao de Y.



O diagrama de Sargent parecia estabelecer uma distinção clara entre os dois tipos de transições: para um dado valor de  $E_{\text{máx}}$  do espectro beta, os núclidos do grupo "proibido" têm um período cerca de 100 vezes superior aos do grupo "permitido". Em 1934, Gamow sugeriu, com base na teoria de Fermi do decaimento beta (que se estudará no parágrafo seguinte), que o momento angular fosse o responsável pela existência de dois grupos de transições beta. A sugestão de Gamow traduz-se na seguinte regra de selecção para o decaimento beta:

	Variação de momento angular:	Variação de paridade:
transições "permitidas"	$\Delta l = 0$	<u>não</u>
transições "proibidas"	$\Delta l = \pm 1$	<u>sim</u>



Contudo, com a descoberta da radioactividade artificial a situação complicou-se após se terem estudado as centenas de transições beta a que essa descoberta deu origem. Foi, assim, necessário classificar as transições proibidas em de 1ª espécie, 2ª espécie, etc., subdividindo ainda cada um destes grupos em dois sub-grupos, como se estudará mais adiante. Note-se, entretanto, desde já que, tal como já se observou no declínio alfa, também aqui, o momento angular orbital das partículas emitidas desempenham um papel muito importante na probabilidade de emissão.

## 6. TEORIA DO DECLÍNIO BETA

### 6.1 - Posição do Problema

Uma teoria satisfatória do declínio beta deverá dar conta dos seguintes factos observados experimentalmente:

- a) Constantes de desintegração observadas
- b) Espectros de energia das partículas emitidas.

Trataremos aqui da teoria de Fermi, aplicável às transições beta permitidas, que se definem como sendo as transições em que os dois leptões emitidos (electrões e neutrinos) têm um momento angular orbital nulo.

Para desenvolver a sua teoria, Fermi guiou-se pela analogia entre o processo de declínio em questão e a desexcitação de um estado nuclear por meio de emissão gama. Nesta, um núcleo passa de um estado excitado para um outro de menor energia criando um fotão; no declínio  $\beta^-$ , por exemplo, um neutrão é transformado em protão, sendo criados um electrão e um antineutrino. Estas partículas surgem em estados que representaremos pelas funções  $\psi_e$  e  $\psi_{\bar{\nu}}$ . Suporemos, em primeira aproximação que  $\psi_e$  e  $\psi_{\bar{\nu}}$  são ondas planas monocromáticas; sendo  $\vec{p}_e$  e  $\vec{p}_{\bar{\nu}}$  os momentos lineares do electrão e do antineutrino, respectivamente, ter-se-á, então:

$$\psi_e = N_e e^{(i/\hbar)(\vec{p}_e \cdot \vec{r})} \quad ; \quad \psi_{\bar{\nu}} = N_{\bar{\nu}} e^{(i/\hbar)(\vec{p}_{\bar{\nu}} \cdot \vec{r})}$$



em que  $N_e$  e  $N_{\nu}$  são os factores de normalização. Na realidade  $\psi_e$  deverá ser uma função mais complicada do que a que se acabou de escrever, visto ser afectada pela carga nuclear. Contudo, a onda plana constitui uma boa aproximação para energias do electrão suficientemente elevadas. Pelo contrário, para electrões de baixa energia, inferiores a cerca de 200 keV,  $\psi_e$  é fortemente perturbada próximo de núcleos de número atómico elevado. Consideraremos, mais adiante, este efeito de perturbação.

Vejamos, então, como a teoria de Fermi trata o problema da determinação da probabilidade de desintegração por unidade de tempo, isto é, a constante de desintegração  $\lambda$ . Como no declínio beta de um dado núclido o electrão é emitido com um valor qualquer do momento linear desde zero até um valor máximo,  $p_0$ , a constante de desintegração é dada por:

$$\lambda = \int_0^{p_0} P(p) dp \quad (6.-1)$$

em que  $P(p)dp$  é a probabilidade por unidade de tempo de ser emitida uma partícula beta com um valor de momento linear situado entre  $p$  e  $p+dp$ .

Utilizando a teoria das perturbações dependentes do tempo, pode-se obter a probabilidade de transição por unidade de tempo de um sistema quântico de um estado inicial  $i$  para um estado final  $k$ . Como se sabe do estudo da Mecânica Quântica, um problema pode geralmente ser resolvido, com suficiente aproximação, por meio da teoria das perturbações se se observarem as seguintes condições:

- a) o operador hamiltoniano é constituído por dois termos aditivos,  $H_0$  e  $H_1$ :

$$H = H_0 + H_1 \quad (6.-2)$$

- b) sendo:

$$H_0 \psi_n^{(0)} = E_n^{(0)} \psi_n^{(0)} \quad (6.-3)$$

a equação aos valores próprios do problema correspondente ao sistema não perturbado, as funções próprias,  $\psi_n^{(0)}$ , e os valores próprios,  $E_n^{(0)}$ , são conhecidos.

c) o hamiltoneano correspondente à perturbação,  $H_1$ , é tal que:

$$H_1 \ll H_0$$

A função de onda,  $\psi$ , do problema que se pretende resolver deverá satisfazer à equação de Schrödinger:

$$H\psi = i\hbar \frac{\partial \psi}{\partial t} \quad (6.-4)$$

Para o sistema não perturbado, de hamiltoneano  $H_0$ , esta equação escreve-se:

$$H_0 \psi^{(0)} = i\hbar \frac{\partial \psi^{(0)}}{\partial t}$$

em que  $\psi^{(0)}$  é a função de onda do sistema não perturbado. Admitindo que  $H_0$  é independente do tempo,  $\psi^{(0)}$  poderá ser escrito sob a forma:

$$\psi^{(0)} = \sum_n c_n \psi_n^{(0)} e^{-(i/\hbar) E_n^{(0)} t}$$

em que as funções  $\psi_n^{(0)}$  formam um conjunto completo de funções ortonormais. Nestas condições, a função de onda desconhecida do sistema perturbado,  $\psi(x, y, z, t)$ , poderá ser desenvolvida segundo o sistema de funções não perturbadas:

$$\psi(x, y, z, t) = \sum_m a_m(t) \psi_m^{(0)} e^{-(i/\hbar) E_m^{(0)} t} \quad (6.-5)$$

Resta agora introduzir a função (6.-5) na equação (6.-4). Aplicando o operador  $H$  à função  $\psi(x, y, z, t)$  ter-se-á, atendendo a (6.-2) e (6.-5):

$$\begin{aligned} H\psi &= [H_0 + H_1(t)] \sum_m a_m(t) \psi_m^{(0)} e^{-(i/\hbar) E_m^{(0)} t} \\ &= H_0 \sum_m a_m(t) \psi_m^{(0)} e^{-(i/\hbar) E_m^{(0)} t} + H_1(t) \sum_m a_m(t) \psi_m^{(0)} e^{-(i/\hbar) E_m^{(0)} t} \end{aligned}$$

Por sua vez, vem para  $i\hbar \frac{\partial \psi}{\partial t}$ :

$$i\hbar \frac{\partial \psi}{\partial t} = i\hbar \sum_m \dot{a}_m(t) \psi_m^{(0)} e^{-(i/\hbar) E_m^{(0)} t} + \sum_m E_m^{(0)} a_m(t) \psi_m^{(0)} e^{-(i/\hbar) E_m^{(0)} t}$$

A equação de Schrödinger (6.-4) fica então:

$$\begin{aligned} H_0 \sum_m a_m(t) \psi_m^{(0)} e^{-(i/\hbar) E_m^{(0)} t} + H_1(t) \sum_m a_m(t) \psi_m^{(0)} e^{-(i/\hbar) E_m^{(0)} t} = \\ = i\hbar \sum_m \dot{a}_m(t) \psi_m^{(0)} e^{-(i/\hbar) E_m^{(0)} t} + \sum_m E_m^{(0)} a_m(t) \psi_m^{(0)} e^{-(i/\hbar) E_m^{(0)} t} \end{aligned}$$

Mas, em virtude da equação aos valores próprios (6.-3), ter-se-á:

$$i\hbar \sum_m \dot{a}_m(t) \psi_m^{(0)} e^{-(i/\hbar) E_m^{(0)} t} = H_1(t) \sum_m a_m(t) \psi_m^{(0)} e^{-(i/\hbar) E_m^{(0)} t} \quad (6.-6)$$

Multiplicando ambos os membros da equação (6.-6) por  $\psi_k^{(0)*}$  e atendendo a que o sistema de funções  $\psi_n^{(0)}$  é ortonormal, vem por integração:

$$i\hbar \dot{a}_k(t) e^{-(i/\hbar) E_k^{(0)} t} = \sum_m a_m(t) e^{-(i/\hbar) E_m^{(0)} t} \int_{\tau} \psi_k^{(0)*} H_1(t) \psi_m^{(0)} d\tau \quad (6.-7)$$

## 6.2 - Transição entre um Estado Inicial e um Estado Final: "Primeira Regra de Ouro"

Como no decaimento beta existe uma infinidade de estados possíveis para as partículas emitidas, está fora do nosso alcance obter uma solução rigorosa para o sistema de equações representado pela expressão (6.-7). Fazemos então a hipótese que o sistema quântico em estudo se encontra, num instante inicial  $t'=0$ , num estado bem determinado,  $i$ . Isto significa que os coeficientes  $a_m$  são tais que  $a_i=1$  e  $a_{m \neq i}=0$ , para  $t'=0$ .

O sistema (6.-7) transforma-se então em:

$$i\hbar \dot{a}_k(t) e^{-(i/\hbar) E_k^{(0)} t} = e^{-(i/\hbar) E_i^{(0)} t} \int_{\tau} \psi_k^{(0)*} H_1(t) \psi_i^{(0)} d\tau \quad (6.-8)$$



Procuramos agora a probabilidade para que o sistema esteja num estado  $k$  num instante posterior,  $t$ . Por integração em ordem ao tempo da equação (6-8) vem:

$$\int_0^t \dot{a}_{i \rightarrow k}(t) dt' = \frac{1}{i\hbar} \int_0^t \frac{e^{-(i/\hbar)E_i^{(0)}t'}}{e^{-(i/\hbar)E_k^{(0)}t'}} \left( \int_{\tau} \psi_k^{(0)*} H_1(t') \psi_i^{(0)} d\tau \right) dt'$$

ou seja:

$$a_{i \rightarrow k}(t) = \frac{1}{i\hbar} \int_0^t e^{i \frac{E_k^{(0)} - E_i^{(0)}}{\hbar} t'} \left( \int_{\tau} \psi_k^{(0)*} H_1(t') \psi_i^{(0)} d\tau \right) dt'$$

Introduzindo a frequência  $\omega$  da transição, dada por

$$\omega = \frac{E_k^{(0)} - E_i^{(0)}}{\hbar},$$

obtem-se a chamada "primeira regra de ouro" que fornece a amplitude de uma transição entre um estado inicial,  $i$ , e um estado final,  $k$ :

$$a_{i \rightarrow k}(t) = \frac{1}{i\hbar} \int_0^t e^{i\omega t'} \left( \int_{\tau} \psi_k^{(0)*} H_1(t') \psi_i^{(0)} d\tau \right) dt' \quad (6.-9)$$

### 6.3 - Segunda "Regra de Ouro"

Designemos por  $H'_{if}$  o elemento de matriz contido na expressão da primeira regra de ouro, ou seja:

$$H'_{if} = \int_{\tau} \psi_f^{(0)*} H_1(t') \psi_i^{(0)} d\tau \quad (6.-10)$$

Admitamos que a perturbação  $H_1$  é constante no tempo (excepto, evidentemente, no instante em que é estabelecida). Nestas condições, a expressão da primeira regra de ouro (6.-9) escreve-se:

$$a_{i \rightarrow f}(t) = \frac{H'_{if}}{i\hbar} \int_0^t e^{i\omega t'} dt' = -\frac{H'_{if}}{\hbar\omega} (e^{i\omega t} - 1) \quad (6.-11)$$

Como

$$\operatorname{sen} \frac{\omega t}{2} = \frac{e^{i\omega t/2} - e^{-i\omega t/2}}{2i}, \quad \text{vem que:}$$

$$e^{i\omega t} - 1 = 2ie^{i\omega t/2} \cdot \operatorname{sen} \omega t/2 ;$$

Utilizando esta igualdade, a expressão (6.-11) escreve-se:

$$a_{i \rightarrow f}(t) = -\frac{iH'_{if}}{\hbar\omega} e^{i\omega t/2} \cdot (2 \operatorname{sen} \omega t/2)$$

ou ainda:

$$a_{i \rightarrow f}(t) = \frac{H'_{if}}{i\hbar} \cdot e^{i\omega t/2} \cdot \frac{2 \operatorname{sen} \omega t/2}{\omega} \quad (6.-12)$$

A probabilidade total de transição por unidade de tempo, para um conjunto discreto de estados finais, será então dada por:

$$\lambda = \frac{1}{t} \sum_f |a_{i \rightarrow f}(t)|^2 \quad (6.-13)$$

Como no decaimento beta, os estados finais constituem um domínio contínuo de energia, o somatório da expressão (6.-13) converte-se num integral, de onde vem:

$$\lambda = \frac{1}{t} \int_{-\infty}^{+\infty} |a_{i \rightarrow f}(t)|^2 dN$$

em que  $dN$  é a diferencial dos estados finais. Introduzindo a densidade dos estados finais, ou seja, o número de estados finais por unidade de energia,  $\rho(E_f)$ , dada por

$$\rho(E_f) = \frac{dN}{dE}$$

vem:

$$\lambda = \frac{1}{t} \int_{-\infty}^{+\infty} |a_{i \rightarrow f}(t)|^2 \rho(E_f) dE \quad (6.-14)$$

Como  $a_{i \rightarrow f}(t)$  é dado por (6.-12), vem:

$$|a_{i \rightarrow f}|^2 = \frac{|H'_{if}|^2}{\hbar^2} \cdot \frac{4 \operatorname{sen}^2 \omega t / 2}{\omega^2}$$

Por outro lado, como  $E = \hbar \omega$ , vem  $dE = \hbar d\omega$  e a expressão (6.-14) escreve-se:

$$\lambda = \frac{1}{t} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{4}{\hbar^2} \cdot |H'_{if}|^2 \cdot \frac{\operatorname{sen}^2 \omega t / 2}{\omega^2} \cdot \frac{dN}{dE} \hbar d\omega$$

ou seja:

$$\lambda = \frac{4}{\hbar t} |H'_{if}|^2 \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\operatorname{sen}^2 \omega t / 2}{\omega^2} \cdot \frac{dN}{dE} d\omega \quad (6.-15)$$

Para se avaliar este integral comecemos por estudar o comportamento da função

$$f(\omega) = \frac{\operatorname{sen}^2 \omega t / 2}{\omega^2}$$

Como se observa na figura 51, verifica-se que a contribuição mais significativa provem apenas da região em que  $\omega$  se encontra entre os limites  $(\frac{2\pi}{t}, -\frac{2\pi}{t})$ :

$$-\frac{2\pi}{t} < \omega < \frac{2\pi}{t}.$$

As variações significativas de  $\omega$  são, assim, pequenas e, portanto, atendendo à relação de Plank,  $\Delta\omega \cdot \hbar = \Delta E$ , os intervalos de energia são extremamente reduzidos. Nestas condições, pode-se admitir, com boa aproximação, que  $dN/dE$  é uma constante, podendo-se substituir a expressão (6.-15) por:

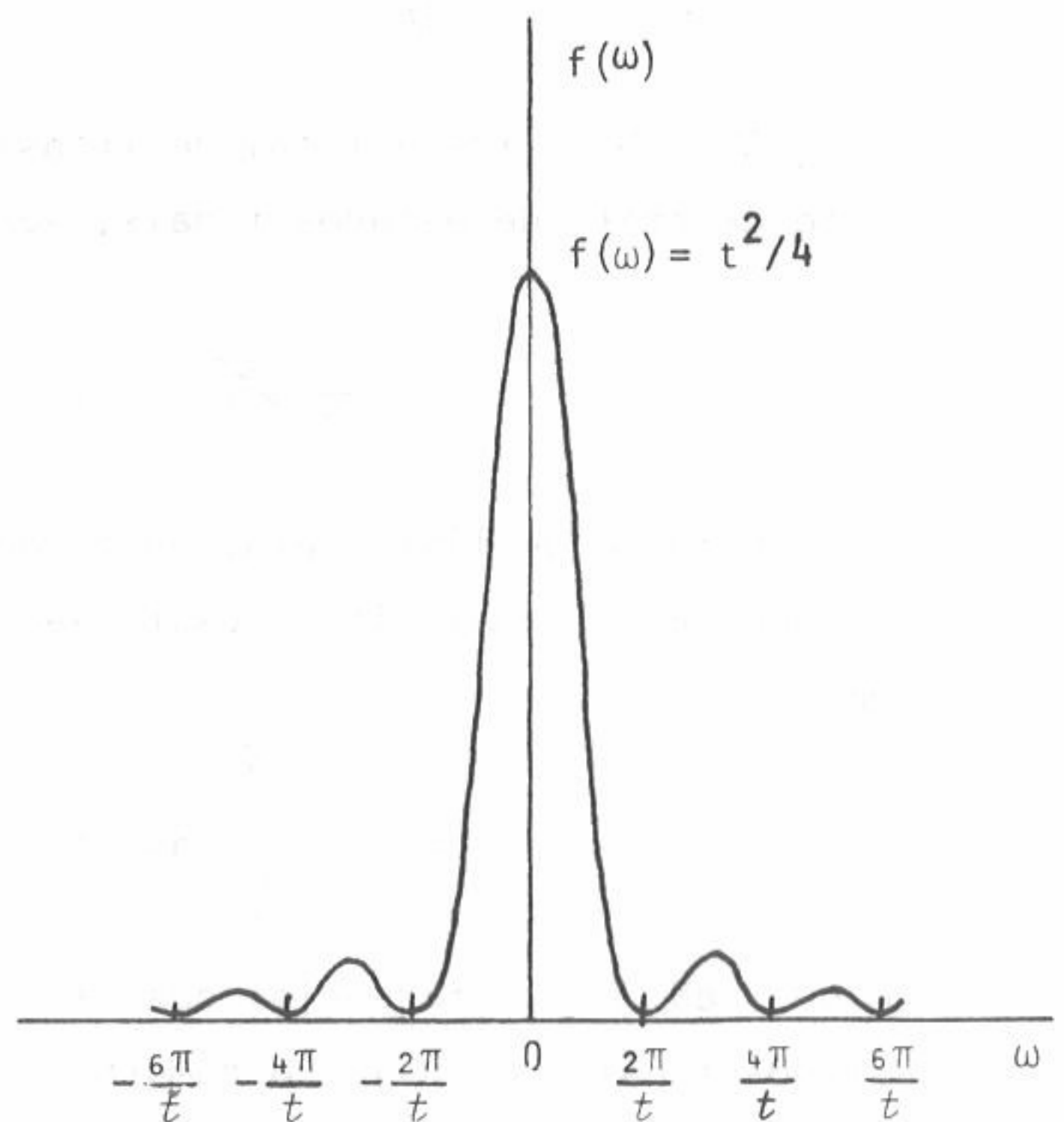


Fig. 51 - Representação gráfica da função

$$f(\omega) = \frac{\operatorname{sen}^2 \omega t / 2}{\omega^2}$$



$$\lambda = \frac{4}{\hbar t} |H'_{if}|^2 \frac{dN}{dE} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\sin^2 \omega t/2}{\omega^2} d\omega \quad (6.-16)$$

O integral contido na expressão (6.-16) calcula-se imediatamente fazendo a mudança de variável  $x = \omega t/2$ , de onde vem:

$$\lambda = \frac{2\pi}{\hbar} |H'_{if}|^2 \frac{dN}{dE} \quad (6.-17)$$

A expressão (6.-17) conhecida por "segunda regra de ouro", constitui o ponto de partida para o cálculo quântico da probabilidade de transição no decaimento beta.

#### 6.4 - Elemento de Matriz de Interacção

A situação física a que se aplica a expressão que permite calcular a probabilidade de transição por unidade de tempo, no caso do decaimento beta é, então, a seguinte:

O núcleo inicial, num dado estado quântico, pode dar origem ao núcleo descendente, num certo estado, mais dois leptões, devido à acção de um potencial perturbador. Os dois leptões podem ser emitidos em qualquer direcção e partilham a energia disponível num grande número de modos diferentes. Por este facto, existem muitos estados quânticos diferentes para o sistema total após o decaimento, visto que o estado do núcleo descendente pode ser combinado com um grande número de estados dos dois leptões.

Comecemos, então, por considerar o elemento de matriz

$$H'_{if} = \int \psi_f^* H_1 \psi_i d\tau$$

em que  $\psi_f$  é a função de onda do estado final completo,  $\psi_i$  é a função de onda do sistema inicial e  $H_1$  é o operador de energia que descreve o acoplamento (fraco) entre os dois estados.

Como se desconhece a forma do operador de interacção  $H_1$ , é necessário que se formulem hipóteses sobre o seu comportamento para que se possa prosseguir na teoria. A confrontação desta com os resultados experimentais permitirá avaliar a validade das hipóteses feitas. Fermi começou por

sugerir que se ensaiasse a forma mais simples para aquele operador, isto é, uma constante multiplicativa, que designou por  $g$ .

Por outro lado, escrevamos a função de onda para o estado final, no sistema total, sob a forma de um produto de três funções: a função de onda normalizada para o núcleo descendente ( $\psi_{fN}$ ), a função de onda para o electrão (ou positão) ( $\psi_e$ ) e a função de onda para o antineutrino (ou neutrino) ( $\psi_\nu$ ). Vem então para o elemento de matriz  $H'_{if}$ :

$$H'_{if} = g \int \psi_{fN}^* \cdot \psi_e^* \cdot \psi_\nu^* \cdot \psi_{iN} d\tau \quad (6.-18)$$

em que  $\psi_{iN}$  é a função de onda normalizada para o núcleo inicial.

Para que a equação (6.-18) seja válida, é necessário que os diferentes estados para ambos os leptões se encontrem também normalizados, o que se consegue introduzindo um volume arbitrário  $\Omega$ , no qual o sistema está contido (fig. 52).

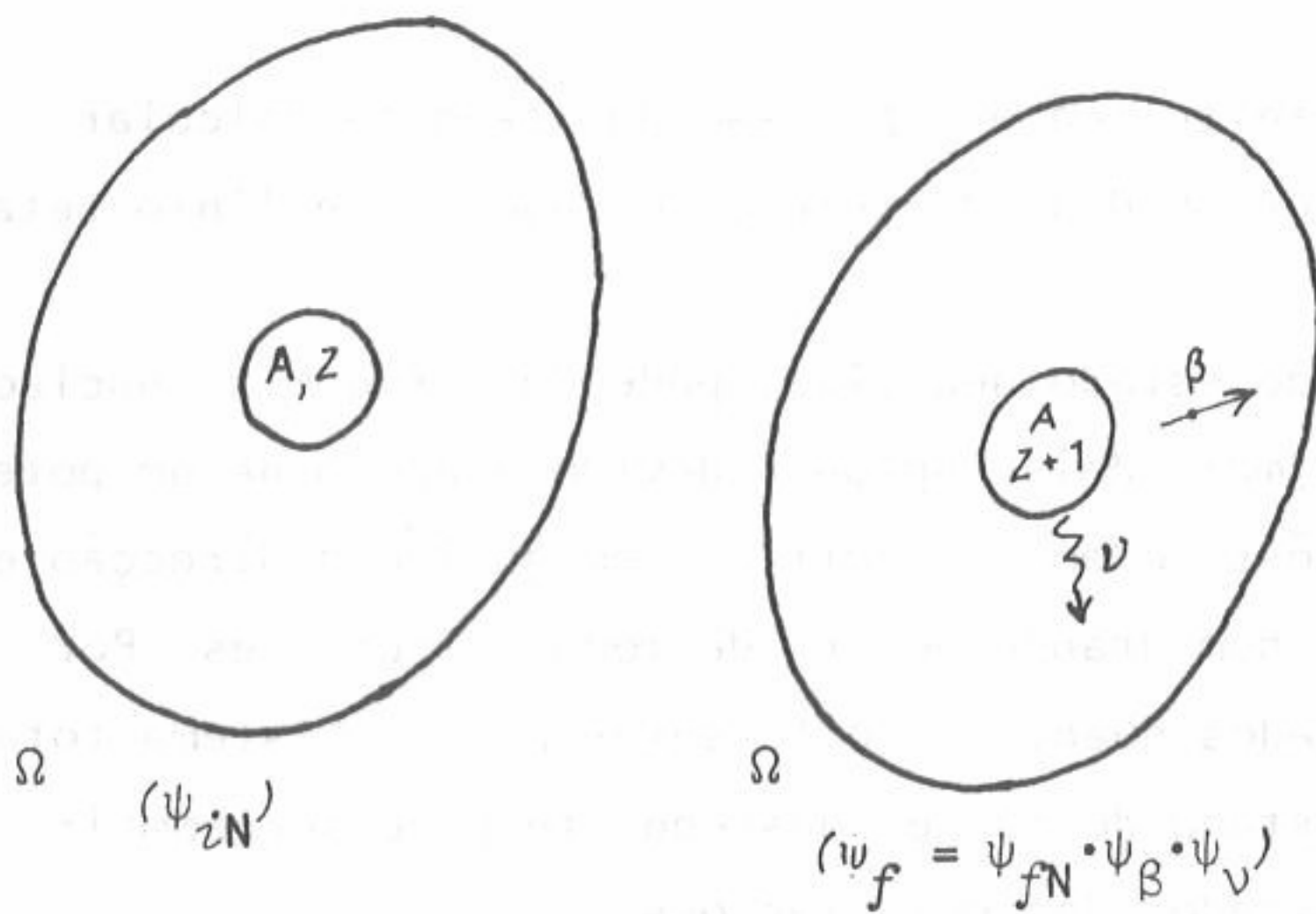


Fig. 52 - Estados inicial e final no decaimento beta.

Por outro lado, os comprimentos de onda associados ao movimento dos leptões são substancialmente superiores às dimensões do núcleo. Isso conclui-se imediatamente a partir da equação de de Broglie,  $\lambda = h/p$ ; na realidade, para os valores usuais do momento linear,  $p$ , dos leptões emitidos pelos núcleos,  $\lambda$  é da ordem de grandeza de  $10^{-13}$  m. Como o diâmetro nuclear tem uma ordem de grandeza de  $10^{-14}$  m, pode-se, pelo menos em primeira aproximação, substituir as funções de onda dos leptões, na equação (6.-18), pelos seus valores constantes no centro do núcleo.

Não considerando a distorção causada pela carga nuclear na função de onda do electrão (ou do positão), pode-se admitir que as funções de onda dos



leptões são as de uma partícula livre que se distribuem por todo o volume  $\Omega$ . Essas funções — normalizadas — são, então:

$$\psi_e = \frac{1}{\sqrt{\Omega}} e^{(i/\hbar)(\vec{p}_e \cdot \vec{r})} \quad (6.-19)$$

$$\psi_\nu = \frac{1}{\sqrt{\Omega}} e^{(i/\hbar)(\vec{p}_\nu \cdot \vec{r})} \quad (6.-20)$$

e ter-se-ã:

$$|\psi_e| = |\psi_\nu| = \Omega^{-1/2} \quad (6.-21)$$

que é também o valor de  $\psi_e$  e  $\psi_\nu$  no centro do núcleo ( $r=0$ ).

A distorção causada na função de onda dos electrões pela carga nuclear é considerada multiplicando  $|\psi_e|^2$  por um factor de Coulomb designado por função de Fermi, dependente do número atômico,  $Z$ , do núcleo descendente e da energia do electrão; esta função, representada por  $F(Z, E_e)$ , exercerã uma influência tanto maior sobre a função de onda electrônica quanto menor for a energia da partícula beta e mais elevado for o número atômico.

O quadrado do elemento de matriz de interacção,  $|H'_{if}|^2$ , é então dado — atendendo a (6.-18) e (6.-21) e introduzindo a função de Fermi — por:

$$|H'_{if}|^2 = \left| g \int_{\Omega} \psi_{fN}^* \psi_e^* \psi_\nu^* \psi_{iN} d\tau \right|^2 = \frac{g^2}{\Omega^2} |M_{if}|^2 \cdot F(Z, E_e) \quad (6.-22)$$

em que  $M_{if}$  é o integral em que sã intervêm as funções dos estados inicial e final do núcleo:

$$M_{if} = \int_{\text{núcleo}} \psi_{fN}^* \psi_{iN} d\tau \quad (6.-23)$$

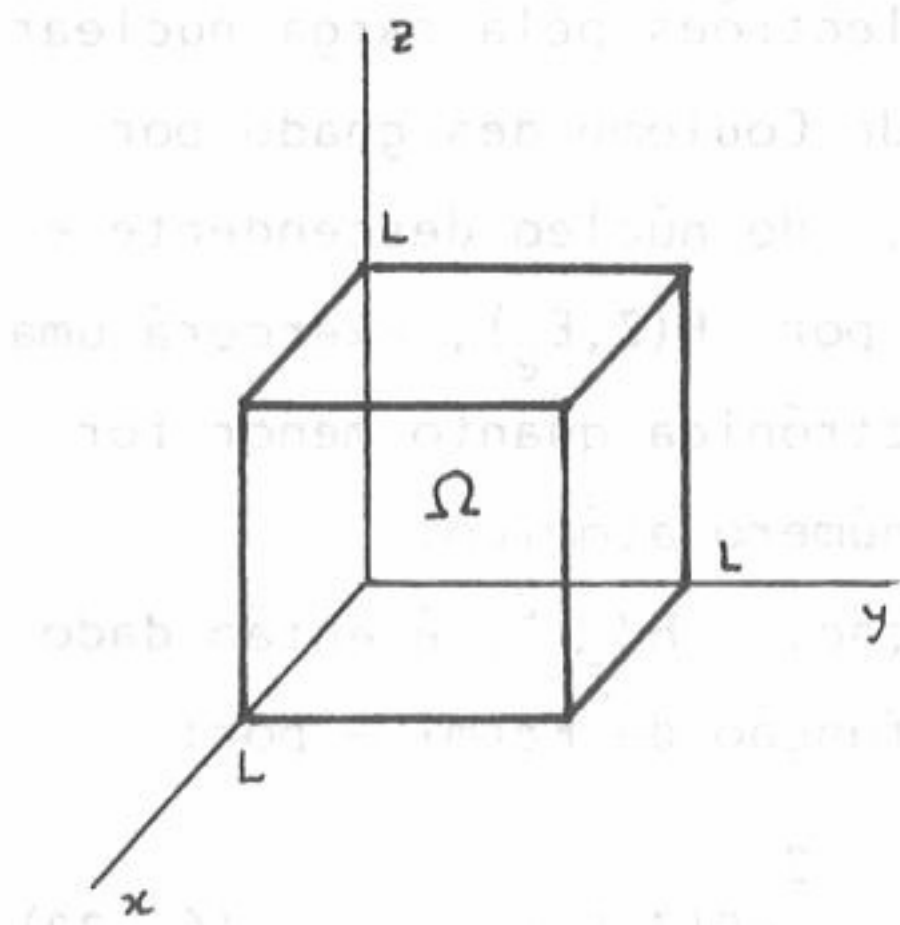


6.5 - Cálculo da Densidade dos Estados Finais

Para se poder avaliar a probabilidade de desintegração por unidade de tempo (constante de decaimento  $\lambda$ ) associada à transição de um sistema de um estado inicial,  $i$ , para um estado final,  $f$ , é necessário determinar  $dN/dE$  (cf. equação 6.-17), isto é, a densidade dos estados finais, ou seja o número de estados quânticos do sistema final por intervalo unitário de energia total,  $E$ .

Como o volume  $\Omega$ , em que o sistema se supõe encerrado, é arbitrário, pode-se igualá-lo a uma caixa cúbica, de lado  $L$ , com um vértice no referencial triortogonal (fig. 53); esta disposição facilita os cálculos a efectuar.

Procuremos, então, o número de estados que cada leptão pode ocupar num dado intervalo de momento linear. Considerando as paredes da caixa cúbica impenetráveis, poder-se-ão utilizar ondas estacionárias, sendo então o conjunto de funções próprias de uma partícula na caixa dado por:



$$\psi = A \cdot \sin k_x x \cdot \sin k_y y \cdot \sin k_z z \quad (6.-24)$$

em que os valores possíveis de  $k_x$ ,  $k_y$  e  $k_z$  são restringidos pelas condições aos limites ( $\sin k_x L = 0$ , etc.), tendo-se então:

Fig. 53 - volume  $\Omega$ 

$$k_x L = n_x \pi \quad ; \quad k_y L = n_y \pi \quad ; \quad k_z L = n_z \pi \quad (6.-25)$$

em que  $n_x$ ,  $n_y$  e  $n_z$  são números inteiros.

O vector de onda,  $\vec{k}$ , tem por componentes  $k_x$ ,  $k_y$  e  $k_z$  e está relacionado com o momento linear pela expressão  $\vec{p} = \hbar \vec{k}$ . O quadrado do momento linear da partícula é então:

$$p^2 = \hbar^2 (k_x^2 + k_y^2 + k_z^2) = \frac{\pi^2 \hbar^2}{L^2} (n_x^2 + n_y^2 + n_z^2) \quad (6.-26)$$

Cada conjunto de valores inteiros  $n_x$ ,  $n_y$ ,  $n_z$  dá, então, origem a um estado para a partícula, com um valor do quadrado do momento linear igual a  $p^2$ .

Os estados possíveis para cada partícula podem, assim, ser contados determinando o número de conjuntos diferentes de  $n_x, n_y, n_z$  que dão origem a um dado valor do momento linear inferior a um certo valor  $p$ .

Para responder à questão, utilize-se um sistema triortogonal ( $n_x, n_y, n_z$ ) e construam-se volumes unitários no espaço correspondente a partir dos valores de  $n_x, n_y$  e  $n_z$ , que são necessariamente inteiros (fig. 54). Tal como foram construídos, os volumes unitários (cubos) definem oito pontos (vértices); como cada um destes é comum a oito cubos, a cada volume unitário corresponde um ponto, de coordenadas  $n_x, n_y, n_z$ , que define um estado da partícula. O número destes é assim igual ao de volumes unitários. Os números positivos  $n_x, n_y, n_z$  constituem as componentes de um vector  $\vec{n}$ , sendo o módulo deste limitado quando existir um limite para o momento linear,  $p$ .

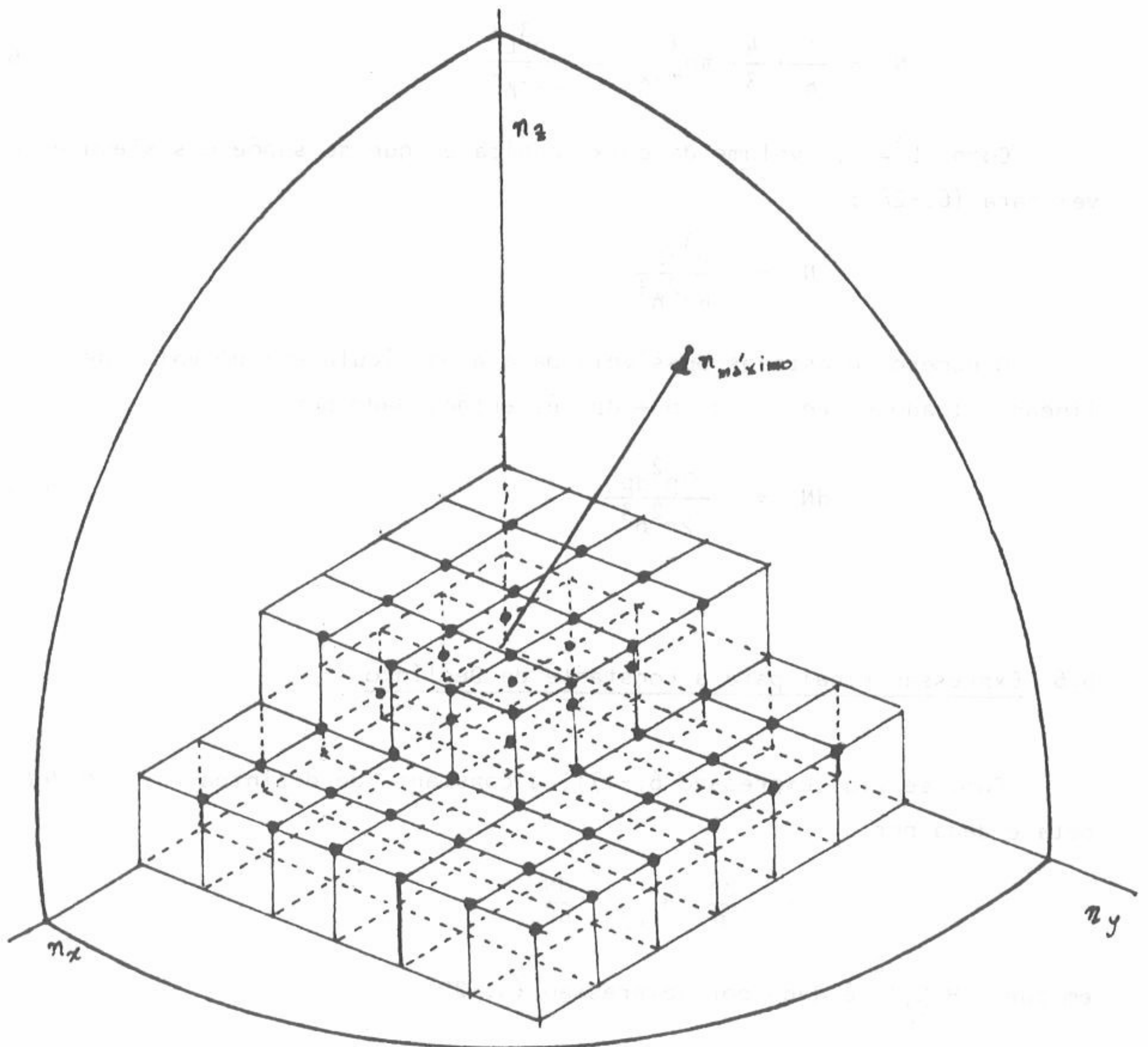


Fig. 54 - Determinação do número de estados do leptão com um momento linear inferior a um dado valor  $p$ .



Para cada valor de  $p$ , o valor máximo do módulo do vector  $\vec{n}$  é, em acordo com a expressão (6.-26), dado por:

$$n_{\text{máx}} = \sqrt{n_x^2 + n_y^2 + n_z^2} = \sqrt{\frac{p^2 L^2}{\pi^2 \hbar^2}} = \frac{pL}{\pi \hbar} \quad (6.-27)$$

O número de estados possíveis para a partícula com um momento linear inferior a  $p$  é igual ao número de pontos do espaço anteriormente considerado, em que as coordenadas definem um vector, a partir da origem, cujo módulo é inferior ao valor de  $n_{\text{máx}}$  definido por (6.-27). Como esse número é igual ao de volumes unitários, conclui-se que o número de estados possíveis é dado pelo volume do octante da esfera que tem por raio  $n_{\text{máx}}$ , ou seja:

$$N = \frac{1}{8} \cdot \frac{4}{3} \pi n_{\text{máx}}^3 = \frac{p^3 L^3}{6\pi^2 \hbar^3} \quad (6.-28)$$

Como  $L^3 = \Omega$ , volume da caixa cúbica em que se supõe o sistema encerrado, vem para (6.-28):

$$N = \frac{p^3 \Omega}{6\pi^2 \hbar^3}$$

O número de estados possíveis para a partícula com um valor de momento linear situado entre  $p$  e  $p + dp$  é, então, dado por:

$$dN = \frac{\Omega p^2 dp}{2\pi^2 \hbar^3} \quad (6.-29)$$

## 6.6 Expressão Final para a Constante de Declínio

Como se viu (expressão 6.-17), a constante de desintegração no declínio beta é dada por:

$$\lambda = \frac{2\pi}{\hbar} |H'_{if}|^2 \frac{dN}{dE}$$

em que  $|H'_{if}|^2$  é dado por (expressão 6.-22):



$$|H'_{if}|^2 = \frac{g^2}{\Omega^2} |M_{if}|^2 F(Z, E_e)$$

e  $dN/dE$  é a densidade de estados finais em que é necessário considerar os estados possíveis de ambos os leptões envolvidos no processo, o electrão e o neutrino.

Como primeiro passo para a determinação de  $dN/dE$ , suponhamos que dispomos de um meio de determinar o estado em que o electrão é emitido e designemos esse estado por  $k$ . Nestas condições, a probabilidade de decaimento por unidade de tempo será dada pela expressão (6.-17) em que  $dN/dE$  representa a densidade de estados finais do neutrino, visto que o estado do electrão é, por hipótese, fixo e, portanto, apenas os estados do neutrino variam. A probabilidade do decaimento por unidade de tempo na hipótese de se conhecer o estado em que o electrão é emitido é, então:

$$\lambda_k = \frac{2\pi}{\hbar} \cdot \frac{g^2}{\Omega^2} |M_{if}|^2 F(Z, E_e) \frac{dN_\nu}{dE} \quad (6.-30)$$

A energia  $E$  é igual à soma das energias do electrão e do neutrino,  $E = E_e + E_\nu$ ; mas como se supõe  $E_e$  fixo, ter-se-á  $dE = dE_\nu$ .

A partir da relação relativista entre energia total de uma partícula e momento linear,

$$\frac{E_\nu^2}{c^2} = p_\nu^2 + m_\nu^2 c^2 \quad (6.-31)$$

obtem-se por diferenciação:

$$2p_\nu dp_\nu = \frac{2}{c^2} E_\nu dE_\nu$$

ou seja:

$$dp_\nu = \frac{E_\nu}{p_\nu c^2} dE_\nu = \frac{E_\nu}{p_\nu c^2} dE \quad (6.-32)$$

Na expressão de  $\lambda_k$  dada por (6.-30) figura  $dN_\nu/dE$ , que pode agora ser calculado utilizando (6.-29) e (6.-32):

$$dN_\nu = \frac{\Omega p_\nu^2 dp_\nu}{2\pi^2 \hbar^3} = \frac{\Omega p_\nu^2 (E_\nu / p_\nu c^2) dE}{2\pi^2 \hbar^3}$$

de onde vem:

$$\frac{dN_{\nu}}{dE} = \frac{\Omega}{2\pi^2 \hbar^3 c^2} p_{\nu} E_{\nu} \quad (6.-33)$$

É conveniente exprimir as determinações em termos dos observáveis para o electrão, o que conduz a substituir  $p_{\nu}$  e  $E_{\nu}$  pelos seus valores em função de  $E_e$ , a energia do electrão. A partir de (6.-31) vem:

$$p_{\nu} c = (E_{\nu}^2 - m_{\nu}^2 c^4)^{1/2} = [(E - E_e)^2 - m_{\nu}^2 c^4]^{1/2}$$

vindo então para  $dN_{\nu}/dE$ :

$$\frac{dN_{\nu}}{dE} = \frac{\Omega}{2\pi^2 \hbar^3 c^3} [(E - E_e)^2 - m_{\nu}^2 c^4]^{1/2} (E - E_e) \quad (6.-34)$$

A probabilidade por unidade de tempo para o declínio, deixando o electrão num determinado estado,  $k$ , obtem-se introduzindo (6.-34) em (6.-30):

$$\lambda_k = \frac{2\pi}{\hbar} \cdot \frac{g^2}{\Omega^2} |M_{if}|^2 F(Z, E_e) \frac{\Omega}{2\pi^2 \hbar^3 c^3} [(E - E_e)^2 - m_{\nu}^2 c^4]^{1/2} (E - E_e)$$

ou seja:

$$\lambda_k = \frac{g^2 |M_{if}|^2}{\pi \Omega \hbar^4 c^3} F(Z, E_e) \cdot (E - E_e) \cdot [(E - E_e)^2 - m_{\nu}^2 c^4]^{1/2} \quad (6.-35)$$

A probabilidade por unidade de tempo para o declínio deixando o electrão num estado cujo momento linear se situa entre  $p_e$  e  $p_e + dp_e$  é, então, dado por  $\lambda_k$  multiplicado pelo número de estados do electrão nesse intervalo, o qual é obtido a partir de (6.-29):

$$P(p_e) dp_e = \lambda_k dN_e = \frac{g^2 |M_{if}|^2}{\pi \Omega \hbar^4 c^3} \cdot F(Z, E_e) \cdot (E - E_e) \cdot [(E - E_e)^2 - m_{\nu}^2 c^4]^{1/2} \frac{\Omega p_e^2 dp_e}{2\pi^2 \hbar^3}$$

$$\text{ou seja: } P(p_e) dp_e = \frac{g^2 |M_{if}|^2}{2\pi^3 \hbar^7 c^3} \cdot p_e^2 \cdot F(Z, E_e) \cdot (E - E_e) \cdot [(E - E_e)^2 - m_{\nu}^2 c^4]^{1/2} dp_e \quad (6.-36)$$

A probabilidade total de decaimento é, como anteriormente se viu, dada por:

$$\lambda = \int_0^{p_0} P(p_e) dp_e \quad (6.-37)$$

em que  $p_0$  é o valor máximo do momento linear do electrão emitido.

A expressão (6.-36) constitui a previsão teórica de Fermi para o espectro de electrões observado numa transição beta permitida.

Nela manteve-se a massa em repouso do neutrino,  $m_\nu$ , para possibilitar a comparação com os resultados experimentais. Desta comparação conclui-se que  $m_\nu$  ou é nula ou muito próxima de zero; outras evidências experimentais mostraram, aliás, que a massa em repouso do neutrino é realmente nula. Com  $m_\nu = 0$ , a expressão (6.-36) transforma-se em:

$$P(p_e) dp_e = \frac{g^2 |M_{if}|^2}{2\pi^3 \hbar^7 c^3} \cdot p_e^2 \cdot (E - E_e)^2 \cdot F(Z, E_e) dp_e \quad (6.-38)$$

Introduzindo quantidades reduzidas, isto é, energias divididas por  $m_0 c^2$  (energia correspondente à massa em repouso do electrão) e momentos lineares divididos por  $m_0 c$ , vem:

$$\epsilon = \frac{E}{m_0 c^2} \quad ; \quad \eta = \frac{p}{m_0 c}$$

Utilizando estas quantidades reduzidas em (6.-38), vem:

$$P(\eta) d\eta = \frac{g^2 |M_{if}|^2}{2\pi^3 \hbar^7 c^3} \cdot m_0 c^2 \eta^2 (m_0 c^2 \epsilon_0 - m_0 c^2 \epsilon)^2 \cdot F(Z, \epsilon) \cdot m_0 c d\eta$$

ou seja :

$$P(\eta) d\eta = \frac{g^2 m_0^5 c^4}{2\pi^3 \hbar^7} \cdot |M_{if}|^2 \cdot (\epsilon_0 - \epsilon)^2 \cdot F(Z, \epsilon) \cdot \eta^2 d\eta \quad (6.-39)$$

Fazendo  $G^2 = \frac{g^2 m_0^5 c^4}{\hbar^7}$ , vem :

$$P(\eta) d\eta = \frac{G^2}{2\pi^3} \cdot |M_{if}|^2 \cdot F(Z, \epsilon) (\epsilon_0 - \epsilon)^2 \eta^2 d\eta \quad (6.-40)$$



## FÍSICA NUCLEAR

A forma do espectro beta é determinada principalmente pelos factores  $p^2$  e  $(E_0 - E)^2$  ou  $\eta^2$  e  $(\epsilon_0 - \epsilon)^2$ . Para  $E_e = E$  (ou  $\epsilon = \epsilon_0$ ),  $P(p)dp$  tende para zero: é o ponto extremo do espectro beta, a que corresponde a energia máxima dos electrões emitidos, conhecido vulgarmente pela designação inglesa de 'end point' do espectro. O modo mais rigoroso de o obter experimentalmente é por meio dos diagramas de Fermi-Kurie.

7.- Diagrama de Fermi-Kurie

Quando se realiza um espectro beta, a quantidade que está sendo medida é  $P(p_e)dp_e$ . Pela expressão (6.39) verifica-se então a que a quantidade

$$\left[ \frac{P(p_e)}{p_e^2 \cdot F(Z, E_e)} \right]^{1/2} \quad \text{é uma função linear de } (E - E_e)$$

Esta expressão pode ser utilizada na comparação entre as previsões teóricas e os espectros obtidos experimentalmente, podendo-se em particular:

- avaliar a correcção da teoria de Fermi do declínio de beta.
- obter informação acerca do carácter 'permitido' ou 'proibido' de um decaimento beta.

A teoria de Fermi permite, assim, escrever a seguinte expressão, válida para transições beta permitidas:

$$\frac{1}{p_e} \cdot \left[ \frac{P(p_e)}{F(Z, E_e)} \right]^{1/2} = K' \cdot (E - E_e) \quad (7.-1)$$

em que  $K'$  é uma constante.

Em lugar da utilização da expressão (7.-1) emprega-se habitualmente outra em que a energia e o momento linear surgem sob a forma de quantidades reduzidas e a função  $F(Z, E_e)$  é substituída por outra  $G(Z, \eta)$ , designada por função Fermi modificada.

Utilizando a função de Fermi modificada, a equação (7.-1) é substituída por

$$\frac{1}{\epsilon} \cdot \left[ \frac{N(\epsilon)}{G(Z, \eta)} \right]^{1/2} = K \cdot (\epsilon_0 - \epsilon) \quad (7.-2)$$

em que  $N(\epsilon)$  é a taxa de contagem das partículas beta por cada intervalo de energia

isto é, por cada canal do espectro obtido;  $\epsilon$  é, como anteriormente, a energia total do electrão dividida pela energia equivalente à massa em repouso do electrão  $m_0 c^2$ . Assim, sendo  $E_e$  a energia total do electrão, ela é dada por

$$E_e = T_e + m_0 c^2$$

em que  $T_e$  é a energia cinética; nestas condições o valor de  $\epsilon$  e  $\epsilon_0$  serão:

$$\epsilon = \frac{E_e}{m_0 c^2} = \frac{T_e}{m_0 c^2} + 1$$

$$\epsilon_0 = \frac{E}{m_0 c^2} = \frac{(T_e)_{\text{máx}}}{m_0 c^2} + 1$$

Com  $(T_e)_{\text{máx}}$ , energia cinética máxima do espectro beta.

Por outro lado, o valor de  $\eta$ , de que depende a função  $G(Z, \eta)$  pode ser expresso em função de  $\epsilon$ . Com efeito, a partir da relação relativista entre energia total e momento linear de uma partícula,

$$\frac{E^2}{c^2} = p^2 + m_0^2 c^2$$

e lembrando que  $\eta = p / m_0 c$ , vem:

$$\epsilon^2 \cdot (m_0 c)^2 = \eta^2 (m_0 c)^2 c^2 + m_0^2 c^4$$

ou seja:

$$\epsilon^2 = \eta^2 + 1$$

$$\text{de onde vem: } \eta = (\epsilon^2 - 1)^{1/2} \quad (7.-3)$$

Existem tabelas da função de fermi modificada<sup>(\*)</sup> para cada valor do número atômico  $Z$  do núcleo descendente e do momento linear do eletrão,  $\eta$

O primeiro membro da equação (7.-2) pode assim ser calculado, devendo obter-se uma função linear da energia, se a transição beta em estudo for 'permitida'.

A figura 55 representa um diagrama de Fermi -Kurie obtido no declínio



(\*) Por exemplo em Siegbahn (1955), reproduzidas neste texto, em apêndice

numerosos exemplos de transição beta exibem idêntico comportamento, o que mostra que a teoria de Fermi é essencialmente correcta no quadro em que foi construída (transições 'permitidas').

Assim para os declínios beta 'permitidos', o diagrama de Fermi-Kurie dá origem a uma recta que intercepta o eixo das energias no ponto  $E_e = E$  ( $E = E_0$ ), correspondente à energia máxima dos electrões emitidos no declínio, o que permite a determinação desta com precisão.

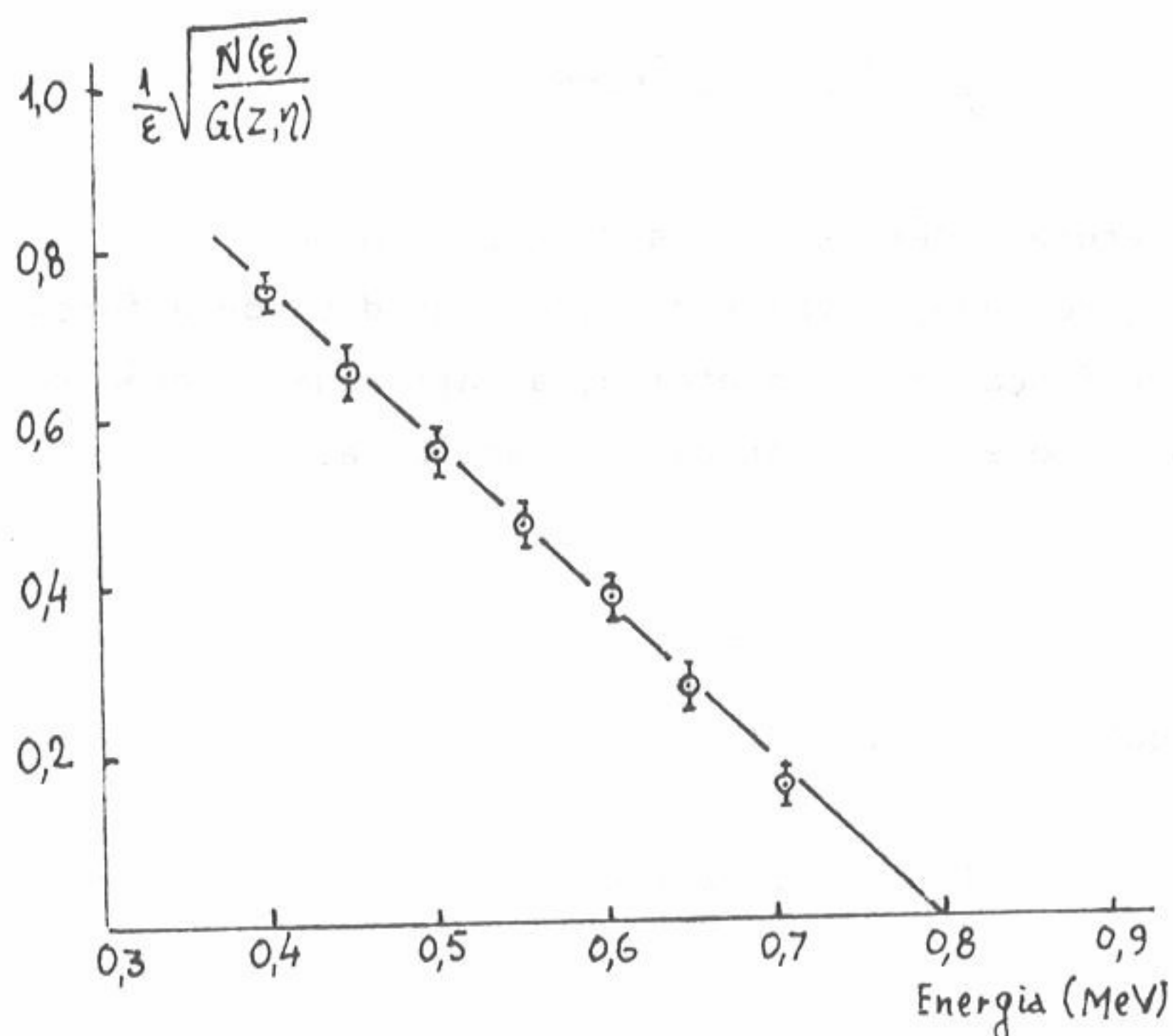


Fig.55- Diagrama de Fermi- Kurie para o declínio  $\beta$  do  $^{204}_{81}\text{Tl}$

### 8.-Períodos comparados

No § 6.6 obteve-se a probabilidade por unidade de tempo para o declínio beta 'permitido', deixando o electrão num estado cujo momento linear se situa entre  $\eta$  e  $\eta + d\eta$ , a seguinte expressão (cf. 6.4o):



$$P(\eta) d\eta = \frac{g^2 m_0^5 c^4}{2\pi^3 \hbar^7} |M_{if}|^2 \cdot (\epsilon_0 - \epsilon)^2 F(Z, \epsilon) \cdot \eta^2 d\eta$$

A constante de desintegração,  $\lambda$ , é então:

$$\lambda = \int_0^{\eta_{\text{máx}}} P(\eta) d\eta = \frac{g^2 m_0^5 c^4 |M_{if}|^2}{2\pi^3 \hbar^7} \int_0^{\eta_{\text{máx}}} \eta^2 (\epsilon_0 - \epsilon)^2 \cdot F(Z, \epsilon) d\eta \quad (8.-1)$$

O integral contido na expressão (8.-1) foi avaliado numéricamente por Feenberg e Trigg<sup>(\*)</sup> para diversos valores de número atômico e da energia máxima dos elétrons emitidos no decaimento beta, sendo esses valores representados pela função  $f(Z, E)$ . Ter-se-á então:

$$\lambda = \frac{g^2 m_0^5 c^4 |M_{if}|^2}{2\pi^3 \hbar^7} f(Z, E)$$

Como o período de desintegração,  $T_{1/2}$  é dado por  $T_{1/2} = (\log_e 2) / \lambda$ ,

vem:

$$f(Z, E) \cdot T_{1/2} = \frac{2 \log_e 2 \cdot \pi^3 \hbar^7}{g^2 m_0^5 c^4 |M_{if}|^2} \quad (8.-2)$$

substituindo em (8.-2) a quantidade constante por  $C_0$ ,

$$\text{com } C_0 = \frac{2 \log_e 2 \cdot \pi^3 \hbar^7}{g^2 m_0^5 c^4},$$

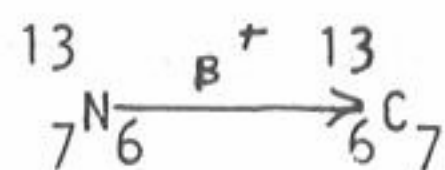
vem finalmente:

$$f(Z, E) \cdot T_{1/2} = \frac{C_0}{|M_{if}|^2} \quad (8.-3)$$

A quantidade  $f(Z, E) \cdot T_{1/2}$  existente no primeiro membro de (8.-3) é designada por período comparado ou simplesmente por valor  $fT$  do decaimento.

(\*) Feenberg e Trigg-Rev. Mod. Phys, 22,399(1950)

Ele é inversamente proporcional a  $|M_{if}|^2$  em que  $M_{if}$  é um elemento de matriz em que só figuram as funções de onda dos estados inicial e final do núcleo (cf. 6.-24). Costuma usar-se, em espectroscopia-beta, os valores do logaritmo do valor  $fT$ ,  $\log fT$  para caracterizar o declínio em estudo. Lembremos que a equação (8.-3) é unicamente válida para transições 'permitidas'. Apesar disso, o integral que dá origem a  $f(Z, E)$  é também utilizado em transições 'proibidas', definindo-se, assim igualmente valores  $fT$  para as transições 'proibidas'. Como os períodos de semi-desintegração são, neste último caso, muito mais longos do que os das transições permitidas, para valores comparáveis de  $Z$  e  $E$ , os valores de  $\log fT$  devem ser também muito mais elevados. Poder-se-ia, assim, esperar que os valores de  $\log fT$  dessem origem a uma separação clara entre as transições 'permitidas' e as 'proibidas'. Não é isso, contudo o que se verifica. O grupo de transições a que corresponde valores de  $\log fT$  entre 3 e 4 é o único que se encontra bem caracterizado, sendo designado por grupo de transições superpermitidas. Os declínios do neutrão e do trítio ( ${}^3\text{H}$ ) estão incluídos neste grupo, bem como o declínio de todos os 'núcleos-espelhos'. Já anteriormente se viu que dois núcleos dizem-se 'espelhos' um do outro quando constituem um par de isóbaros em que o número atômico de um deles é igual ao número de neutrões do outro. Estes núcleos têm estruturas quase idênticas, diferindo apenas no facto de que a partícula desemparelhada é um protão num dos núcleos e um neutrão no outro. Os seus esquemas energéticos são muito semelhantes, sendo a transmutação de um deles no outro muito favorecida. Um exemplo típico do declínio beta envolvendo núcleos-espelhos é o representado pelo esquema seguinte:



### 9.- Transições Permitidas e Proibidas. Regras de Seleção

A teoria do declínio beta anteriormente desenvolvida é aplicável, como anteriormente se afirmou, quando o electrão o neutrino abandonam o núcleo com momento angular orbital nulo.

Designando por  $\vec{L}_\beta$  o momento angular orbital resultante do conjunto das partículas ( $\vec{L}_\beta = \vec{L}_e + \vec{L}_\nu$ ), aquela teoria corresponde, assim, ao caso  $L_\beta = 0$ . Mas além do momento angular orbital as partículas têm um momento angular intrínseco, ou spin; designemos por  $\vec{S}_\beta$  o spin correspondente ao par electrão-neutrino.

Sendo  $\vec{I}$  momento angular total do núcleo, a lei de conservação do momento angular aplicada ao declínio beta traduz-se pela igualdade:



$$\vec{I}_{\text{núcleo inicial}} = \vec{I}_{\text{núcleo final}} + \vec{L}_{\beta} + \vec{S}_{\beta} \quad (9.-1)$$

A paridade,  $\pi$ , é determinada por:

$$\pi_{\text{núcleo inicial}} = (-1)^{L_{\beta}} \cdot \pi_{\text{núcleo final}} \quad (9.-2)$$

Como o electrão e o neutrino têm ambos um número quântico de spin igual a 1/2, o valor de  $S_{\beta}$  expresso em unidades  $\hbar$ , poderá ser 1 (spins paralelos) ou 0 (spins antiparalelos).

O valor mínimo de  $L_{\beta}$  que num determinado declínio beta, satisfaz às condições (9.-1) e (9.-2) determina o carácter dominante da transição, como se indica no quadro VI-1

#### Quadro VI-1

##### Tipos de transição $\beta$

$L_{\beta}$	Transições
$L_{\beta} = 0$	permitidas
$L_{\beta} = 1$	proibidas de 1ª espécie
$L_{\beta} = 2$	proibidas de 2ª espécie
$L_{\beta} = 3$	proibidas de 3ª espécie
$L_{\beta} = 4$	proibidas de 4ª espécie

No que respeita à contribuição do spin,  $S_{\beta}$ , o valor  $S_{\beta} = 0$  dá origem a um tipo de interacção designado por interacção de Fermi, enquanto o valor  $S_{\beta} = 1$  origina a interacção de Gamow-Teller.

O momento angular total transportado pelo par electrão-neutrino,

$$\vec{J}_{\beta} = \vec{L}_{\beta} + \vec{S}_{\beta} \quad (9.-3)$$



é, em acordo com a relação (9.-1), dado por:

$$\vec{J}_\beta = \vec{I}_{\text{núcleo inicial}} - \vec{I}_{\text{núcleo final}}$$

e os valores possíveis para o número quântico  $J_\beta$  situam-se entre os limites fixados pela dupla desigualdade:

$$|\Delta I| \leq J_\beta \leq \Sigma I \quad (9.-4)$$

em que  $\Delta I$  representa a diferença dos números quânticos dos estados inicial e final e  $\Sigma I$  a sua soma.

Por outro lado, de (9.-3), vem que  $J_\beta$  está também condicionado pela dupla desigualdade

$$|L_\beta - S_\beta| \leq J_\beta \leq L_\beta + S_\beta \quad (9.-5)$$

Das relações anteriores, obtem-se para as transições permitidas ( $L_\beta = 0$ ) as regras de selecção incluídas no quadro VI-2.

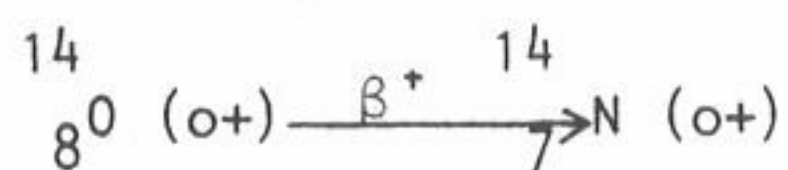
Note-se que no caso de uma interacção permitida de Gamow-Teller os números quânticos do momento angular dos estados nucleares inicial e final, respectivamente  $I_i$  e  $I_f$ , não podem ser simultaneamente nulos (transição  $0 \rightarrow 0$ ). Na realidade  $I_i = I_f = 0$  implica que  $\Delta I = 0$  e, também,  $\Sigma I = 0$ . Pela dupla desigualdade (9.-4), estas condições obrigam a que  $J_\beta = 0$ ; se  $L_\beta = 0$ , então, pela relação (9.-5), também  $S_\beta$  terá de ser necessariamente nulo. Ora, numa interacção de Gamow-Teller,  $S_\beta = 1$ .

#### Quadro VI-2

#### Regras de selecção nas transições $\beta$ Permitidas

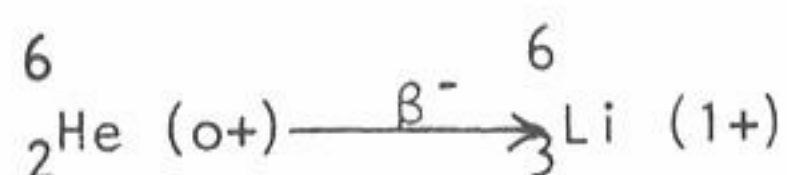
Tipo de interacção	momento angular das partículas	spin das partículas	variação do momento nuclear	variação da paridade
Fermi	$L_\beta = 0$	$S_\beta = 0$	$\Delta I = 0$	Não
Gamow-teller	$L_\beta = 0$	$S_\beta = 1$	$\Delta I = 0, +1$	Não

Um exemplo de uma transição permitida unicamente de tipo Fermi é dado pelo decaimento:

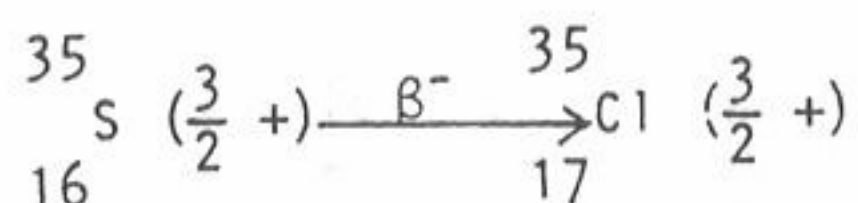


em que se indicam entre parênteses os números quânticos de momento angular e as paridades dos estados nucleares entre os quais o decaimento beta se processa.

Como exemplo de uma transição permitida que é unicamente de Gamow-Teller, cite-se o decaimento:



Os dois tipos de interação (Fermi e Gamow-Teller) podem surgir num mesmo decaimento; é o caso do que a seguir se representa:



No que respeita às transições proibidas de 1ª espécie, ( $L_{\beta}=1$ ), as relações (9.-4) e (9.-5) permitem concluir as regras de seleção incluídas no quadro VI-3.

Quadro VI-3

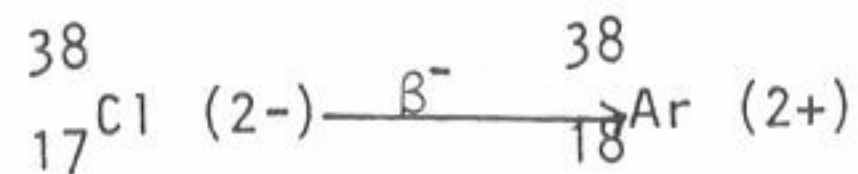
Regras de Seleção nas transições  $\beta$  Proibidas de 1ª espécie

Tipo de interação	momento angular das partículas	spin das partículas	variação do momento nuclear	variação da paridade
Fermi	$L_{\beta} = 1$	$S_{\beta} = 0$	$\Delta I = 0, \pm 1$	sim
Gamow-Teller	$L_{\beta} = 1$	$S_{\beta} = 1$	$\Delta I = 0, \pm 1, \pm 2$	sim

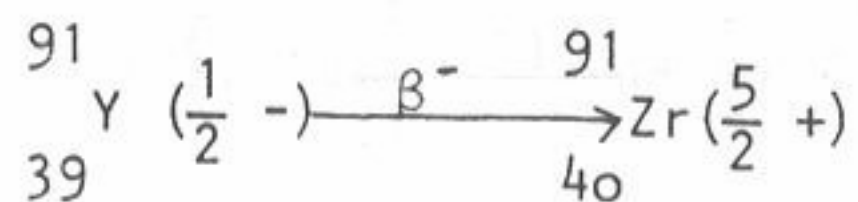
## FÍSICA NUCLEAR

Como fãcilmente se verifica, uma transiçãõ proibida de 1ª espãcie de Fermi nãõ ẽ compatível com uma transiçãõ nuclear  $0 \rightarrow 0$ .

Um exemplo de uma transiçãõ proibida de 1ª espãcie, mistura de interacções de Fermi e de Gamow-Teller ẽ o seguinte:



Pelo contrãrio, o declínio:



ẽ proibido de 1ª espãcie unicamente do tipo Gamow-Teller.

As transições 'proibidas' sãõ assim designadas porque, com a teoria anteriormente feita, se conclui que o elemento de matriz  $|M_{if}|^2$ , tal como foi empregado, ẽ nulo quando os momentos angulares orbitais do electrãõ do neutrino sãõ diferentes de zero. Nestas condições, a constante de desintegraçãõ,  $\lambda$ , deveria igualmente ser nula e a transiçãõ beta nãõ deveria ter lugar. Na realidade o elemento da matriz  $M_{if}$  pode, de uma forma mais geral, ser expresso como uma soma de termos de ordens diferentes do momento angular orbital do par electrãõ-neutrino:

$$|M_{if}|^2 = |M_{if}(L_\beta=0)|^2 + |M_{if}(L_\beta=1)|^2 + |M_{if}(L_\beta=2)|^2 + \dots$$

A teoria anteriormente desenvolvida corresponde a usar-se, como elemento de matriz de interacçãõ, apenas o primeiro termo. Com uma teoria mais geral, verifica-se que as transições 'proibidas' nãõ sãõ totalmente interditas sendo, fortemente retardadas, como ẽ confirmado experimentalmente. A partir dessa teoria mais geral foi mesmo possível obter expressões relativamente simples para a forma do espectro beta nalguns casos de transições proibidas, aquelas que sãõ designadas por transições proibidas únicas. O estudo teõrico completo do declínio beta para transições proibidas sai do âmbito deste curso. No quadro VI-4 apresenta-se um resumo das regras de seleçãõ no declínio beta nãõ sãõ nos casos jã ante-



riormente estudados, mas também nas transições proibidas de ordem superior. Igualmente se incluem os valores do produto  $ft$  normalmente observados em cada tipo de transição.

Quadro VI-4

Regras de Seleccção no Declínio  $\beta$  e valores  $ft$ 

Tipos de transição	Regras de seleccção		valores de $ft$
	variação do momento nuclear	variação da paridade	
Superpermitida	$\Delta I=0, \pm 1$	não	$1000-4000$
Permitida	$\Delta I=0, \pm 1$	não	$\sim 10^4 - 10^6$
Proibida de 1ª espécie	$\Delta I=0, \pm 1$	sim	$10^6 - 10^8$
Proibida de 1ª espécie única	$\Delta I=\pm 2$	sim	$10^8 - 10^9$
Proibida de 2ª espécie	$\Delta I=\pm 2$	não	$2 \times 10^{10} - 2 \times 10^{13}$
Proibida de 2ª espécie única	$\Delta I=\pm 3$	não	$\sim 10^{12}$
Proibida de 3ª espécie	$\Delta I=\pm 3$	sim	$10^{16} - 10^{18}$
Proibida de 3ª espécie única	$\Delta I=\pm 4$	sim	$\sim 4 \times 10^{15}$
Proibida de 4ª espécie	$\Delta I=\pm 4$	não	$10^{21} - 10^{23}$
Proibida de 4ª espécie única	$\Delta I=\pm 5$	não	$\sim 10^{19}$

10.- Espectrometria Magnética de Electrões (\*)

A determinação da energia dos electrões pode ser feita por diversos processos entre os quais se conta o emprego de detectores de semicondutores, tal como sucede com as partículas alfa. Contudo, tal como em relação a estas, a deter-

(\*) A este respeito cf.: F.B. Gil e J. C. Soares: *Gazeta de Física*, 5, 37 (1970)

## FÍSICA NUCLEAR

minação mais rigorosa da energia dos electrões realiza-se por meio de espectrómetros magnéticos. Mas, neste caso, ao contrário do que se passa com os electrões, a reduzida massa destes permite a utilização de espectrómetros de reduzidas dimensões e, portanto de custo não muito elevado. A espectrometria magnética de electrões é, assim, um método de investigação experimental relativamente acessível. No nosso País existe um destes instrumentos no centro de Física Nuclear da Universidade de Lisboa.

10.1- Acção do Campo Magnético sobre Partículas Carregadas

Quando uma carga eléctrica,  $q$ , em movimento com a velocidade  $\vec{v}$ , sofre a acção de um campo magnético  $\vec{B}$ , fica sujeita à acção de uma força  $\vec{F}$ , dita força de Lorentz dada pela equação:

$$\vec{F} = q(\vec{v} \times \vec{B})$$

Esta força é portanto, perpendicular à direcção do movimento e do campo magnético e exerce a sua acção apenas sobre a direcção do movimento. Assim, se  $\vec{v}$  e  $\vec{B}$  forem também perpendiculares entre si e a trajectória da partícula de carga  $q$  era rectilínea antes da acção do campo, ela passará a ser circular. Se  $\vec{v}$  e  $\vec{B}$  não forem perpendiculares entre si, pode-se imaginar  $\vec{v}$  decomposto em dois vectores  $\vec{v}_1$  e  $\vec{v}_2$ , o primeiro com a direcção de  $\vec{B}$  e o segundo perpendicular a este (fig. 56): apenas este último contribui para a força de Lorentz. Suponhamos, então, que um

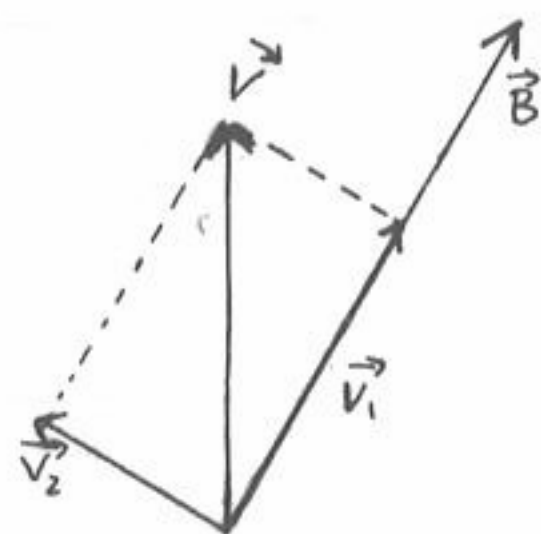


Fig. 56

electrão com a velocidade  $\vec{v}$  entra numa região em que actua um campo  $\vec{B}$  cujas linhas de força são perpendiculares a  $\vec{v}$ . O momento linear do electrão é  $\vec{p} = m\vec{v}$  e o módulo da força que sobre ela actua é  $F = evB$ , sendo a trajectória circular. A equação do movimento é, então:

$$evB = \frac{mv^2}{r}$$

e o módulo do momento linear é, portanto :

$$p = mv = eBr \quad (10.-1)$$

Estas equações permitem determinar o raio  $r$  da trajectória do electrão que se desloca sob a acção de um campo magnético homogéneo num plano perpendicular às linhas de força do campo. A velocidade angular do electrão é dada por:

$$\omega = \frac{v}{r} = \frac{eB}{m}$$

e o período do movimento é :

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi m}{eB} \quad (10.-2)$$



As equações (10.-1) e (10.-2) mostram que o raio da trajectória circular é directamente proporcional à velocidade, mas o período do movimento é independente desta velocidade (desde que esta não seja suficientemente elevada, de modo a não provocar uma variação sensível de massa). Conclui-se que o raio da trajectória circular é directamente proporcional à velocidade do electrão mas o período do seu movimento é independente desta velocidade. Então dado um feixe de electrões com energias diferentes, as trajectórias circulares serão descritas no mesmo intervalo de tempo, mas com diferentes raios. Este facto permitiu a construção de diversos tipos de espectrómetros magnéticos para partículas electricamente carregadas, em que as partículas são separadas em feixes distintos consoante a sua energia.

### 10.2- Classificação dos Espectrómetros Magnéticos

Os espectrómetros magnéticos classificam-se em dois grandes grupos, cada um deles admitindo diversas variantes:

a) Espectrómetros de campo transversal, aqueles em que as partículas entram num domínio em que as linhas de força do campo magnético são perpendiculares ao plano das suas trajectórias;

b) Espectrómetros de campo longitudinal ou de lente, aqueles em que as partículas entram no campo com uma componente longitudinal não nula da sua velocidade.

Estudemos as propriedades mais importantes de cada um destes tipos de espectrómetros.

#### 10.2.1- Espectrómetros de campo transversal

Os primeiros espectrómetros de campo transversal que se construíram foram os semicirculares ou de  $180^\circ$ , assim designados pelo facto das trajectórias das partículas entre a fonte radioactiva e o detector serem semicirculares, como se indica na figura 57. Para que não haja perturbações devidas ao choque das partículas a analisar com as moléculas de ar, faz-se o vácuo em toda a câmara em que o espectrómetro se encontra encerrado. Na região em que as partículas terminam o seu curso no interior do espectrómetro, existe um detector de partículas que poderá ser apenas uma chapa fotográfica, podendo-se utilizar também um detector de Geiger-Müller ou de cintilação, provido de um cristal apropriado, etc.

Dentro deste tipo de espectrómetros de campo transversal, a equação (10.-1) que relaciona o momento linear do electrão como campo magnético aplicado e o raio da trajectória, sugere imediatamente que se podem utilizar duas variantes:

a) Espectrometria de campo magnético fixo, em que se determina o momento linear (e portanto, a energia) do electrão a partir da medição do raio da trajectó-



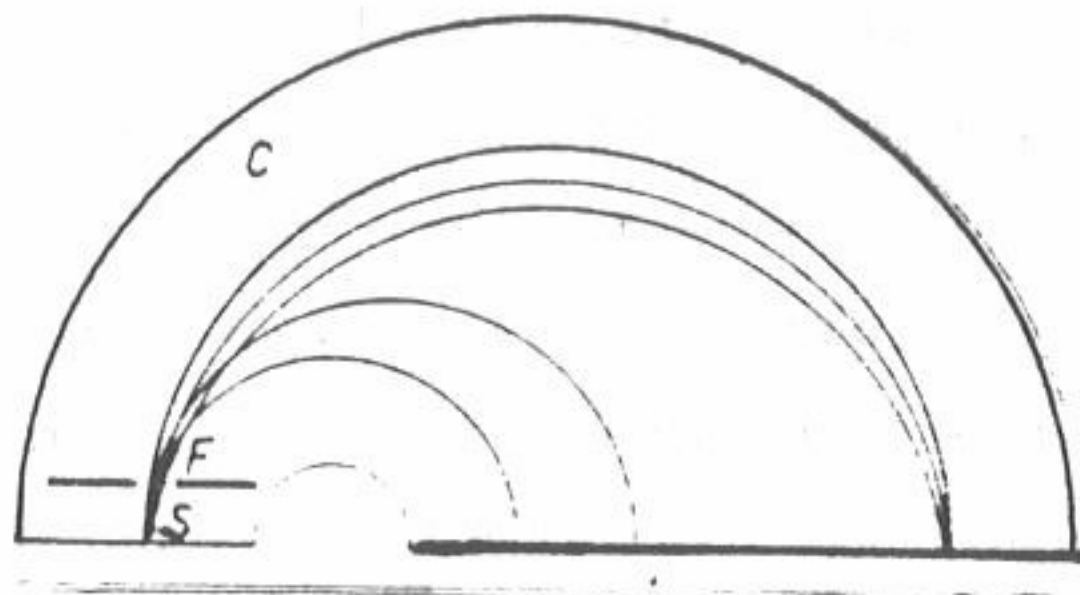


Fig. 57-Esquema de espectrômetro magnético transversal (S: suporte da fonte radioactiva; F: fenda limitadora do feixe; C: câmara onde se faz o vácuo).

#### 10.2.2 - Espectrômetro de campo longitudinal ou de lente

Neste tipo de espectrômetros os electrões sofrem a acção de um campo magnético criado no interior de uma bobina percorrida por uma corrente. Do mesmo modo que no caso anterior, os electrões sofrem a acção de uma força de Lorentz mas agora a sua trajectória não será circular, devido à existência de uma componente da velocidade com a direcção do campo magnético; os electrões descreverão trajectórias helicoidais ao longo das linhas de força do campo (figura 58)

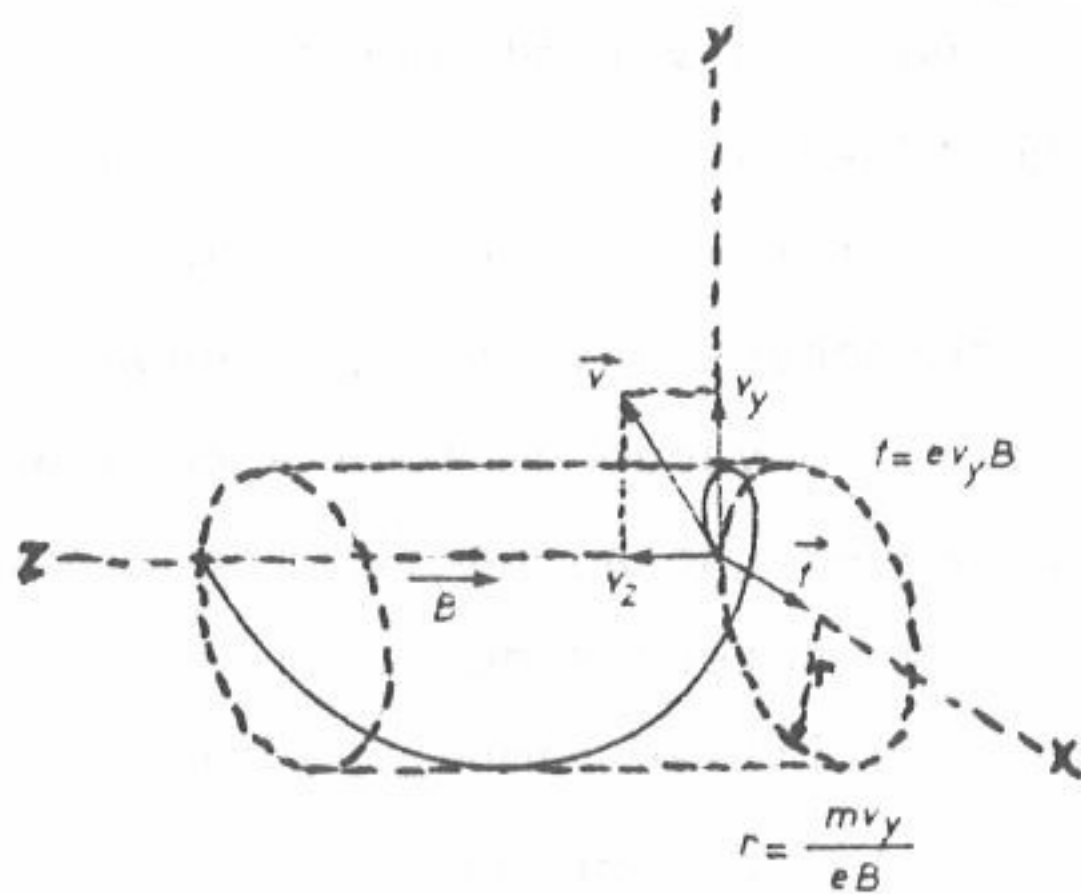


Fig. 58-Trajectória de um electrão de velocidade  $v$  num campo magnético  $B$

ao longo do eixo principal da lente. A bobina constitui, assim, uma 'lente magnética' para os electrões

ria por meio de uma chapa fotográfica ou de um detector móvel;  
b) Espectrômetro de campo magnético variável em que por modificação deste se focam sucessivamente os feixes de electrões das diferentes energias numa pequena região em que se encontra o detector fixo.

O percurso efectuado pelos electrões depende da velocidade dos electrões  $e$ , portanto, quando eles emergem da bobina criadora do campo constituirão feixes separados de acordo com as suas energias, sendo focados em pontos diferentes do eixo.

É por este facto que estes espectrômetros se designam por espectrômetros de lente. Na realidade, o princípio em que se baseiam é comparável à focagem da luz por uma lente convergente, em que as radiações visíveis de diferentes frequências ( $e$ , portanto, de diferentes energias) são focadas em pontos distintos

Consideremos o espectrômetro esquematicamente representado na fig.59, em que o campo magnético tem a direcção do eixo que passa pelos centros do detector e da fonte radioactiva. Identificaremos este eixo com o eixo dos ZZ de um referencial. Suponhamos que um electrão é emitido pela fonte com uma velocidade  $v$  e seja  $\theta$  o ângulo entre este e o eixo dos ZZ. A componente da velocidade segundo este eixo é  $v_z = v \cos \theta$ . O movimento segundo este eixo não é afectado pelo campo magnético por ter a mesma direcção que ele; a equação do movimento nesta direcção é então:

$$Z = (v \cos \theta) \cdot t$$

No plano perpendicular ao eixo do espectrômetro, o campo faz com que o electrão execute um movimento circular cujo período é (equação 10.-2)

$$T = \frac{2\pi m}{e B}$$

Ao fim de um intervalo de tempo igual a um período,  $T$ , o electrão executa uma rotação completa e, simultaneamente avança, segundo o eixo dos ZZ, um comprimento

$$l = (v \cdot \cos \theta) \cdot T = 2\pi \frac{m v}{e B} \cos \theta$$

Assim, colocando um detector de partículas segundo o eixo do espectrômetro consegue-se detectar, para um determinado valor de  $l$ , os electrões com um certo valor do momento linear  $p = mv$ , tal que:

$$B \cdot l = \left( \frac{2\pi}{e} \cos \theta \right) \cdot p \quad (10.-3)$$

De modo análogo ao espectrômetro transversal, a relação (10.-3) fornece uma relação linear entre  $B$  (ou  $l$ ) e  $p$ : para um comprimento,  $l$ , fixo do espectrômetro os electrões com um certo valor do momento linear,  $p$ , são detectados desde que o campo magnético tenha um valor  $B$ , dado pela equação (10.-3):

Note-se, no entanto, que o coeficiente de proporcionalidade entre  $B$  (ou  $l$ ) e  $p$  depende do ângulo  $\theta$  que a direcção da trajectória do electrão faz com o eixo do espectrômetro: para uma boa definição é, assim, necessário seleccionar os electrões cujas trajectórias apresentam um determinado ângulo,  $\theta$ , fixo, o que se consegue

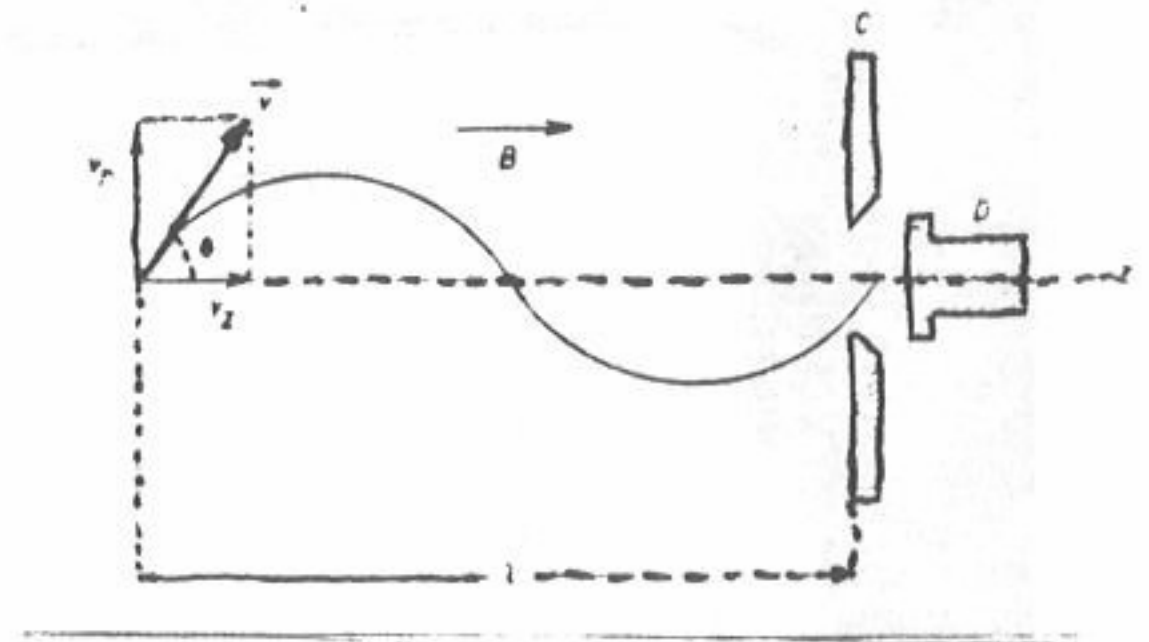


Fig.59- Esquema de um espectrômetro magnético longitudinal (C: diágrama com abertura circular; D: detector)



## FÍSICA NUCLEAR

por meio de um diafragma em anel que se coloca junto da fonte. Nalguns espectrômetros deste tipo, como o de Siegbahn-Slätis, (fig.60), um segundo diafragma em anel aumenta a definição do espectrômetro.

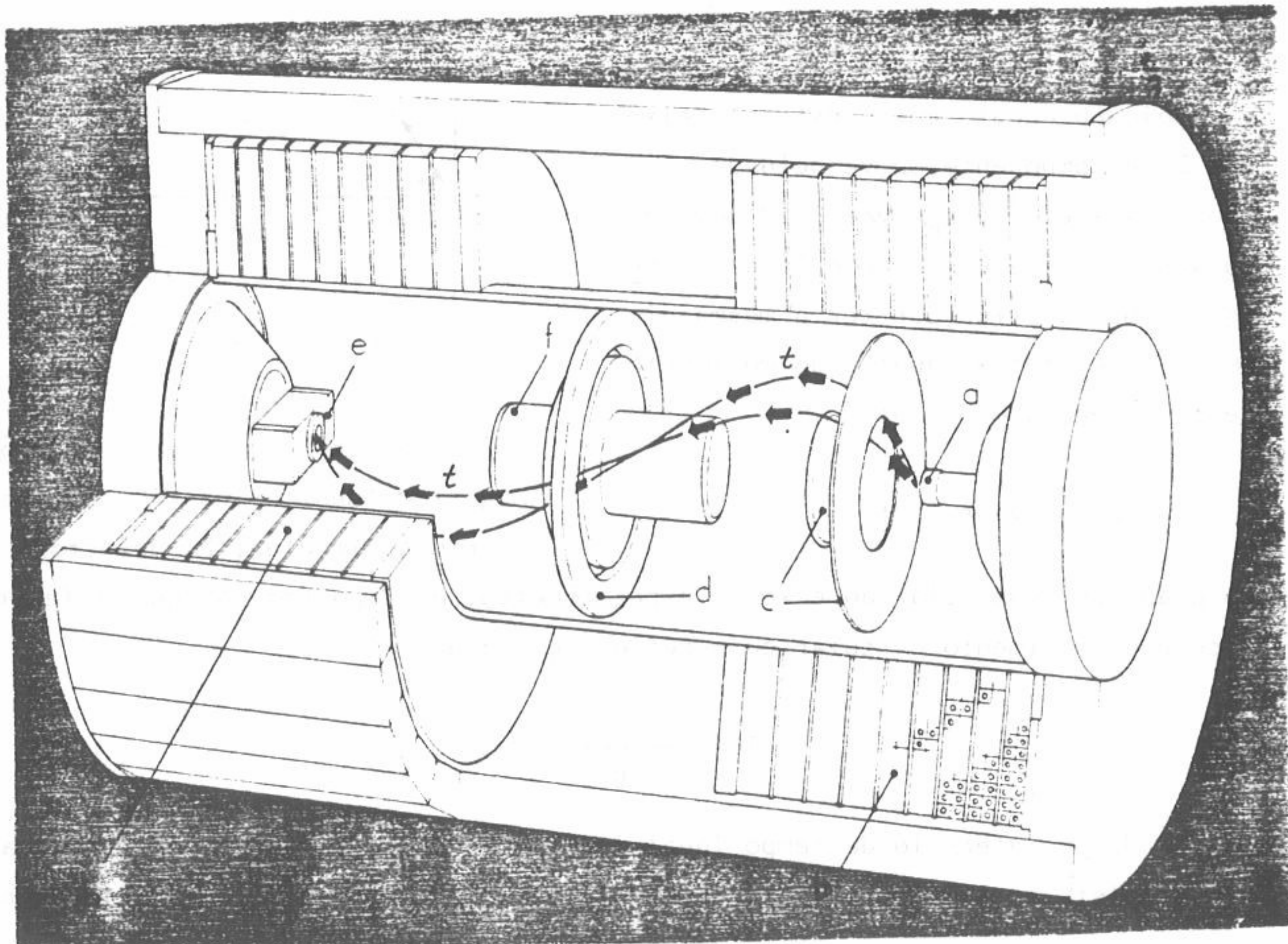


Fig. 60 Corte esquemático do espectrômetro magnético de Siegbahn-Slätis: b- bobina criadora do campo; a- fonte radioactiva; c, d- diafragmas em anel; e- detector; f- blindagem de chumbo para evitar que a radiação gama emitida pela fonte atinja o detector; t- trajetórias dos electrões.

Este tipo de espectrômetro magnético é muito usado na análise em energia da radiação beta e de electrões de conversão interna. Outros modelos de espectrômetros magnéticos permitem duas detecções simultâneas dos electrões possibilitando a realização de experiências de coincidências necessárias à determinação de vidas-médias e de outras grandezas dos estados nucleares. Um exemplo destes últimos é o espectrômetro de Gerholm de dupla lente, existente no centro de Física Nuclear da Universidade de Lisboa, cujo corte esquemático é mostrado na figura 61.



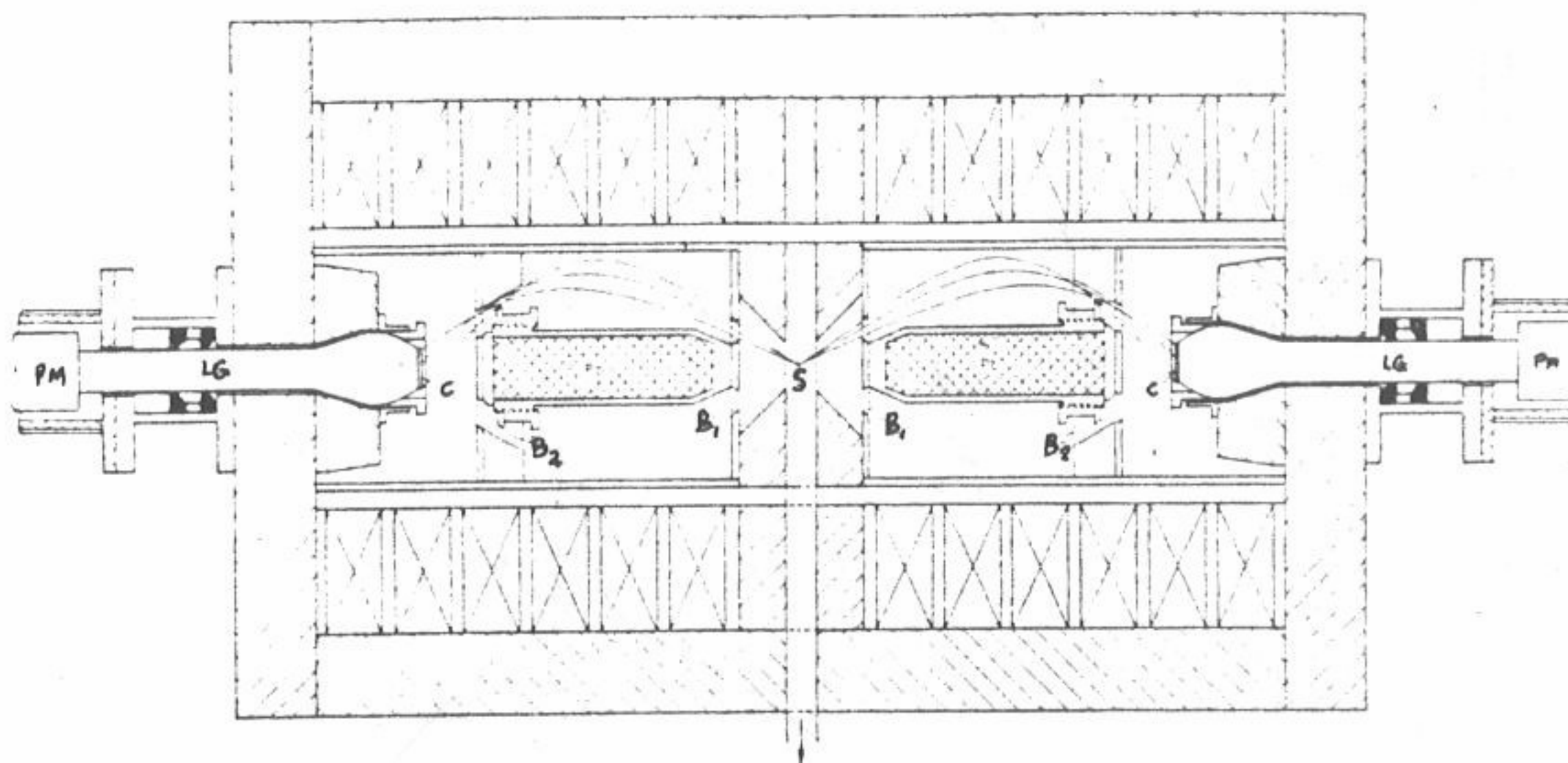


Fig. 61- Corte esquemático de um espectrômetro magnético Gerholm de dupla lente .A fonte radioactiva (S) é colocada no intervalo das duas bobinas que funcionam como lentes magnéticas .Os conjuntos C-LG-PM representam os sistemas de detecção dos electrões.Os diafragmas limitadores do feixe de estão representados em  $B_1$  e  $B_2$  . A seta inferior indica a ligação ao sistema de vácuo

A figura 62 representa o espectro de electrões emitidos pelo  $^{198}\text{Au}$  obtido com uma das lentes de um espectrômetro de Gerholm.

### 10.3- Critérios para a Escolha de um Espectrômetro Magnético

Como se viu nos parágrafos anteriores, um espectrômetro magnético permite determinar a energia dos electrões e, portanto, o seu momento linear. Do ponto de vista experimental , o valor determinado para o módulo desta grandeza,  $p$ , vem sempre afectado de uma certa margem de erro,  $\Delta p$ . Na realidade para se obter o valor de  $p$  é necessário medir, como se viu, um comprimento ou um campo magnético, isto é, no caso do espectrômetro semicircular, as grandezas  $r$  ou  $B$ . suponhamos que medimos  $r$  (fig.63); na realidade, para se determinar  $r$  é necessário limitar o feixe de partículas com um diafragma de modo a que sejam apenas detectadas as

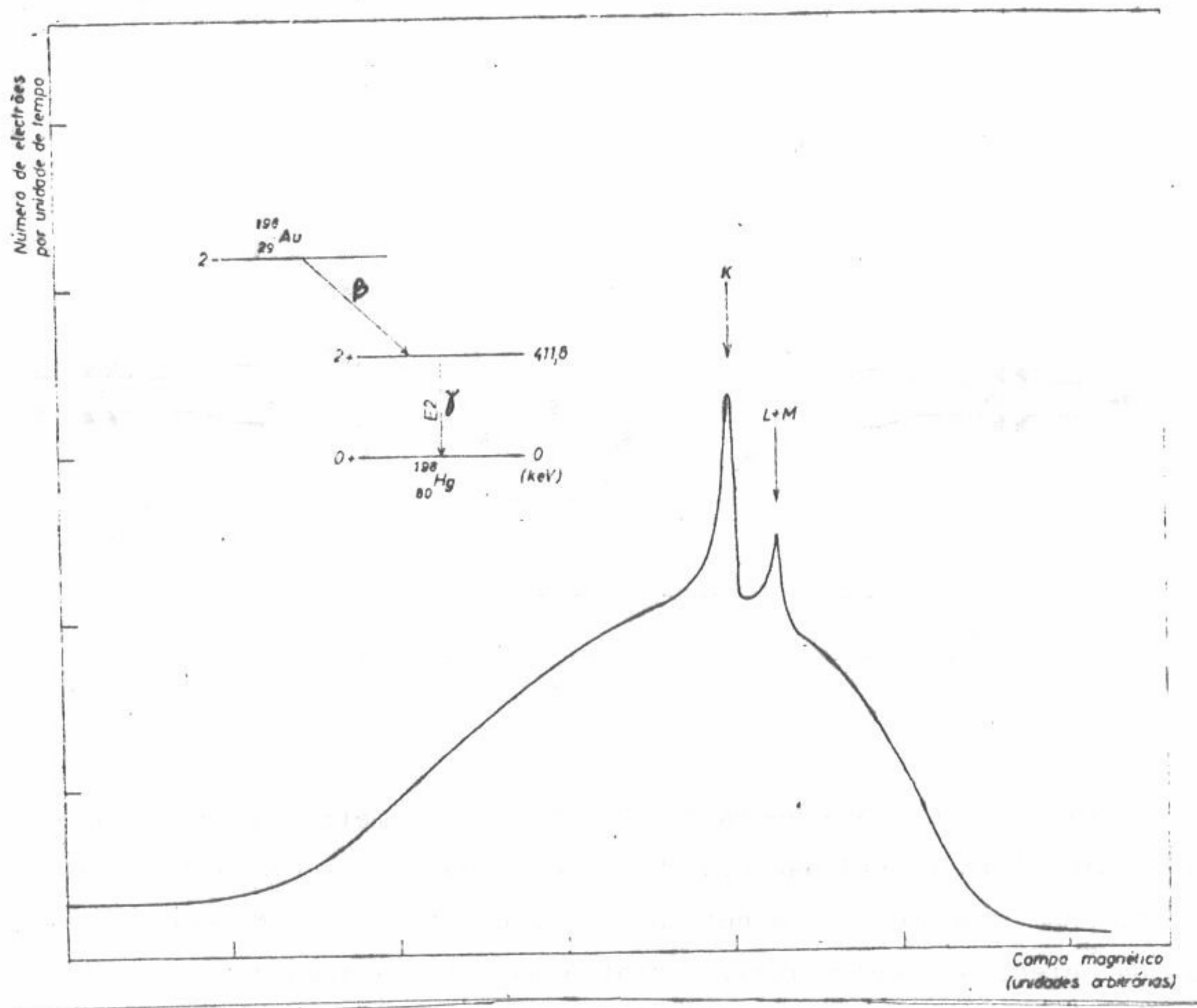


Fig. 62- Espectro de elétrons emitidos por uma fonte de  $^{198}\text{Au}$ . Notar os picos K e L+M provenientes do fenômeno de conversão interna, estudado mais adiante. (espectro obtido no laboratório de Física da Universidade de Lisboa).

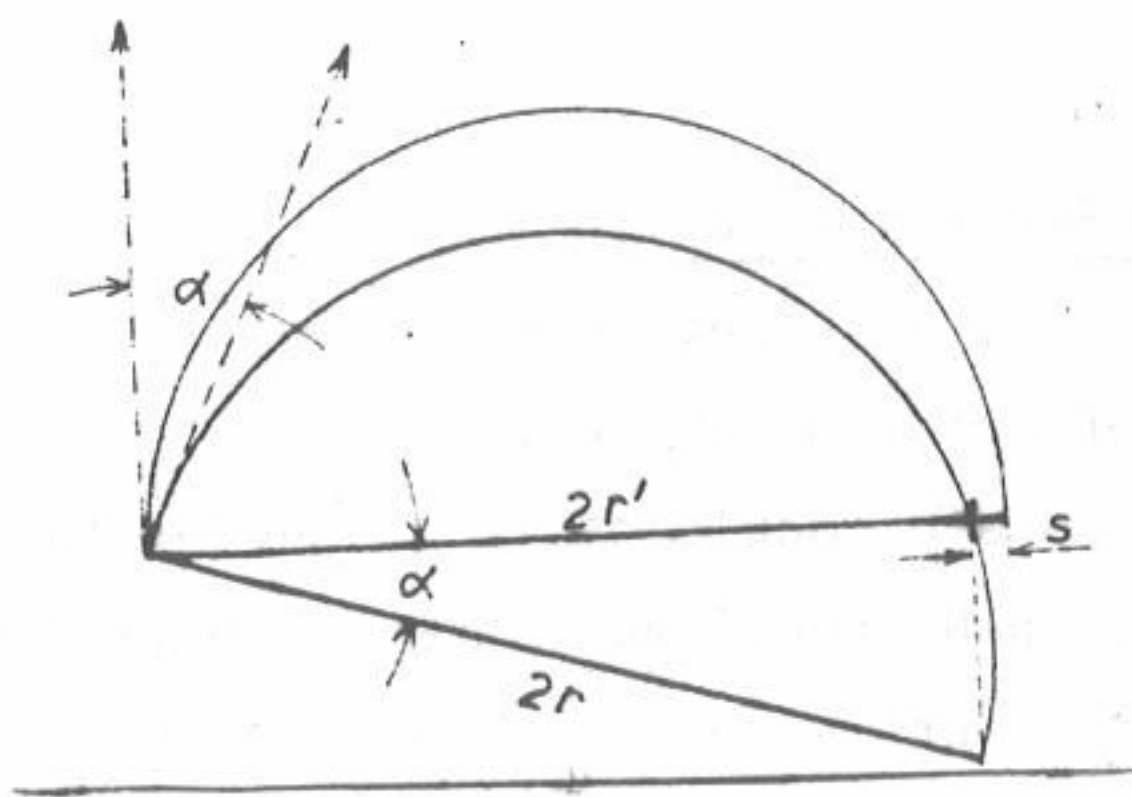


Fig. 63- Resolução de um espectrômetro em função do ângulo de abertura.

partículas cujas trajetórias estão compreendidas num cone de semiabertura  $\alpha$ . Suponhamos que a fonte tem dimensões suficientemente pequenas para que a possamos considerar pontual. Devido à abertura finita da entrada do espectrômetro, existirá uma imprecisão na focagem, que se reflecte nas dimensões da 'imagem', dada por:

$$s = 2r - 2r \cdot \cos \alpha = 2r (1 - \cos \alpha) = 4r \cdot \sin^2 \frac{\alpha}{2}$$



Desenvolvendo em serie de Taylor vem:

$$s = r \left( \alpha^2 - \frac{\alpha^4}{12} + \dots \right) \quad (10.-4)$$

O valor desta grandeza  $s$  pode fazer com que dois grupos de partículas, correspondentes a momentos lineares diferentes, não sejam separados. A menor diferença,  $\Delta p = p_1 - p_2$ , entre dois valores do momento linear que pode ser determinado por um espectrômetro depende da sua resolução  $\eta$ , definida por:

$$\eta = \frac{\Delta p}{p}$$

Pela equação (10.-1) sabe-se que  $p = eBr$ ; então, ter-se-á:

$$\eta = \frac{e B \Delta r}{e B r} = \frac{\Delta r}{r}$$

mas pela figura 63, vê-se que  $r$  está relacionado com a dimensão  $s$ , da 'imagem' obtida no espectrômetro; na realidade

$$s = 2r - 2r' = 2 \Delta r$$

e, pela expressão (10.-4),  $s = \alpha^2 r$ , desprezando termos de ordem superior à segunda. Então virá:

$$\Delta r = \frac{s}{2} = \frac{\alpha^2 r}{2}$$

e, portanto, a resolução do espectrômetro é dada por:

$$\eta = \frac{\Delta r}{r} = \frac{\alpha^2 r}{2r} = \frac{\alpha^2}{2} \quad (10.-5)$$

Conclui-se assim, que no espectrômetro magnético a resolução é independente de energia das partículas detectadas, sendo apenas uma função do ângulo de semiabertura do espectrômetro. Quando menor for este ângulo melhor é a resolução do instrumento. Mas uma diminuição do ângulo  $\alpha$  arrasta consigo uma diminuição do feixe de partículas admitidas para a análise, o que afecta uma outra grandeza característica do espectrômetro, a sua transmissão. Esta grandeza é definida por:

$$t = \frac{N_d}{N} \quad (10.-6)$$

em que  $N_d$  é o número das partículas detectadas num certo intervalo de tempo e  $N$  é o número de partículas emitidas pela fonte no mesmo intervalo de tempo. Conclui-se que não é possível obter simultaneamente uma boa resolução e uma boa transmissão, visto que a melhoria de uma destas grandezas arrasta necessariamente uma degradação da outra. Num determinado estudo experimental, é sempre necessário es-



## FÍSICA NUCLEAR

colher uma solução de compromisso em que se escolhem melhores condições possíveis para a medição em causa .

Em geral , os espectrômetros magnéticos que apresentam melhores resoluções - e, portanto, menores transmissões- são os do tipo transversal. Eles são, portanto os mais indicados para determinações de energia das partículas com grande rigor desde que se possa dispor de fontes radioactivas com suficiente intensidade para compensar a baixa transmissão do instrumento. Em problemas em que a transmissão do espectrômetro é mais importante- como a determinações experimentais que envolvem contagens de coincidência - são mais úteis os espectrômetros de campo longitudinal, nos quais se podem obter melhores transmissões , com uma inevitável perda de resolução.

# CAPÍTULO VII

## GRANDEZAS NUCLEARES CARACTERÍSTICAS

### 1. - NÚMEROS QUÂNTICOS DAS PARTÍCULAS INDIVIDUAIS

#### 1.1 - Introdução

Os prótons e os neutrões possuem, tal como os electrões, um momento angular intrínseco ou spin cuja grandeza, ao longo de uma direcção paralela ou antiparalela a uma direcção privilegiada tal como a de um campo magnético externo, é caracterizada pelo número quântico de spin,  $s=1/2$ , correspondente ao momento angular de módulo  $[s(s+1)]^{1/2}\hbar = \hbar \sqrt{3/4}$ . Como o seu comportamento está, assim, sujeito à estatística de Fermi-Dirac, eles são designados (como as restantes partículas de spin semi-inteiro) por fermiões, enquanto as partículas tendo um spin inteiro, descritas pela estatística de Bose-Einstein, são designadas por bosões.

Classificando as partículas através do seu número quântico de spin, obtém-se o seguinte esquema:

BARIÕES (fermiões com interacções fortes: hiperões e nucleões):

$s=3/2$  :  $\Omega$

$s=1/2$  :  $\Xi, \Sigma, \Lambda, n, p$

MESÕES (bosões com interacções fortes):

$s=0$  :  $\eta, K, \pi$

LEPTÕES (fermiões com interacções fracas) :

$s=1/2$  :  $\mu, e, \nu$

Bosões sem massa  $\left\{ \begin{array}{l} \text{(interacção eletromagnética)} - s=1: \gamma \\ \text{(interacção gravitacional)} - s=2: \text{gravitão (?)} \end{array} \right.$

O momento angular total do núcleo é a soma vectorial dos spin e dos momentos angulares orbitais das partículas que o constituem. Ele é, por vezes, designado por



## FÍSICA NUCLEAR

spin nuclear . O momento angular orbital de um corpo só tem significado quando referido a um determinado ponto: os nucleões apresentam um momento angular quantificado em relação ao centro de massa do núcleo.

Note-se, de passagem, que a consideração do spin constitui um argumento adicional para mostrar a não existência de electrões no interior do núcleo. Assim, por exemplo, os núcleos de números de massa pares  ${}^2_1\text{H}$ ,  ${}^6_3\text{Li}$ ,  ${}^{14}_7\text{N}$ , deveriam ter, na base do modelo protão-electrão do núcleo, respectivamente 2 protões + 1 electrão, 6 protões + 3 electrões, 14 protões + 7 electrões. Os seus momentos angulares totais, no estado fundamental, deveriam assim ter valores semi-inteiros, devido à presença de um número ímpar de fermiões; na realidade, todos aqueles núcleos têm um momento angular total inteiro, o que aliás sucede sempre nos núcleos de número de massa par.

Quando um núcleo se encontra num estado excitado, o seu momento angular total (ou spin nuclear) difere, em geral, daquele que se mede para o seu estado fundamental, porque um aumento na energia interna do núcleo está associada com uma variação na configuração das partículas e, portanto, com uma variação (não necessariamente um aumento) do momento angular total do sistema de partículas que constitui o núcleo. O facto de que o momento angular total dos núcleos com número atómico par e número de neutrões par ter invariavelmente, no seu estado fundamental, um valor nulo, sugere que existe uma tendência para um agrupamento dos nucleões, de cada tipo, aos pares, de tal modo que os momentos angulares orbitais e os spin se anulam uns aos outros. Esta constatação é reforçada pelo facto de que, nos núcleos de  $A$  ímpar, o momento angular do núcleo, no seu estado fundamental, nunca atinge valores muito elevados ( $>11/2$ ), o que não sucederia se não existisse esse cancelamento do momento angular das partículas individuais.

Do ponto de vista da Mecânica Quântica, o estado de um corpo - determinado por quantidades fisicamente observáveis, como a energia, o momento angular, etc. - é, em princípio, perfeitamente definido pela função de onda.

Esta, solução da equação de Schrodinger, é caracterizada por determinados valores de certos parâmetros designados por números quânticos, em acordo com uma nomenclatura que teve a sua origem na Física Atómica.

Passemos rapidamente em revista os números quânticos já conhecidos e acrescentemos alguns ainda não encontrados em cursos anteriores.



### 1.2- Número Quântico Orbital, $l$

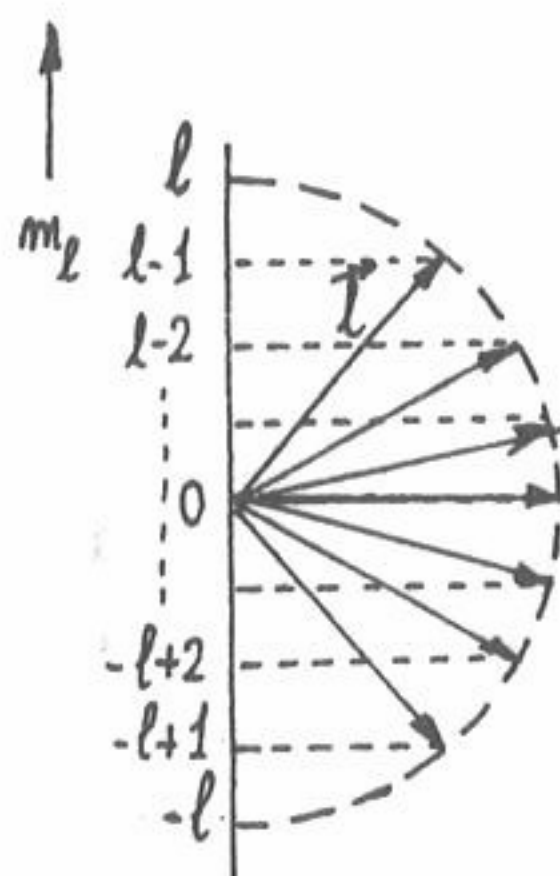
Este número especifica o valor do momento angular orbital em relação a um centro de referência, por exemplo o momento angular de uma partícula em relação ao núcleo sobre o qual ela incide. Como se sabe da Mecânica Quântica, o valor numérico do momento angular caracterizado pelo número quântico de momento angular orbital,  $l$ , é

$$\hbar \left[ l(l+1) \right]^{1/2}$$

podendo  $l$  tomar os valores inteiros positivos  $0, 1, 2, 3, 4, 5, \dots$  correspondendo às ondas S, P, D, F, G, H,  $\dots$

### 1.3- Números Quântico Magnético Orbital, $m_l$

Este número quântico está ligado à componente do momento angular orbital numa determinada direcção (por exemplo, a de um campo magnético aplicado externamente), designado por direcção de quantificação, geralmente tomada como direcção do eixo Z de um sistema triortogonal direito.



Este número quântico pode tomar um qualquer dos  $2l+1$  valores desde  $-l$  a  $+l$ . Com base no modelo vectorial do momento angular, o domínio de valores de  $m$  é representado pelas projecções de  $\vec{l}$  ao longo do eixo Z do referencial (fig. 64).

Fig.64- número quântico magnético

### 1.4- Número Quântico de spin, $s$

O momento angular intrínseco de uma partícula é designado por spin e representado por um número quântico  $s$ , associado com um momento angular absoluto cujo módulo é dado por

$$\hbar \left[ s(s+1) \right]^{1/2}$$

Como já se referiu, o número quântico  $s$  toma valores semi-inteiros no caso de par

## FÍSICA NUCLEAR

tículas sujeitas à estatística de Fermi-Dirac e ao princípio de exclusão de Pauli (fermiões), e valores inteiros para as partículas descritas pela estatística de Bose-Einstein (bosões), às quais o princípio de exclusão de Pauli não se aplica.\*

### 1.5- Número quântico magnético de spin, $m_s$

Trata-se da componente de  $\vec{s}$  segundo uma direcção de quantificação, tomada como eixo Z; quando  $s=0$ , a única componente possível é, evidentemente,  $m_s=0$ , enquanto para  $s=1/2$ , os valores possíveis de  $m_s$  são  $+1/2$  e  $-1/2$ , correspondendo respectivamente a um alinhamento paralelo (spin "up") ou antiparalelo (spin "down"), em relação à direcção positiva do eixo de referência.

### 1.6- Número Quântico de momento angular total, $j$

Para uma única partícula, o operador vectorial  $\vec{j}$  é dado pela soma de  $\vec{l}$  e  $\vec{s}$ :

$$\vec{j} = \vec{l} + \vec{s}$$

Ele é caracterizado por um número quântico de momento angular total,  $j$ . O módulo do momento angular total é, então, dado por:

$$\hbar \left[ j(j+1) \right]^{1/2}$$

### 1.7- Número Quântico Magnético de momento angular total, $m_j$

Este número quântico, frequentemente designado apenas por  $m$ , é dado pela componente do vector  $\vec{j}$  na direcção de quantificação. Ele pode tomar os  $2j+1$  valores, correspondentes à sucessão  $-j$  a  $+j$ .

### 1.8- Números Quântico radial, $n_r$ e principal, $n$

O número quântico principal provem da teoria atômica de Bohr. Actualmente, ele é definido a partir da soma

$$n = n_r + \ell$$

em que  $\ell$  é o número quântico de momento angular orbital e  $n_r$  é o número quântico radial, o qual está relacionado com o número de nodos na parte radial da função de onda que descreve o movimento em termos de raio vector  $\vec{r}$  num campo de forças central

(\*). Ainda que fosse tentado associar o spin com a rotação de um corpo em torno dele próprio, este ponto de vista não é aplicável a partículas e núcleos. Na realidade, essa descrição conduziria a que um ponto da superfície de um electrão se movesse com uma velocidade superior à da luz.



(campo Coulombiano). O número quântico radial toma os valores inteiros  $1, 2, \dots, n$ .

O quadro VII -1 resume os números quânticos das partículas individuais que acabamos de recordar.

Quadro VII -1

Números Quânticos das Partículas Individuais

Nome	Símbolo	Grandeza absoluta	Relação	Valor
orbital	$\ell$	$\hbar \ell(\ell+1)^{1/2}$		$0, 1, 2, \dots, (n-1)$
spin	$s$	$\hbar s(s+1)^{1/2}$		$\left\{ \begin{array}{l} 1/2, 3/2, \dots \text{ (fermiões)} \\ 0, 1, 2 \text{ (bosões)} \end{array} \right.$
momento angular total	$j$	$\hbar j(j+1)^{1/2}$	$\vec{j} = \vec{\ell} + \vec{s}$	$1/2, 3/2, 5/2, \dots$ (fermiões) $0, 1, 2, \dots$ (bosões)
magnético orbital	$m_\ell$	$\hbar m_\ell$	$-\ell < m < \ell$	$-\ell, -\ell+1, \dots, -1, 0, 1, \dots, \ell-1, \ell$
magnético de spin	$m_s$	$\hbar m_s$	$-s \leq m_s \leq s$	$\left\{ \begin{array}{l} -3/2, -1/2, 1/2, 3/2 \\ -1/2, 1/2 \\ 0 \\ -1, 0, 1 \end{array} \right\}$ fermiões bosões
magnético total	$m$ ou $m_j$	$\hbar m$	$-j \leq m \leq j$ $m = m_\ell + m_s$	$-j, -j+1, \dots, j-1, j$
radial	$n_r$			$1, 2, 3, \dots, n$
principal	$n$		$n = n_r + \ell$	$1, 2, 3, \dots$



## FÍSICA NUCLEAR

1.9- Números Quânticos do Isospin, T e T<sub>Z</sub>

A classificação das partículas elementares, anteriormente estudada, já mostrou que elas se reúnem em grupos distintos em acordo com as suas massas. Entre os bariões, classificando-os em ordem crescente de massa, encontra-se:

- 1 dubleto de nucleões (n,p)
- 1 singuleto de hiperões lambda ( $\Lambda^0$ )
- 1 triplete de hiperões sigma ( $\Sigma^+$ ,  $\Sigma^0$ ,  $\Sigma^-$ )
- 1 dubleto de hiperões csi ( $\Xi^0$ ,  $\Xi^-$ )
- 1 singuleto de hiperões ômega ( $\Omega^-$ )

Analogamente os mesões formam multipletos, por exemplo: os mesões  $\pi$  constituem um triplete ( $\pi^+$ ,  $\pi^0$ ,  $\pi^-$ ); os mesões K em dubleto ( $K^+$ ,  $K^0$ ); os mesões  $\eta$  em singuleto ( $\eta^0$ ).

Dentro de cada multiplete, as massas diferem muito pouco em comparação com as variações que se observam entre os vários multipletos. Assim, os hiperões  $\Sigma^+$ ,  $\Sigma^0$  e  $\Sigma^-$  têm, respectivamente, as seguintes massas em repouso: 1189, 1193 e 1197 MeV, ao passo que as massas em repouso dos multipletos vizinhos são 1115 MeV para o singuleto  $\Lambda^0$  e 1315 e 1321 MeV para o dubleto  $\Xi^0$ ,  $\Xi^-$ .

A referenciação destes multipletos bem como a construção de um formalismo matemático que dê conta das propriedades de interacção das partículas elementares pode ser conseguido através da introdução de um novo número quântico designado por isospin. A origem dele provem da semelhança entre o protão e o neutrão no que se refere às interacções fortes no interior do núcleo, o que conduziu Heisenberg a formular a ideia de que se tratava de duas manifestações de cargas distintas de uma mesma partícula elementar, o nucleão. Os seus estados de carga poderiam, então, ser descritos por um número quântico conveniente, tomando dois valores possíveis: a semelhança com o já conhecido spin é imediatamente aparente. Verificou-se posteriormente que este novo número quântico está directamente relacionado com o comportamento dos nucleões em núcleos isobáricos tendo, por estes dois motivos, sido designado por spin isobárico e mais tarde por isospin.

Como anteriormente se viu, existe uma multiplicidade  $(2s+1)$  de estados associados a um valor  $s$ , do spin; assim  $s=1/2$  conduz a um dubleto ( $m_s = -1/2, +1/2$ ) e  $s=1$  a um triplete ( $m_s = -1, 0, +1$ ), etc, com uma diferença de uma unidade entre as orientações possíveis. Utilizando esta analogia e passando do espaço do spin " para um "espaço do isospin", poder-se-à conceber singuletos com  $T=0$ ,

dubletos com  $T=1/2$ , tripletos com  $T=1$ , etc. Vamos imaginar estes números quânticos como associados a operadores vectoriais cujas projecções quantificadas  $T_z$ , representam componentes que classificam os estados da partícula num multiplo. Assim, o dubleto do nucleão é caracterizado por um isospin  $T=1/2$ , com o protão convencionalmente representado pelo número quântico  $T_z = +1/2$  e o neutrão por  $T_z = -1/2$ . Com base nesta convenção, pode-se construir uma classificação do isospin que consta do quadro VII -2. As antipartículas têm um número quântico de projecção do isospin,  $T_z$ , igual em valor absoluto e de sinal contrário ao das respectivas partículas.

Quadro VII -2

## Esquema de classificação do Isospin

classes	Partículas	Antipartículas	Spin	Isospin		Massa em repouso (MeV)
				T	$T_z$	
MESÕES	$\pi^+$	$\pi^-$	0	1	+1	140
	$\pi^0$	$\pi^0$			0	135
					-1	140
	$k^+$	$\bar{k}^0$	0	1/2	+1/2	494
$k^0$	$\bar{k}^-$	-1/2			498	
		+1/2	498			
		-1/2	494			
	$\eta^0$	$\eta$	$\eta$	$\eta$	594	
BARIÕES	$p^+$	$\bar{n}^0$	1/2	1/2	+1/2	938
	$n^0$	$\bar{p}^-$			-1/2	939
			+1/2		939	
			-1/2		938	
	$\Lambda^0$	$\bar{\Lambda}^0$	1/2	0	0	1115
				0	0	1115
	$\Sigma^+$	$\bar{\Sigma}^+$	1/2	1	+1	1189
	$\Sigma^0$	$\bar{\Sigma}^0$			0	1193
	$\Sigma^-$	$\bar{\Sigma}^-$			-1	1197
					+1	1197
		0	1193			
		-1	1189			
$\Xi^0$	$\bar{\Xi}^+$	1/2	1/2	+1/2	1315	
$\Xi^-$	$\bar{\Xi}^0$			-1/2	1321	
		+1/2		1321		
		-1/2		1315		
$\Omega^-$	$\bar{\Omega}^+$	3/2	0	0	1672	
			0	$\eta$	1672	



## FÍSICA NUCLEAR

1.10 - Estranheza, S, Hipercarga, Y e Número Bariônico, B

O conceito de "estranheza" tem encontrado larga aplicação na física das partículas elementares para explicar certas interações entre partículas. Ele está relacionado com a chamada hipercarga, Y e com o número bariônico, B.

Começamos por observar, através do Quadro VII -2, como varia a carga média de cada multiplete de bárions, designando por carga média o valor total da carga eléctrica das partículas de um multiplete dividida pelo número delas; representemos essa grandeza por  $\bar{q}$ .

Teremos então:

Nucleões :	$\bar{q} = + 1/2$
Hiperões $\Lambda$ :	$\bar{q} = 0$
Hiperões $\Sigma$ :	$\bar{q} = 0$
Hiperões $\Xi$ :	$\bar{q} = - 1/2$
Hiperões $\Omega$ :	$\bar{q} = - 1$

Tomando arbitrariamente a carga média do nucleão como referência, a variação da carga média dos outros multipletos é dada por :

$$\begin{aligned}\Delta\bar{q}_{\Lambda} &= \bar{q}_{\Lambda} - \bar{q}_N = 0 - 1/2 = - 1/2 \\ \Delta\bar{q}_{\Sigma} &= \bar{q}_{\Sigma} - \bar{q}_N = 0 - 1/2 = - 1/2 \\ \Delta\bar{q}_{\Xi} &= \bar{q}_{\Xi} - \bar{q}_N = - 1/2 - 1/2 = -1 \\ \Delta\bar{q}_{\Omega} &= \bar{q}_{\Omega} - \bar{q}_N = -1 - 1/2 = -3/2\end{aligned}$$

O número quântico de estranheza, S, foi definido como sendo o dobro desta variação :

$$S = 2 \cdot \Delta\bar{q}$$

obtendo-se valores inteiros, nulo para os nucleões e diferentes de zero para os hiperões:

$$\text{Nucleões: } S = 0; \text{ Hiperões } \Lambda \text{ e } \Sigma : S = -1; \text{ Hiperões } \Xi : S = -2$$

$$\text{Hiperões } \Omega : S = -3$$

Introduzamos agora o número bariônico, B, que, como vimos anteriormente, é  $B = +1$  para qualquer bárion,  $B = -1$  para qualquer antibárion e  $B = 0$  para todas as restantes partículas. Verifica-se imediatamente que a carga eléctrica dos



nucleões, em unidades elementares é dada por:

$$q = \frac{1}{2} B + T_z \quad (1.-1)$$

em que  $T_z$  é o número quântico de projecção do isospin.

A relação (1.-1) pode ser generalizada de modo a incluir as partículas em que o número quântico de estranheza é diferente de zero (designadas por partículas "estranhas"). Na realidade, substituindo em (1.-1) B por B+S, a carga eléctrica de qualquer barião, expressa em unidades elementares vem dada por:

$$q = \frac{1}{2} (B+S) + T_z$$

A soma (B+S) foi dada a designação de hipercarga, representada habitualmente por Y. Teremos, então, em substituição de (1.-1):

$$q = \frac{1}{2} Y + T_z \quad (1.-2)$$

O formalismo até agora construído não inclui os mesões que tal, como os bariões são partículas que sofrem interacções fortes (hadrons).

Para atribuir valores da estranheza e da hipercarga aos mesões, admitamos que aquele número quântico, dado pelo dobro da variação de carga, deve ser - tal como esta - uma quantidade que se conserva. Observemos, então, a seguinte reacção de interacção entre protões, experimentalmente observada (a um mínimo de 1,57 GeV) e calculemos o valor da estranheza em cada um dos seus membros:



$$\text{Estranheza, } S: 0 + 0 = 0 + (-1) + S_{K^+}$$

A conservação da estranheza exige que  $S_{K^+} = +1$ .

Argumentos análogos mostram que se deve atribuir também aos mesões  $K^0$  um valor da estranheza igual a +1 e, para as respectivas antipartículas,  $\bar{K}^-$  e  $\bar{K}^0$ , o valor -1. Estas atribuições são consistentes com todos os resultados experimentais observados.

No que respeita aos mesões  $\pi$  e  $\eta$ , os valores deduzidos para a estranheza são nulos. Isso foi deduzido tal como no caso anterior, a partir da reacção de interacção entre partículas, como a que a seguir se indica:



$$S: S_{\pi^-} + 0 = -1 + 1$$

O que mostra que  $S_{\pi^-} = 0$ . Análogamente se obtiveram valores nulos da estranheza

## FÍSICA NUCLEAR

para os mesões  $\pi^+$ ,  $\pi^0$  e  $\eta^0$ .

Como nos mesões, o número bariônico, B, é nulo segue-se que o número quântico de estranheza é igual à hipercarga, obtendo-se os valores que constam do Quadro VII -3

Quadro VII - 3

Estranheza e hipercarga das partículas com interações fortes  
(Hadrões)

Classe	Mesões (B=0)				Bariões (B=+1)				
	$\pi^+$ , $\pi^0$	$k^+$ , $k^0$	$\bar{k}^0$ , $\bar{k}^-$	$\eta^0$	$p^+$ , $n^0$	$\Lambda^0$	$\Sigma^+$ , $\Sigma^0$	$\Xi^0$ , $\Xi^-$	$\Omega^-$
Estranhezas, S	0	+1	-1	0	0	-1	-1	-2	-3
Hipercarga (Y=S+B)	0	+1	-1	0	+1	0	0	-1	-2

O conceito de estranheza foi introduzido para explicar certos comportamentos "estranhos" observados nas interações entre partículas elementares e foi originado a partir de várias propostas apresentadas independentemente por diversos autores (\*). Esses comportamentos dizem respeito às diferenças entre o intervalo de tempo de produção e de decaimento dos hiperões, bem como ao fenómeno da "produção associada". Na realidade, enquanto a produção de um hiperão utiliza, em média, cerca de  $10^{-23}$  s (isto é, aproximadamente o intervalo de tempo necessário para uma partícula relativista atravessar o diâmetro do núcleo), ele existe durante um intervalo de tempo da ordem de grandeza de  $10^{-10}$  s antes de decair, dando origem a partículas de menor massa.

(\*). A. Pais - Phys. Rev., 86, 663 (1952). M. Gell-Mann - Phys Rev, 92, 833 (1953). T. Nakato e K. Nishijima - Prog. Theor. Phys. (Kioto), 10, 581 (1953). M. Gell-Mann e A. Pais - "Teoretical views on the new particles" - Proc. Conf. Nucl. Meson Phys. (Glasgow, 1954), p.342 (Pergamon Press, Londres e Nova Iorque, 1955)



Hã , portanto, um factor da ordem de grandeza de  $10^{13}$  entre os intervalos de tempo de produção e de declínio (razão equivalente a 1 segundo em comparação com um milhão de anos ! ). Esta discrepância provem do facto de que a produção dos hiperões provem de uma interacção forte enquanto o declínio envolve uma interacção fraca . Exceptua-se o caso em que o declínio é do tipo eletromagnético , como se observa no hiperão  $\Sigma^0$  , de muito curta existência, que decai de modo traduzido pelo esquema:



O outro fenómeno "estranho" anteriormente referido - a " produção associada "- consiste no facto de que a produção de hiperões vem sempre associada à produção de mesões K, como é ilustrado pela reacção, já anteriormente apresentada da



quando aparentemente se poderia igualmente dar-se a reacção, aliás nunca observada, traduzida pelo esquema



Estes factos foram sistematizados introduzindo o princípio da conservação do número quântico de estranheza nas interacções fortes. Na realidade, consultando o quadro VII -3 verifica-se imediatamente que a última reacção escrita viola este princípio, enquanto a anterior o respeita. Quere dizer: como os hiperões têm um número quântico de estranheza negativa , o princípio de conservação exige que eles sejam produzidos em associação com partículas de estranheza positiva , isto é, os mesões K. Uma vez criadas, estas partículas estranhas envolvem independentemente uma das outras, não podendo decair através de interacção fortes para partículas de estranheza nula, visto que isso violaria o princípio da conservação da estranheza. Os seus declínios só poderão processar-se através de uma interacção fraca. Quere dizer :O declínio dos hiperões e dos mesões K é relativamente muito lento porque envolve uma quebra da conservação do número quântico de estranheza. Trata-se de um declínio através de uma interacção



## FÍSICA NUCLEAR

fraca sem emissão de leptões.

Seja, por exemplo, o declínio do hiperão  $\Sigma$ :



Estes declínios envolvem uma variação do número quântico de estranheza  $|\Delta s|=1$ .

Como se viu, o número quântico de estranheza está relacionado com a carga eléctrica, o número bariónico e o isospin através da expressão (1.-2):

$$q = \frac{1}{2} Y + T_z = \frac{1}{2} (B + S) + T_z$$

Como a carga eléctrica e o número bariónico são sempre conservados vem, da expressão anterior

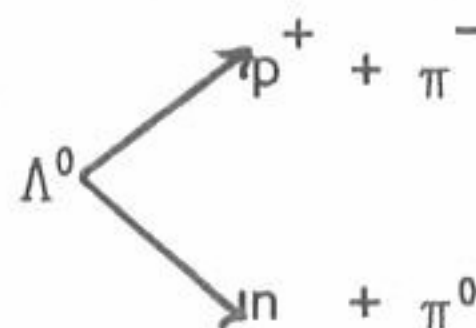
$$\frac{1}{2} \Delta s + \Delta T_z = 0$$

$$\text{de onde se obtém : } |\Delta s| = 2 |\Delta T_z|$$

Quer dizer: podemos caracterizar o declínio das partículas elementares através de uma interacção fraca pela variação do isospin dada por

$$|\Delta T_z| = \frac{1}{2}$$

Esta regra faz prever a possibilidade de declínio alternativos. Assim, por exemplo, o hiperão  $\Lambda^0$  poderá ter dois declínios ( cf. Quadro VII-2) :



Estes dois modos de declínio foram efectivamente observadas.

### 1.11- Paridade

A paridade é uma propriedade da função de onda que não tem qualquer equivalente clássico, sendo definida directamente a partir desta. Como se sabe

uma partícula ou sistema de partículas são descritas por uma função de onda  $\psi$  que define o seu estado quântico em termos das suas coordenadas de posição - genericamente designadas por  $\vec{r}$  - e da orientação do spin, representado pelo vector axial  $\vec{s}$ , que não muda de sinal quando se procede a uma inversão no espaço traduzida pela mudança  $\vec{r} \longrightarrow -\vec{r}$ .

Certas propriedades de uma partícula ou sistemas de partículas - tais como probabilidades de declínio ou de interacção - são afectadas pelo carácter da função de onda em relação a uma inversão no espaço. Devem, assim, distinguir-se funções espacialmente simétrica, tais que

$$\psi(\vec{r}, \vec{s}) = +\psi(-\vec{r}, \vec{s})$$

e funções espacialmente assimétricas, tais que

$$\psi(\vec{r}, \vec{s}) = -\psi(-\vec{r}, \vec{s})$$

Diz-se que as primeiras têm uma paridade positiva ou par e as segundas uma paridade negativa ou ímpar quando se procede a uma inversão do vector polar  $\vec{r} \longrightarrow -\vec{r}$ .

Quere dizer : a função de onda tem características bem determinadas quando se faz uma operação de simetria dos eixos coordenados em relação à origem: os vectores  $\vec{r}$  transformam-se em  $-\vec{r}$  e a função é tal que é sempre par ou ímpar:

$$\psi(-\vec{r}, \vec{s}) = \pm \psi(\vec{r}, \vec{s})$$

Define-se, então, um operador unitário, o operador paridade,  $P$ , tal que, actuando sobre a função de onda, troca-lhe o sinal de todas as coordenadas espaciais. Pelo que acima se viu, este operador tem apenas dois valores próprios,  $\pm 1$ .

Para um sistema de partículas em movimento não relativista, a paridade da sua função de onda pode ser factorizada no produto das paridades intrínsecas das partículas e a paridade associada ao movimento orbital em relação ao centro de referência. A paridade,  $\pi$ , de um estado compreendendo  $N$  partículas tendo, em conjunto  $(N-1)$  momentos angulares orbitais definidos,  $\ell_i$ , pode ser decomposto no produto:

$$\Pi_t = \left[ \prod_{i=1}^N \pi_i \right] \cdot \left[ (-1)^{\sum_{i=1}^{N-1} \ell_i} \right] \quad (1.-3)$$

## FÍSICA NUCLEAR

em que  $\pi_i$  é a paridade intrínseca das partículas e o segundo termo é devido à paridade orbital, como se mostrará no parágrafo seguinte.

## 1.11.1- Paridade orbital

A paridade associada com o movimento orbital pode ser elucidada do modo seguinte. Quando as coordenadas espaciais,  $\vec{r}$ , na função de onda que descreve o estado do sistema, são expressas em representação polar,  $\vec{r} = (r, \theta, \phi)$ , a inversão espacial, dada por  $\vec{r} \longrightarrow -\vec{r}$ , é dada pela transformação

$$r \longrightarrow r \quad ; \quad \theta \longrightarrow \pi - \theta \quad ; \quad \phi \longrightarrow \phi + \pi$$

Como se pode verificar na figura 65.

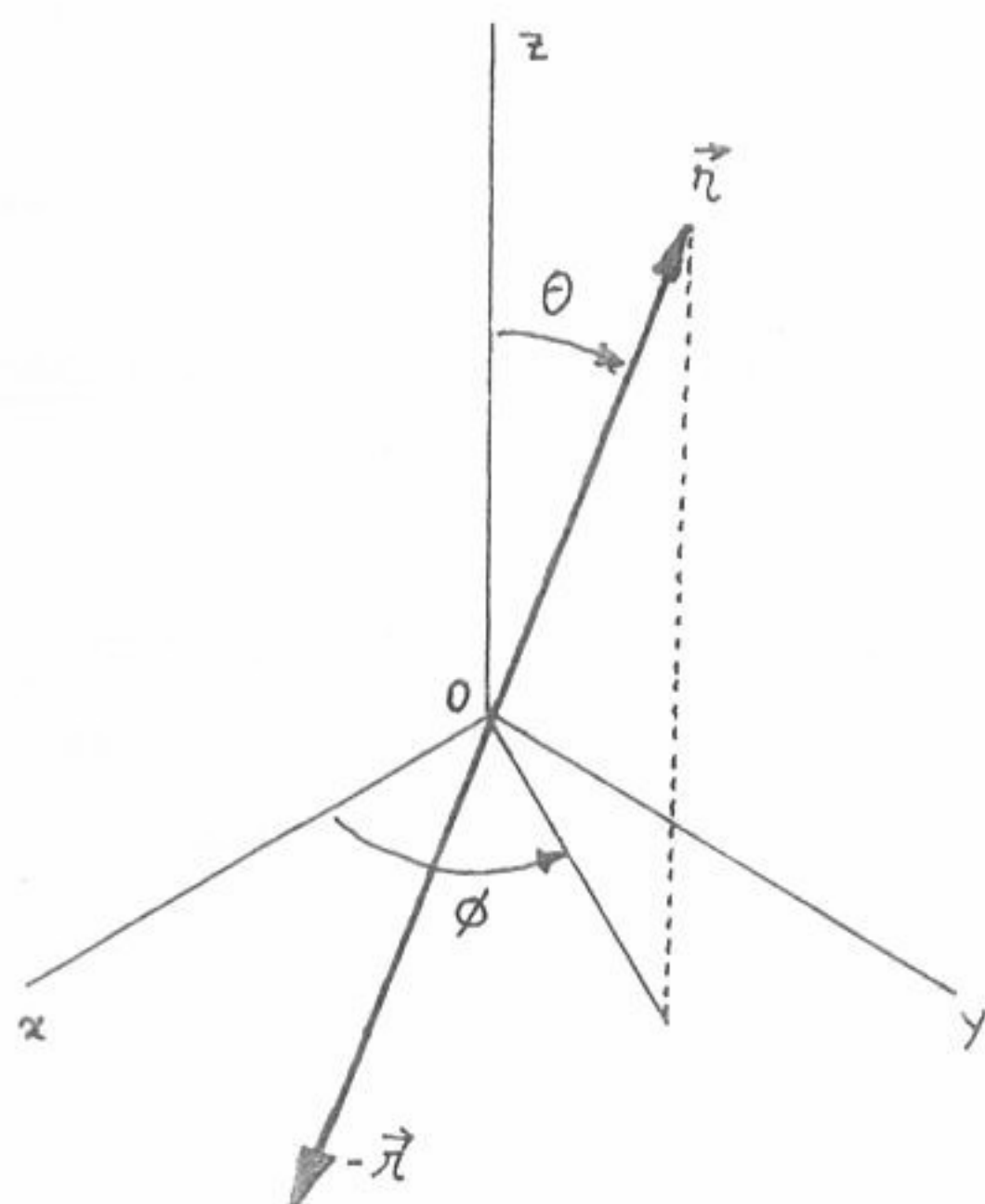


Fig.65 Inversão espacial  $r \longrightarrow -r$

Escrevendo a função de onda sob a forma

$$\psi(\vec{r}) = f(r) \cdot Y(\theta, \phi)$$

as características de paridade da função de onda recaem integralmente nas funções harmônicas esféricas  $Y(\theta, \phi)$ , visto que  $f(r)$  é uma componente simétrica na paridade.

As funções  $Y(\theta, \phi)$ , que são funções do número quântico de momento angular orbital,  $\ell$ , e de número quântico magnético  $m$ , são da forma:

$$Y_{\ell}^m(\theta, \phi) = (-1)^m \left[ \frac{2\ell+1}{4\pi} \cdot \frac{(\ell-|m|)!}{(\ell+|m|)!} \right]^{1/2} \cdot P_{\ell}^m(\cos\theta) e^{im\phi} \quad (1.-4)$$

em que  $P_{\ell}^m(\cos\theta)$  é a função associada de Legendre. Na transformação  $\theta \longrightarrow \pi - \theta$ , vem:

$$P_{\ell}^m[\cos(\pi - \theta)] = P_{\ell}^m(-\cos\theta) = (-1)^{\ell-m} P_{\ell}^m(\cos\theta)$$

Na transformação  $\phi \longrightarrow \pi + \phi$ , a exponencial existente em (1.-4) sofre a modificação dada por:

$$e^{im(\pi + \phi)} = e^{im\pi} e^{im\phi} = (-1)^m \cdot e^{im\phi}$$



O efeito total da transformação de paridade é portanto, multiplicar  $Y_{\ell}^m(\theta, \phi)$  por  $(-1)^{\ell-m} \cdot (-1)^m = (-1)^{\ell}$ . Em consequência disto,  $\psi(\vec{r})$  tem como paridade

$$\psi(\vec{r}) = (-1)^{\ell} \cdot \psi(-\vec{r}) \quad (1.-5)$$

A generalização deste argumento a um sistema de N partículas mostra que a paridade orbital do conjunto é dado por:

$$(-1)^{\sum_{i=1}^{N-1} \ell_i} \quad (1.-6)$$

o que justifica a expressão (1.-3)

### 1.11.2- Paridade intrínseca

A paridade intrínseca das partículas elementares é referida à dos nucleões, aos quais se convencionou atribuir uma paridade positiva ou par. Igualmente os electrões têm uma paridade intrínseca positiva. Com base naquela atribuição pôde concluir-se que os mesões  $\pi$ ,  $K$  e  $\eta$  têm paridade negativa.

Quanto aos hiperões, foi atribuída uma paridade positiva aos  $\Lambda$ , de onde se pode concluir que os hiperões  $\Sigma$ ,  $\Xi$  têm igualmente uma paridade intrínseca positiva.

## 2. - PROPRIEDADES QUÂNTICAS DOS ESTADOS NUCLEARES

### 2.1 - Níveis de Energia Nuclear

Do mesmo modo que os electrões num átomo são podem ocupar certos estados discretos de energia, o conjunto de nucleões que constituem um núcleo formam um sistema quântico, cujos estados de energia possíveis restringem-se a certos valores dentro de precisão estabelecida pelo princípio da indeterminação de Heisenberg. Obtêm-se, assim, diversos níveis nucleares discretos, designando-se por nível nuclear o estado quântico que se obtém quando A nucleões ( z protões + N neutrões) são agrupados para constituir um núcleo. O estado correspondente à mais baixa energia é o nível fundamental, que se toma como referência ( nível zero) na determinação das energias dos estados excitados, como anteriormente se viu.

O sistema total que se pretende estudar de modo a determinar as características dos níveis nucleares é o sistema

" nucleões + campos exteriores"

## FÍSICA NUCLEAR

designando por campos exteriores todo o campo que não seja o campo de forças nucleares, resultante da interacção dos nucleões entre si.

O hamiltoneano de um tal sistema escreve-se

$$H = H_{\text{part}} + H_{\text{int}} + H_c \quad (2.-1)$$

em que  $H_{\text{part}}$  descreve o núcleo considerado como isolado,  $H_{\text{int}}$  descreve a interacção dele com os campos exteriores e  $H_c$  descreve a estrutura interna dos campos exteriores quando esta é quantificada;  $H_c$  corresponde, assim, à energia eventualmente presente no campo sob a forma de fotões ou outras partículas.

Vamos, em primeiro lugar, desprezar  $H_{\text{int}}$  e  $H_c$  e estudar o sistema de nucleões que constitui o núcleo, submetido apenas ao campo de forças nucleares, descrito pelo hamiltoneano  $H_{\text{part}}$

## 2.2 - Estudo do Sistema Nuclear Isolado Descrito por $H_{\text{part}}$

Designemos por  $\vec{p}_k$  o momento linear do  $k$ -ésimo nucleão, por  $M$  a sua massa e por  $V$  o potencial de onde deriva o campo das forças nucleares; o hamiltoneano  $H_{\text{part}}$  será, então, dado por

$$H_{\text{part}} = \sum_k \frac{\vec{p}_k^2}{2M} + V \quad (2.-2)$$

O potencial  $V$  depende das  $3A$  coordenadas dos  $A$  nucleões, em que  $A$  é o número de massa do núcleo, podendo também depender, no caso geral, das derivadas em ordem ao tempo dessas coordenadas (velocidade dos nucleões) e, /mesmo, explicitamente do tempo.

A equação do movimento do sistema (equação de Schrödinger) escreve-se:

$$H_{\text{part}} \phi = i\hbar \frac{\partial \phi}{\partial t} \quad (2.-3)$$

em que a função de estado,  $\phi$ , depende das coordenadas dos  $A$  nucleões e do tempo.

Se o potencial não depender explicitamente do tempo, o que vamos admitir, poderemos separar, na função de onda, a parte espacial e temporal e resolver a equação aos valores próprios do operador hamiltoneano:

$$H_{\text{part}} \psi_n = E_n \psi_n \quad (2.-4)$$



Os valores de  $E_n$  (valores próprios do hamiltoniano  $H_{part}$ ) são os níveis de energia nucleares.

As funções de onda correspondentes,  $\phi_n$ , são, então, dadas por:

$$\phi_n = \psi_n e^{-\frac{i}{\hbar} E_n t} \quad (2.-5)$$

As funções  $\phi_n$  são soluções particulares da equação de Schrödinger. A solução geral é dada por uma combinação linear delas, dada por

$$\phi = \sum_n c_n \phi_n \quad (2.-6)$$

Os coeficientes  $c_n$  dependem do modo como o núcleo foi formado (condições iniciais) e são independentes do tempo. A probabilidade de encontrar o núcleo num estado de energia  $E_n$  é dado pelo quadrado do módulo do respectivo coeficiente,  $c_n$ .

### 2.3 - Constantes do Movimento

Como se sabe, se um operador comuta com o hamiltoniano de um sistema quântico e se esse operador não depende explicitamente do tempo, ele constitui uma constante do movimento. Isto significa que a determinação experimental da grandeza correspondente ao operador em questão, num estado próprio do sistema, fornece sempre o mesmo resultado, que é o valor próprio do operador no estado próprio considerado. Este valor próprio é designado por bom número quântico e pode servir para caracterizar o estado próprio do sistema.

A descrição completa de um nível de energia nuclear requer a especificação das seguintes grandezas:

- a) Energia de excitação,  $E$
- b) Momento angular total,  $I \propto J$
- c) Paridade,  $\pi$
- d) Vida-média,  $\tau$
- e) Isospin,  $T$



## FÍSICA NUCLEAR

2.4 - Momentos angulares Nucleares

O momento angular total do núcleo, num determinado estado, resulta do acoplamento dos momentos angulares dos nucleões que o constituem. Como anteriormente se referiu, ele é também designado por spin nuclear, o que provem do facto de se poder considerar o núcleo como um todo, constituindo uma partícula (caso, por exemplo, dos estudos no âmbito da Física Atómica).

Como se sabe da Mecânica Quântica, os momentos angulares de duas partículas, seja  $\vec{j}_1$  e  $\vec{j}_2$  dão origem a um momento angular total  $\vec{J}$ , tal que  $\vec{J} = \vec{j}_1 + \vec{j}_2$ . Designando por  $j_1$ ,  $j_2$  e  $J$  os números quânticos correspondentes a estes operadores vectoriais, os valores de  $J$  estão compreendidos dentro do intervalo:

$$|j_1 - j_2| \leq J \leq j_1 + j_2$$

diferindo os diferentes valores de  $J$  de uma unidade. Estes, tais como os valores de  $j_1$  e  $j_2$ , são múltiplos inteiros ou semi-inteiros de  $\hbar$ .

Consideremos, então, um conjunto de  $A$  nucleões; cada nucleão tem um vector momento angular orbital,  $\vec{l}_k$ , dado por  $\vec{l}_k = (\vec{r}_k \times \vec{p}_k)$ , em que  $\vec{r}_k$  é o seu vector de posição relativamente ao centro de referência e  $\vec{p}_k$  o momento linear. Ele tem, igualmente, um spin intrínseco,  $\vec{s}_k$ . O momento angular total do sistema é a soma de todos os momentos angulares que possuem os  $A$  nucleões. Os valores possíveis do número quântico do momento angular total deste sistema constituem um conjunto com um elevado número de elementos. Contudo, o valor de  $J$  (ou  $I$ ) que o sistema realmente tem, num determinado estado de energia, é único. Nestas condições é necessário saber escolher entre todos esses valores possíveis, qual o que realmente caracteriza o sistema em estudo.

Consideremos, por exemplo, o sistema simples de um neutrão e um protão girando em torno do centro de massa do sistema com um momento angular orbital relativo igual a  $1\hbar$ . Vejamos quais são os valores possíveis do momento angular total do sistema.

Como os spins do protão e do neutrão são iguais a  $1/2\hbar$ , o spin intrínseco total do sistema, designado por  $S$ , pode tomar os valores  $S = \frac{1}{2}\hbar + \frac{1}{2}\hbar = 1\hbar$  ou  $S = \frac{1}{2}\hbar - \frac{1}{2}\hbar = 0$ .

Cada um destes valores pode ser combinado com o momento angular orbi-

tal relativo do sistema,  $l=1\hbar$ , obtendo-se os seguintes valores:

$S = 1$	$l = 1$	$J = 2, 1, 0$
$S = 0$	$l = 1$	$J = 1$

Quere dizer: os valores possíveis do momento angular total do sistema considerado são :

$$0, 1\hbar, 2\hbar$$

O que determina o valor real de  $J$ , bem como a maneira como este  $J$  é composto, a partir dos momentos angulares dos nucleões individuais, é a força de interacção nuclear. Como, em geral, esta força é desconhecida, é necessário, em princípio partir dos chamados esquemas de acoplamento do momento angular. Eles podem ser diversos mas os mais utilizados são os dois conhecidos por acoplamento L-S e acoplamento j-j.

No esquema L-s somam-se, por um lado, os vectores  $\vec{l}_k$  que constituem os momentos angulares orbitais das partículas individuais do sistema e, por outro lado, somam-se os spins intrínsecos  $\vec{s}_k$  dessas partículas. Os vectores  $\vec{L}$  e  $\vec{S}$  resultantes dessas somas são, por sua vez, adicionados, dando origem ao vector momento angular,  $\vec{J}$ , como se indica:

$$\vec{J} = \sum_k \vec{l}_k + \sum_k \vec{s}_k = \vec{L} + \vec{S}$$

Suponhamos, como exemplo, duas partículas diferentes, cada uma delas com um momento orbital  $l_k$  em relação a um ponto fixo e spin igual a  $1/2 \hbar$ . Vejamos, em primeiro lugar, como representar os estados gerados pelo acoplamento L - S. Neste acoplamento, o estado geral é representado pelo vector de estado:

$$|(l_1, l_2) L; (s_1, s_2) S; JM_J\rangle$$

que significa que os dois momentos angulares orbitais foram acoplados, dando origem a L, os dois spin foram também acoplados, originando S e, finalmente, deu-se a união de L com S, gerando o momento angular total  $J$ , de projecção  $M_J$ .

Concretizemos agora o problema atribuído aos  $l_k$  os valores seguintes:  $l_1 = l_2 = 1$ . Os valores possíveis de L, em unidades  $\hbar$ , são: 0, 1 e 2; análogamente, com  $s_1 = s_2 = 1/2$ , os valores possíveis de S são 0 e 1. Os estados possíveis, a partir destes valores L e S, são em grande número (36) e constam do quadro VII-4. Os números quânticos respectivos foram obtidos a partir das relações:



## Quadro VII-4

## Exemplo de Esquema de Acoplamento L-S

$\ell_1$	$\ell_2$	L	$s_1$	$s_2$	S	J	$m_J$
1	1	0	1/2	1/2	0	0	0
1	1	0	1/2	1/2	1	1	1
1	1	0	1/2	1/2	1	1	0
1	1	0	1/2	1/2	1	1	-1
1	1	1	1/2	1/2	0	1	1
1	1	1	1/2	1/2	0	1	0
1	1	1	1/2	1/2	0	1	-1
1	1	1	1/2	1/2	1	0	0
1	1	1	1/2	1/2	1	1	1
1	1	1	1/2	1/2	1	1	0
1	1	1	1/2	1/2	1	1	-1
1	1	1	1/2	1/2	1	1	2
1	1	1	1/2	1/2	1	2	1
1	1	1	1/2	1/2	1	2	0
1	1	1	1/2	1/2	1	2	-1
1	1	1	1/2	1/2	1	2	-2
1	1	2	1/2	1/2	0	2	2
1	1	2	1/2	1/2	0	2	1
1	1	2	1/2	1/2	0	2	0
1	1	2	1/2	1/2	0	2	-1
1	1	2	1/2	1/2	0	2	-2
1	1	2	1/2	1/2	1	1	1
1	1	2	1/2	1/2	1	1	0
1	1	2	1/2	1/2	1	1	-1
1	1	2	1/2	1/2	1	2	2
1	1	2	1/2	1/2	1	2	1
1	1	2	1/2	1/2	1	2	0
1	1	2	1/2	1/2	1	2	-1
1	1	2	1/2	1/2	1	2	-2
1	1	2	1/2	1/2	1	3	3
1	1	2	1/2	1/2	1	3	2
1	1	2	1/2	1/2	1	3	1
1	1	2	1/2	1/2	1	3	0
1	1	2	1/2	1/2	1	3	-1
1	1	2	1/2	1/2	1	3	-2
1	1	2	1/2	1/2	1	3	-3



$$|l_1 - l_2| \leq L \leq l_1 + l_2$$

$$|s_1 - s_2| \leq S \leq s_1 + s_2$$

$$|L - S| \leq J \leq L + S$$

$$-J \leq M_J \leq J$$

O conjunto de estados obtidos pode servir de base à descrição do sistema, isto é, o estado em que o sistema realmente se encontra poderá ser uma combinação linear dos estados incluídos naquele conjunto.

No outro esquema de acoplamento, conhecido por acoplamento j-j, os vectores  $\vec{s}$  e  $\vec{l}$  de cada partícula são previamente adicionados, constituindo o momento angular total da partícula,  $\vec{j}$ . Os diferentes  $\vec{j}$  são então somados, estendendo-se o somatório a todas as partículas, dando origem ao momento angular total,  $\vec{J}$ , do conjunto.

Voltemos a estudar o sistema simples anterior constituído por duas partículas de momento angular orbital  $l_k$  em relação a um ponto fixo e um spin igual a  $1/2 \hbar$ ; concretizemos a determinação do número de estados possíveis, com o esquema de acoplamento j-j, supondo  $l_1 = l_2 = 1\hbar$ .

O estado geral do sistema no acoplamento j-j é representado pelo vector de estado

$$|(l_1, s_1) j_1 (l_2, s_2) j_2 ; JM_J\rangle$$

Como  $l_1 = 1\hbar$  e  $s_1 = 1/2 \hbar$ , os valores possíveis de  $j_1$  são:

$$j_1 = 1/2 \hbar \text{ e } 3/2 \hbar$$

e análogamente para  $j_2$ .

Com estes valores de  $j_1$  e  $j_2$  podem construir-se os estados que constam do quadro VII-5 e que, são, tal como no esquema de acoplamento L-S, em número de 36.

Os números quânticos que os caracterizam obedecem agora às condições:

$$|l_1 - s_1| \leq j_1 \leq l_1 + s_1$$

$$|l_2 - s_2| \leq j_2 \leq l_2 + s_2$$

$$|j_1 - j_2| \leq J \leq j_1 + j_2$$

$$-J < M_J < J$$

Do mesmo modo que anteriormente, este conjunto de estados pode servir de base à descrição do sistema.

Vejamos agora como variam os momentos angulares totais dos núcleos ao longo do quadro de Segrè. Verificam-se experimentalmente que todos os núclidos de número de massa par têm um momento angular total  $I = n\hbar$ , com  $n$  inteiro. Se além de  $A$  ser par, o número atômico,  $z$ , também o for (núcleos par-par), verifica-se que o momento angular total do núcleo, no seu estado fundamental é sempre nulo.

Para os núcleos de  $A$  ímpar verificam-se que

$$I = (n + 1/2) \hbar \quad \text{com } n \text{ inteiro.}$$

Nos estados excitados do núcleo, os momentos angulares totais mudam, em geral, de valor, mas o seu carácter inteiro ou semi-inteiro mantém-se. Estas observações sistemáticas tiveram profundas implicações na construção dos modelos teóricos que procuram descrever a estrutura nuclear, em particular o modelo do núcleo em camadas de partícula independente.

O momento angular total constitui uma das constantes de movimento do núcleo. Note-se, no entanto, que é por vezes necessário decompor, na descrição do núcleo através dos modelos nucleares, o hamiltoniano que descreve o núcleo em dois ou mais hamiltonianos parciais. Estes últimos podem não ser invariantes por rotação, isto é, em relação a todas as rotações possíveis; eles poderão, no entanto, ser invariantes em relação às rotações em torno de um eixo particular. Neste caso, o hamiltoniano parcial comuta com a projecção do momento angular sobre este eixo e, assim, esta projecção será uma constante de movimento parcial.

## 2.5 - Paridade do Núcleo

Discutimos atrás o conceito geral de paridade e examinámos o problema da paridade das partículas elementares. Consideremos agora o caso particular do núcleo. Em primeira aproximação, a função de onda  $\psi$ , para cada estado nuclear, pode ser escrita como um produto das funções de onda das partículas individuais



Quadro VII-5

Exemplo de Esquema de acoplamento j-j

$\ell_1$	$s_1$	$j_1$	$\ell_2$	$s_2$	$j_2$	$J$	$M_J$
1	1/2	1/2	1	1/2	1/2	0	0
1	1/2	1/2	1	1/2	1/2	1	1
1	1/2	1/2	1	1/2	1/2	1	0
1	1/2	1/2	1	1/2	1/2	1	-1
<hr/>							
1	1/2	1/2	1	1/2	3/2	1	1
1	1/2	1/2	1	1/2	3/2	1	0
1	1/2	1/2	1	1/2	3/2	1	-1
<hr/>							
1	1/2	1/2	1	1/2	3/2	2	2
1	1/2	1/2	1	1/2	3/2	2	1
1	1/2	1/2	1	1/2	3/2	2	0
1	1/2	1/2	1	1/2	3/2	2	-1
1	1/2	1/2	1	1/2	3/2	2	-2
<hr/>							
1	1/2	3/2	1	1/2	1/2	1	1
1	1/2	3/2	1	1/2	1/2	1	0
1	1/2	3/2	1	1/2	1/2	1	-1
<hr/>							
1	1/2	3/2	1	1/2	1/2	2	2
1	1/2	3/2	1	1/2	1/2	2	1
1	1/2	3/2	1	1/2	1/2	2	0
1	1/2	3/2	1	1/2	1/2	2	-1
1	1/2	3/2	1	1/2	1/2	2	-2
<hr/>							
1	1/2	3/2	1	1/2	3/2	0	0
<hr/>							
1	1/2	3/2	1	1/2	3/2	1	1
1	1/2	3/2	1	1/2	3/2	1	0
1	1/2	3/2	1	1/2	3/2	1	-1
<hr/>							
1	1/2	3/2	1	1/2	3/2	2	2
1	1/2	3/2	1	1/2	3/2	2	1
1	1/2	3/2	1	1/2	3/2	2	0
1	1/2	3/2	1	1/2	3/2	2	-1
1	1/2	3/2	1	1/2	3/2	2	-2
<hr/>							
1	1/2	3/2	1	1/2	3/2	3	3
1	1/2	3/2	1	1/2	3/2	3	2
1	1/2	3/2	1	1/2	3/2	3	1
1	1/2	3/2	1	1/2	3/2	3	0
1	1/2	3/2	1	1/2	3/2	3	-1
1	1/2	3/2	1	1/2	3/2	3	-2
1	1/2	3/2	1	1/2	3/2	3	-3



## FÍSICA NUCLEAR

que nele se encontram, seja  $\psi_i$  :

$$\Psi = \prod_i \psi_i$$

Nestas condições, a paridade nuclear é determinada pelo produto das paridades individuais. A função de onda de um estado tendo paridade positiva é, assim, simétrica em relação à inversão das coordenadas espaciais dos nucleões, enquanto uma paridade negativa implica um carácter antissimétrico.

Dever-se-à esperar que os núcleos par-par tenham, no estado fundamental, uma paridade positiva, o que é verificado pela experiência. A paridade dos núcleos de A ímpar, no estado fundamental, é dada por  $(-1)^{l_i}$ , em que  $l_i$  é o número quântico de momento angular orbital do nucleão desemparelhado. Núcleos ímpar-ímpar, no seu estado fundamental, têm uma paridade que é o produto das paridade do neutrão desemparelhado e do próton desemparelhado, isto é :

$$\pi = (-1)^{l_n + l_p}$$

Como veremos, as paridades dos núcleos, nos seus diferentes estados, desempenham um papel fundamental nas restrições às transições possíveis entre estados nucleares, isto é, nas regras de selecção para as transições nucleares.

## 2.6 - Não Conservação da Paridade no Declínio Beta

Procurou-se averiguar se a conservação da paridade constituiria mais um princípio fundamental da natureza, como os princípios da conservação da energia e do momento angular, por exemplo.

Numa experiência que ficou célebre, não apenas pela dificuldade da sua execução mas igualmente pelas implicações que trouxe para a compreensão dos processos nucleares e sub-nucleares, a Senhora Wu e seus colaboradores (\*) mostraram que, efectivamente, a paridade não se conserva no declínio beta, o mesmo acontecendo em todos os processos microfísicos designados por interacções fracas.

Comecemos por notar que uma operação de inversão de paridade é equivalente à obtenção de uma imagem num espelho do sistema físico. Para o verificar examinemos a figura 66.

(\*) C. S. Wu, E. Ambler, R. W. Hayard, D. D. Hopes e R. P. Hudson - Phys. Rev., 105, 1413 (1957)

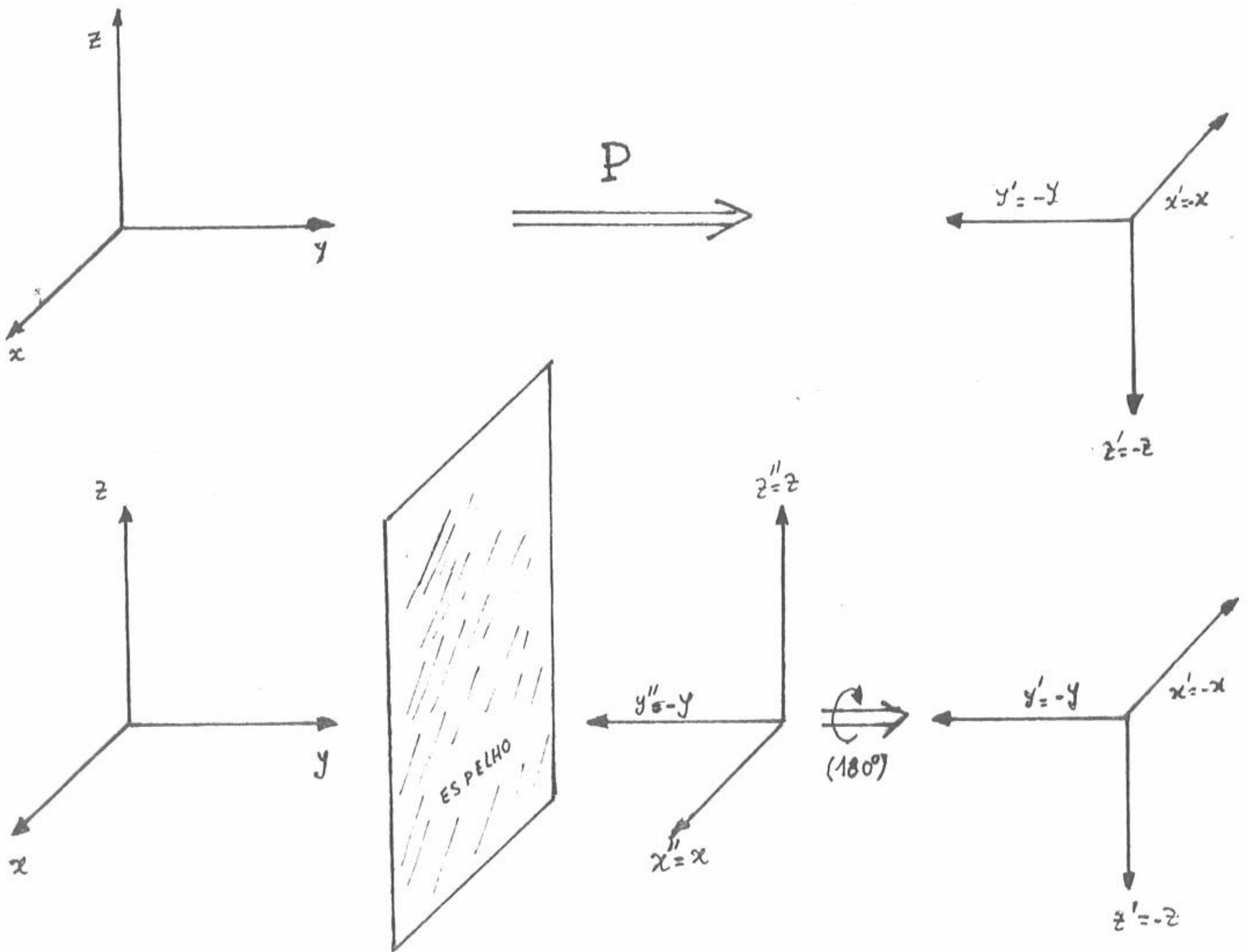


Fig. 66 - Comparação entre uma operação de paridade e obtenção de uma imagem num espelho

Como se vê na figura, a operação de inversão de paridade

$$P: \vec{r} \Longrightarrow -\vec{r}$$

ou seja

$$(x, y, z) \Longrightarrow (-x, -y, -z)$$

é equivalente à obtenção de uma imagem num espelho

$$(x, y, z) \Longrightarrow (x, -y, z)$$



## FÍSICA NUCLEAR

visto que o sistema que assim se obtém só difere do sistema  $(-x, -y, -z)$  por uma rotação de  $\pm 180^\circ$  em torno de eixo  $y' = -y$ , a qual é fisicamente invariante: em qualquer dos casos, um sistema de coordenadas de sentido directo é transformado num sistema de coordenadas de sentido inverso. Nestas condições, uma não conservação da paridade é equivalente à existência de uma assimetria entre um sistema físico e a sua imagem, ou seja, uma assimetria direito-esquerdo.

A famosa experiência de Wu e colaboradores empregou um dispositivo que permite uma comparação directa do comportamento experimental num sistema com o comportamento experimental num outro sistema, simétrico do primeiro (isto é, a sua "imagem").

Consideremos a emissão de partículas beta por núcleos polarizados, isto é, com o seu momento angular total apontado numa determinada direcção e sentido, como se representa na figura 67. A imagem num espelho desta disposição (fig. 68) inverte o sentido da rotação e, portanto, do pseudo-vector momento angular total;



Fig 67 - Emissão por núcleos polarizados

contudo, a direcção de emissão não muda. Nestas condições, havendo conservação de paridade as probabilidades de decaimento nuclear devem ser as mesmas; isto é, a taxa de emissão de partículas beta no sentido antiparalelo ao momento angular total deverá ser igual à taxa de emissão quando o sentido desta é o do momento angular total. Os resultados experimentais obtidos mostraram, contudo, uma clara assimetria entre as duas emissões, mostrando, com toda a evidência uma violação de conservação da paridade.

A experiência original realizada por Wu e colaboradores foi efectuada a partir do decaimento beta  $^{60}\text{Co}$ . Este núclido decai através de uma transição permitida de Gamow-Teller ( $\Delta I=1$ ;  $\Delta\pi=\text{não}$ ). Os resultados obtidos no estudo experimental desta emissão, com núcleos polarizados, mostraram que ela se produz preferencialmente no sentido oposto ao do momento angular total do núcleo, o que equivale a afirmar que o pseudo-escalar  $(\vec{v} \cdot \vec{I})$ , obtido por meio do produto escalar da velocidade dos electrões e do momento angular total do núcleo é diferente de zero. O dispositivo experimental que permitiu esta conclusão encontra-se esquematizado na figura 69.



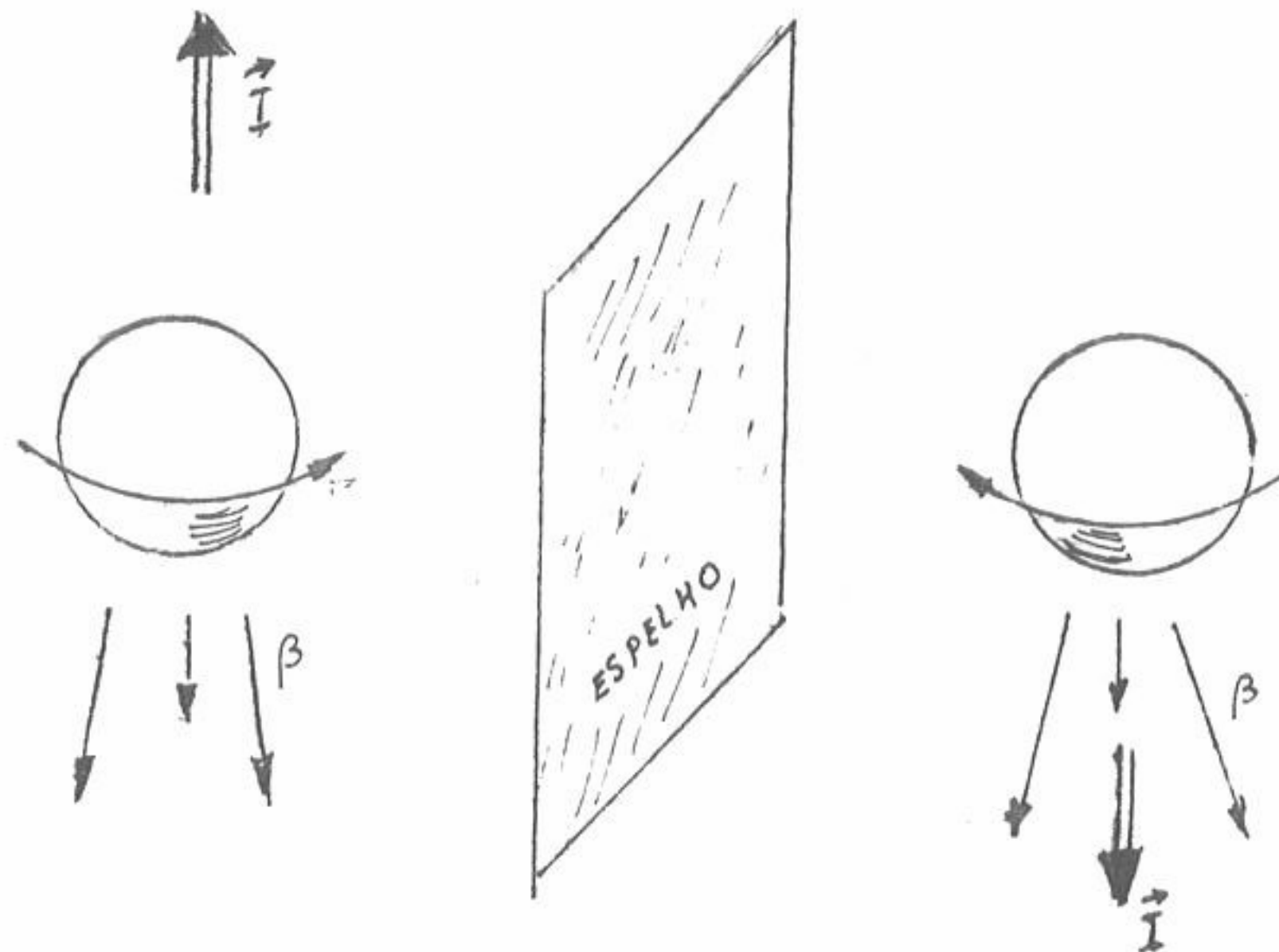


Fig 68 - Emissão de partículas  $\beta$  por núcleo polarizados e sua 'imagem' num espelho.

Como acima se referiu, a experiência exige que os núcleos de  $^{60}\text{Co}$  se encontrem alinhados. Para conseguir esse objectivo reduziu-se o mais possível a agitação térmica dos núcleos colocando-os num ambiente à temperatura de  $0,01^\circ \text{K}$ .

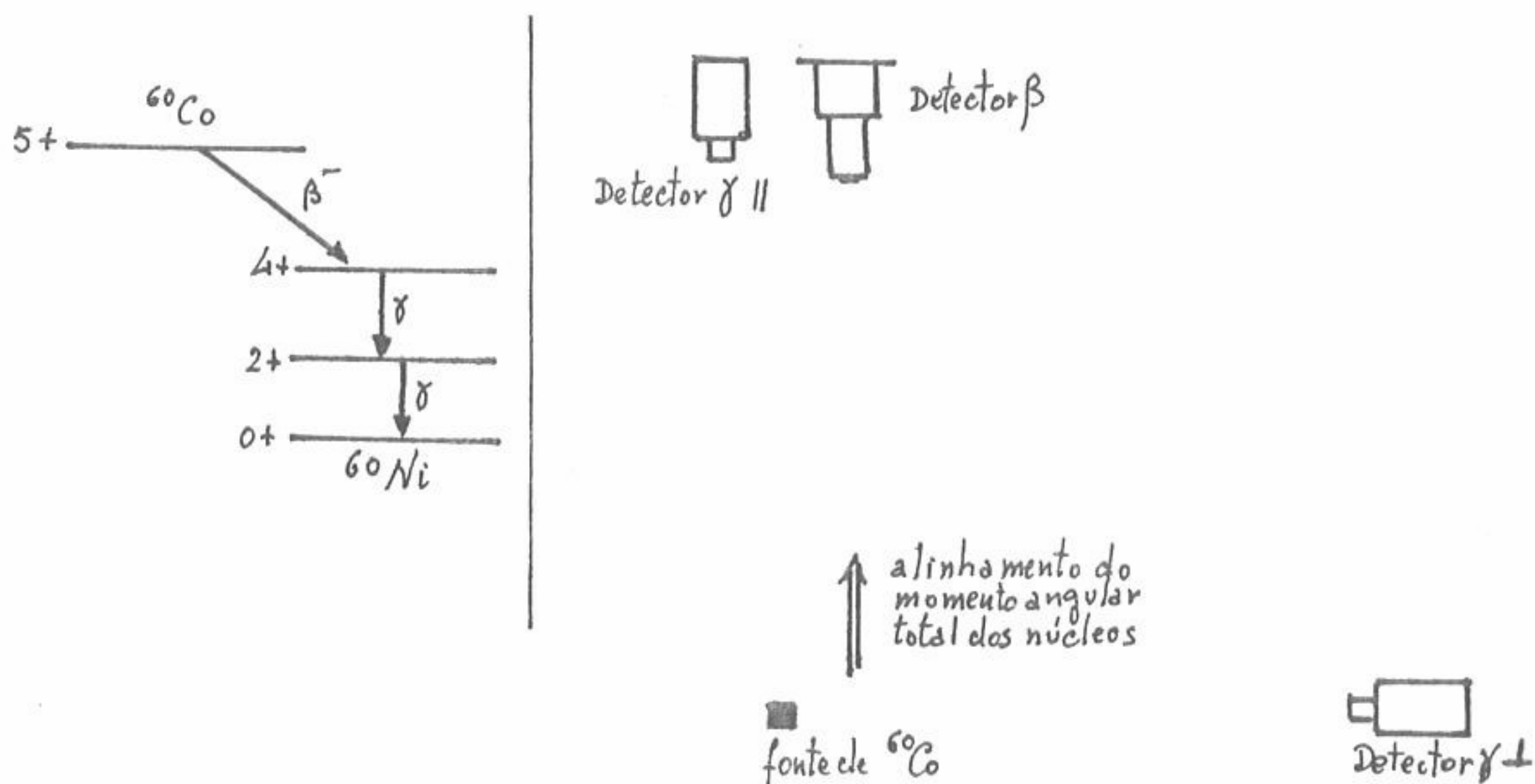


Fig. 69 - Esquemas de decaimento do  $^{60}\text{Co}$  e da montagem experimental usada no estudo da violação da paridade.

## FÍSICA NUCLEAR

Por outro lado, o momento angular dos núcleos é orientado por meio dum campo magnético de direcção conveniente.

Como não era possível manter a fonte à temperatura de  $0,01^{\circ}$  K por mais de seis a oito minutos, utilizou-se a emissão gama como indicador do grau de alinhamento dos núcleos de  $^{60}\text{Co}$ . Na realidade, a emissão gama é, em geral anisótropa (como se estudará no capítulo seguinte), sendo a medida dessa anisotropia dada por

$$\frac{A_{\text{an}}}{A} = \frac{N_{\gamma}^{\perp} - N_{\gamma}^{\parallel}}{N_{\gamma}^{\perp}}$$

em que  $N_{\gamma}^{\perp}$  e  $N_{\gamma}^{\parallel}$  são as taxas de contagem nos dois detectores indicados no esma da figura 69. A determinação de  $\frac{A_{\text{an}}}{A}$  permite conhecer o grau de alinhamento da fonte no decurso do tempo.

Simultaneamente realizou-se a medição da taxa de emissão beta, alinhando-se o momento angular total dos núcleos num e noutro sentido, o que corresponde à realização da experiência num dado referencial e na sua imagem num espelho, como anteriormente se mostrou. As determinações experimentais conduziram aos resultados que constam dos gráficos da figura 70.

Verificou-se, assim, experimentalmente que, enquanto os núcleos de  $^{60}\text{Co}$  se encontram polarizados (o que é revelado pela anisotropia da emissão gama), existe uma assimetria entre as emissões de partícula beta nos sentidos antiparalelo e paralelo do momento angular total dos núcleos. A assimetria beta normalizada

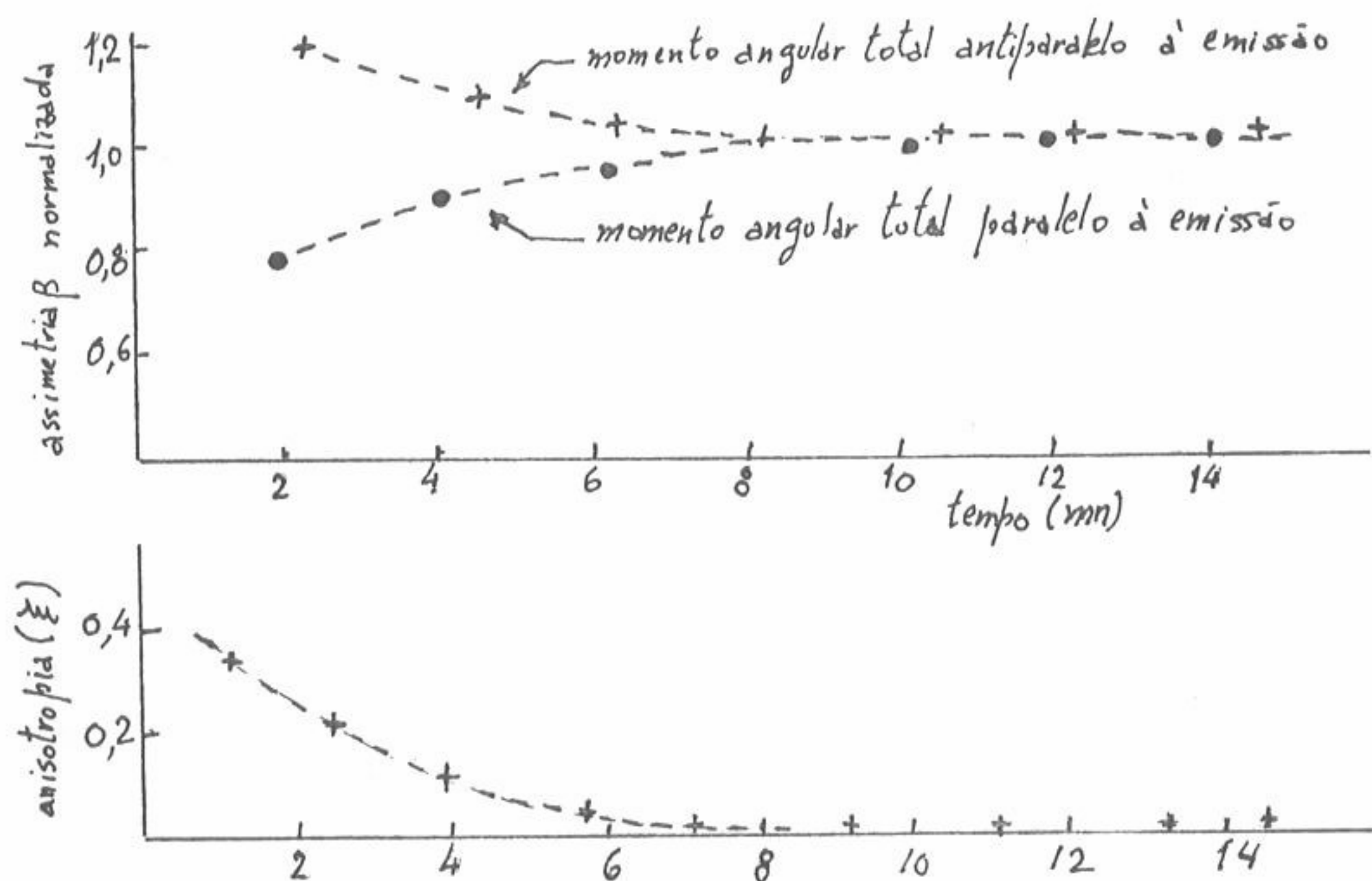


Fig 70 - Representação gráfica dos resultados experimentais obtidos na verificação da violação da paridade



é calculada dividindo a taxa de contagem medida num determinado instante pela taxa de contagem obtida quando os núcleos já não se encontram polarizados, devido a um aumento de temperatura do ambiente em que estão localizados.

Os resultados obtidos mostram que, no decaimento beta, a paridade é violada visto que a emissão se produz, de preferência, num certo sentido (o antiparalelo à orientação do momento angular total do núcleo).

Note-se que a anteriormente assinalada anisotropia da emissão gama não corresponde a qualquer violação da paridade, visto que ela não implica uma assimetria em relação ao plano equatorial, como se mostra no esquema da figura 71. Neste esquema, compara-se a assimetria da emissão beta com a anisotropia da emissão gama.

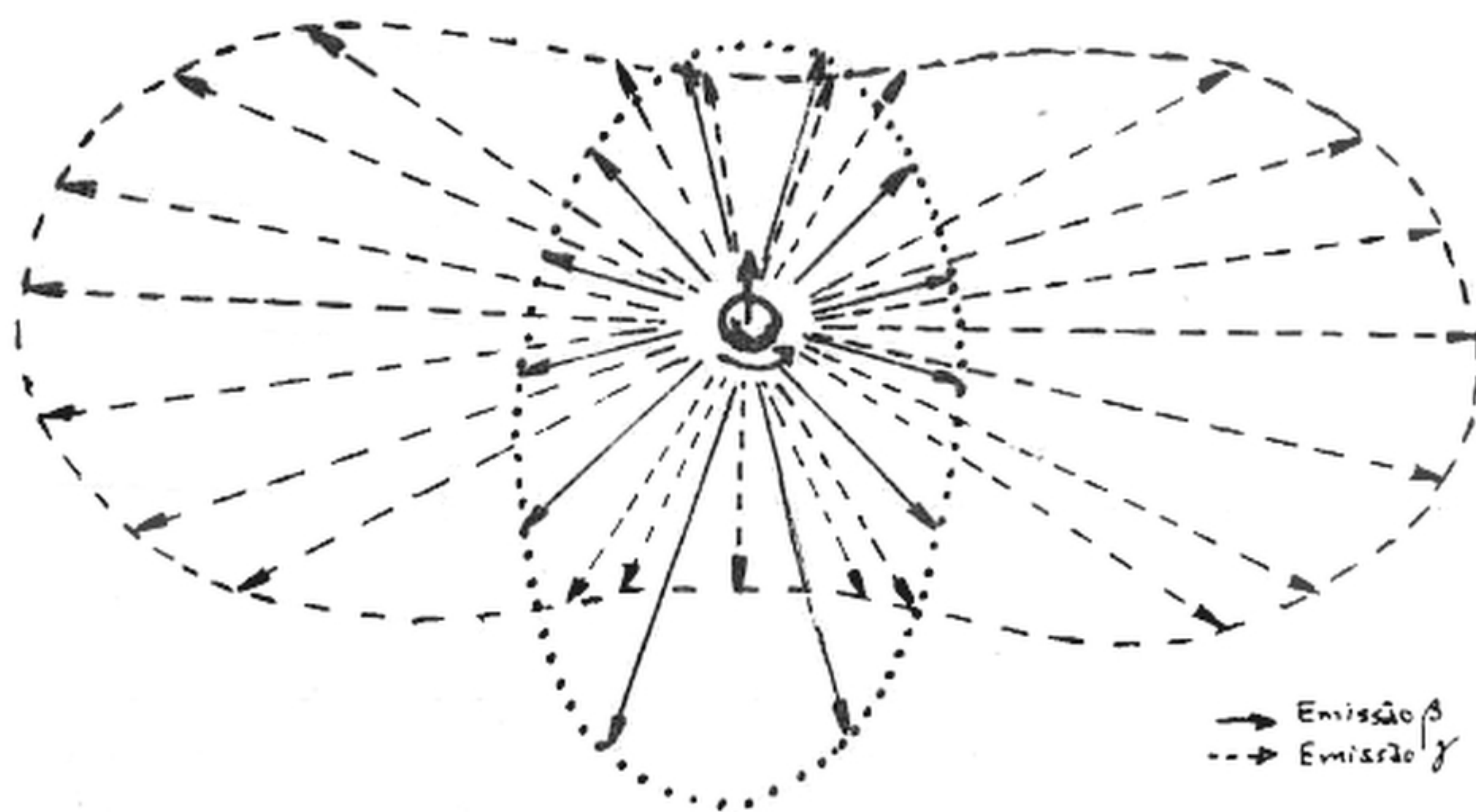


Fig. 71 - Comparação da assimetria da emissão  $\beta$  com a anisotropia da emissão  $\gamma$  na interpretação da experiência de Wu e colaboradores sobre a violação da paridade. (As setas têm um comprimento proporcional à intensidade da emissão na direcção e sentido por elas indicadas).

Quere dizer, esta última emissão, embora fortemente anisotropa é simétrica em relação a um plano normal ao eixo quantificado, o que está de acordo com a conservação da paridade nas interacções electromagnéticas.

Após esta referência à não conservação da paridade no decaimento beta voltamos ao estudo das grandezas que caracterizam um nível nuclear. Entre as an-



## FÍSICA NUCLEAR

teriormente citadas, falta ainda considerar a vida-média e o isospin; a primeira já foi anteriormente tratada e sê-lo-ã novamente mais adiante; por agora, estudemos, então, a segunda.

2.7 - Isospin de um Nível Nuclear

O conceito de isospin, que anteriormente introduzimos em relação às partículas elementares, foi estendido ao núcleo, nos seus diferentes estados, procurando-se associar a cada um destes um determinado valor de isospin. Este formalismo veio explicar e sistematizar certas analogias existentes entre estados de núcleos isobáricos e revelou-se um auxiliar importante nos estudos de estrutura nuclear, principalmente na região dos núcleos "leves".

Começemos por considerar dois núcleos - espelhos, os quais diferem, como se sabe, apenas na troca de um neutrão por um próton ou vice-versa, por exemplo, o  ${}^7_3\text{Li}$  e o  ${}^7_4\text{B}$ . Os esquemas dos seus níveis excitados é muito semelhante, como se revela na figura 72, quer no que respeita às energias de excitação quer aos valores de momento angular total e paridade.

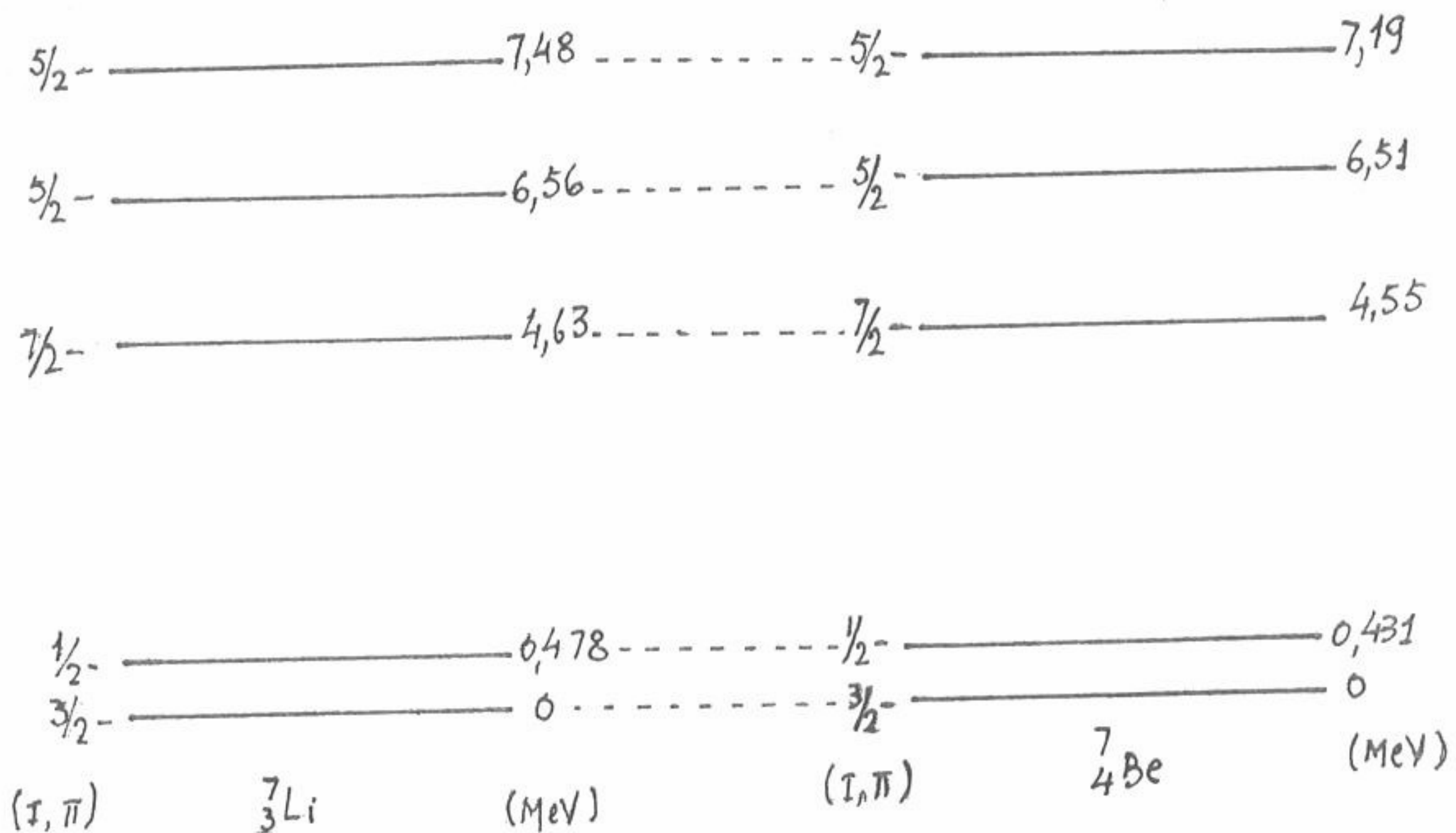


Fig. 72 - Esquemas de níveis de dois núclidos isóbaros ( ${}^7\text{Li}$  e  ${}^7\text{Be}$ )

Analogias do mesmo tipo, embora menos nítidas no que respeita às energias de excitação, encontram-se noutros pares de núcleos-espelhos, como o par  ${}^{13}_6\text{C}$ - ${}^{13}_7\text{N}$  cujos esquemas de níveis se representam na figura 73.

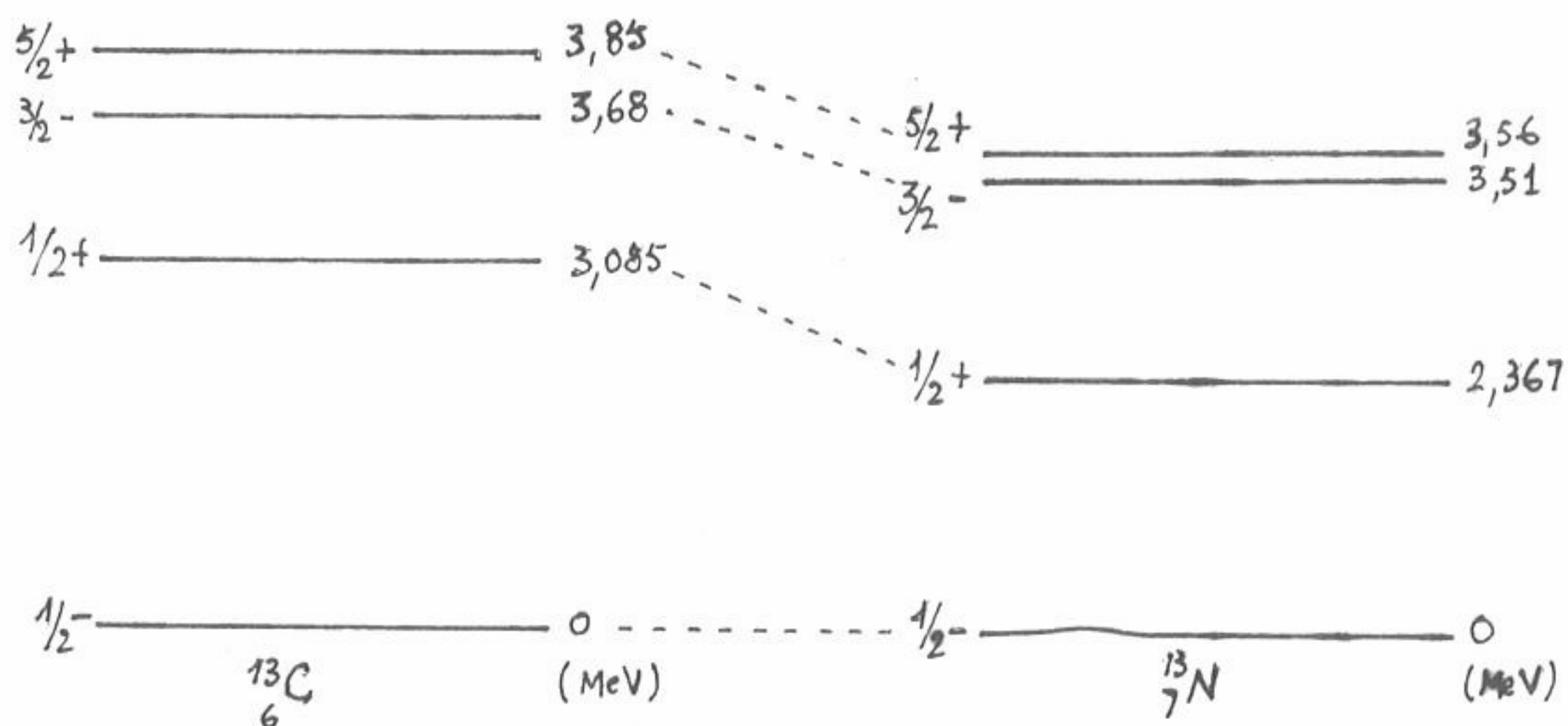


Fig. 73 - Esquema de níveis de dois núclidos isóbaros ( $^{13}\text{C}$  e  $^{13}\text{N}$ )

Estes factos deram origem ao conceito de estados isobáricos análogos ou estados isoanálogos, introduzindo o número quântico de isospin,  $T$ , de um estado nuclear.

Para um dado núcleo, qualquer que seja o seu estado, define-se um número quântico da projecção do isospin,  $T_z$ , dado por:

$$T_z = \frac{1}{2} (Z - N) \quad (2.-7)$$

(Repare-se que esta definição é consistente com os valores de  $T_z = + 1/2$  e  $T_z = -1/2$  atribuídos, respectivamente, ao protão e ao neutrão).

O valor do isospin,  $T$ , de um nível pertencente a um núcleo, com um certo valor de  $T_z$  é, assim,  $T \gg |T_z|$ . Por outro lado num conjunto de isóbaros correspondentes a um certo valor  $A$  do número de massa, haverá um - designado genericamente por  $X$  - que terá o valor máximo de  $T_z$ :

$$(T_z)_{\text{máximo}} = T = \frac{1}{2} (Z_X - N_X) \quad (2.-8)$$

Existirão, então,  $(2T + 1)$  estados que constituem um multiplete isobárico. Um exemplo disto, são os estados pertencentes aos isóbaros adjacentes  $^{14}\text{C}$ ,  $^{14}\text{N}$ ,  $^{14}\text{O}$ , os quais têm, como imediatamente se verifica, os valores de  $T_z$  dados

## FÍSICA NUCLEAR

por:

$$T_z(^{14}\text{C}) = -1 \quad ; \quad T_z(^{14}\text{N}) = 0 \quad ; \quad T_z(^{14}\text{O}) = +1$$

Os esquemas de níveis destes núclidos constam da figura 74.

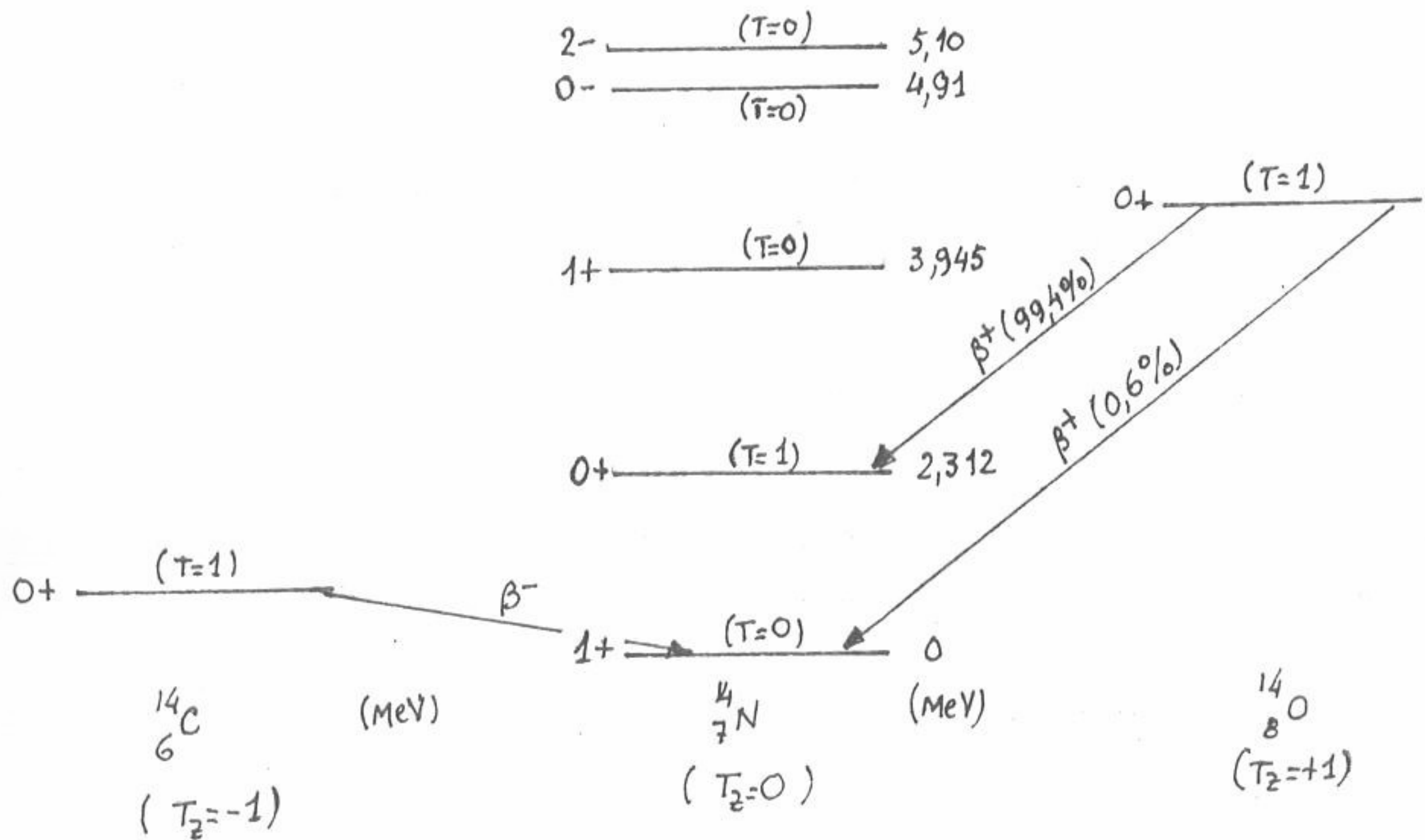


Fig. 74 - Exemplo de aplicação do formalismo do isospin nuclear

Os níveis do  $^{14}\text{C}$  e  $^{14}\text{O}$  só poderão ter valores de isospin  $T \geq |T_z| = 1$ , enquanto o  $^{14}\text{N}$  poderá ter níveis com  $T=0$ . Por outro lado, o esquema de níveis destes três núclidos exibem certas semelhanças no que respeita a momentos angulares totais e paridades. Semelhanças em energia são igualmente aparentes quando se entra em consideração com as diferenças de massa e de interação coulombiana existentes entre os três núclidos. Assim, tomando como referência o estado fundamental do  $^{14}\text{N}$ , o seu primeiro estado excitado tem a energia de 2,312 MeV e os estados fundamentais do  $^{14}\text{C}$  e do  $^{14}\text{O}$  têm, respectivamente, 2,36 MeV e 2,44 MeV, considerando as diferenças acima referidas. Note-se, por outro lado, que estes três níveis têm todos um momento angular total e uma paridade 0+. Repare-se ainda que o  $^{14}\text{O}$  decai para o  $^{14}\text{N}$  por decaimento  $\beta^+$ , mas o decaimento para o primeiro estado excitado deste núcleo ocorre em 99,4% das desintegrações.



Todos estes factos revelam uma grande semelhança entre os níveis fundamentais do  $^{14}\text{C}$  e do  $^{14}\text{O}$  e o primeiro nível excitado do  $^{14}\text{N}$ , o que levou a considerá-los como estados isoanálogos, constituindo os membros de um tripleto com o número quântico de isospin,  $T=1$ . Recorde-se que esta atribuição está de acordo com o facto de que o número quântico de isospin que podem ter os níveis do  $^{14}\text{C}$  e do  $^{14}\text{O}$  é justamente o valor  $T=1$ . O estado fundamental do  $^{14}\text{N}$  constitui um singuleto, com  $T=0$ . Igualmente foi atribuído, aos restantes níveis do  $^{14}\text{N}$ , o valor de  $T=0$ . Tais atribuições de isospin são feitas através de uma comparação pormenorizada das propriedades dos níveis de energia correspondentes em grupos de isóbaros, tendo em conta o valor  $T_z$  de cada núcleo e as previsões teóricas baseadas em modelos nucleares. Igualmente o estudo das reações de dispersão, pelos núcleos, de partículas cujo isospin é conhecido, permite distinguir entre os diversos valores possíveis do isospin dos seus estados excitados, tendo em conta o valor de  $T_z$  tratando o isospin como um número quântico bem definido nas interacções fortes. O desenvolvimento deste formalismo sai fora do âmbito deste curso. Ele pode ser encontrado, por exemplo, em Marmier e Sheldon, vol I, pags. 227-240.

### 3. - INTERACÇÃO DO SISTEMA NUCLEAR ISOLADO COM OS CAMPOS EXTERIORES

#### 3.1 - Elementos de Matriz da Interacção

Ao considerar este tipo de interacções surgem outras grandezas características dos estados nucleares: os momentos multipolares eléctricos e magnéticos.

Dois casos devem aqui ser distinguidos conforme a natureza dos campos exteriores. Assim, estes poderão ser tais que possam ser considerados como campos clássicos não quantificados, como é o caso de campos magnéticos ou eléctricos, aplicados do exterior, independentes do tempo. Pelo contrário, a emissão de fótons, por um estado estacionário do núcleo, é tratada como uma consequência da interacção do sistema de partículas com o campo electromagnético por elas criado, o que exige um campo quantificado, sujeito ao domínio da electrodinâmica quântica.

O primeiro caso conduz à definição dos momentos multipolares estáticos do núcleo, entre os quais se encontram dois de particular importância: o momento dipolar magnético e o momento quadripolar eléctrico.

Estando o sistema nuclear sujeito à acção de um campo eléctrico ou magnético constante, aplicado do exterior, o hamiltoniano total do sistema, dado

## FÍSICA NUCLEAR

por (2.-1), fica apenas

$$H = H_{\text{part}} + H_{\text{int}} \quad (3.-1)$$

isto é, despreza-se  $H_c$ , visto que este hamiltoniano descreve a estrutura interna do campo exterior quando se trata de um campo quantificado, correspondendo à energia presente nele sob a forma de fótons ou outras partículas.

A equação de Schrödinger do sistema total,

$$H \phi = i \hbar \frac{\partial \phi}{\partial t}$$

reduz-se então, como no caso do sistema nuclear isolado, à da equação aos valores próprios do hamiltoniano,

$$H.\theta = E.\theta \quad (3.-2)$$

Quando se tratou do sistema nuclear isolado (eq. 2.-4) tinha-se:

$$H_{\text{part}} \psi_n = E_n \psi_n$$

Quere dizer, a aplicação do campo exterior faz com que as funções próprias do sistema deixem de ser  $\psi_n$  e os valores próprios  $E_n$ , passando a ser,  $\theta$  e  $E$ , respectivamente. Ter-se-á, então, agora como solução particular da função de onda:

$$\phi = \theta \cdot e^{-(i/\hbar) \cdot Et}$$

sendo  $E$  a energia total do sistema.

Com o hamiltoniano é, neste caso, dado por (3.-1), se o hamiltoniano de interacção  $H_{\text{int}}$  for suficientemente pequeno, pode aplicar-se o método de perturbações de 1ª ordem. O sistema que, na ausência de campo exterior, se encontrava num estado próprio do sistema isolado, de energia  $E_n$ , encontra-se agora num estado de energia  $E$ , dado por:

$$E = E_n + \langle \psi_n | H_{\text{int}} | \psi_n \rangle \quad (3.-3)$$

Quere dizer: devido à perturbação causada pela presença do campo exterior, a energia do sistema é alterada de uma quantidade que é o valor médio do hamiltoniano de interacção no estado considerado.



A função própria correspondente, é dada por:

$$\theta = \psi_n + \sum_{n'} \frac{\langle \psi_{n'} | H_{int} | \psi_n \rangle}{E_n - E_{n'}} \cdot \psi_{n'} \quad (3.-4)$$

Como se vê, a função de onda é também, em princípio alterada. Contudo, os campos que podemos realizar ou que resultam dos electrões do cortejo electrónico do átomo de que o núcleo faz parte, são suficientemente fracos para os elementos de matriz  $\langle \psi_{n'} | H_{int} | \psi_n \rangle$  sejam sempre muito pequenas em relação à diferença de energia  $E_n - E_{n'}$ , de dois níveis nucleares. Em consequência disto, os coeficientes das funções  $\psi_{n'}$ , na equação (3.-4) são desprezáveis e poderemos escrever  $\theta \approx \psi_n$ .

Concluí-se, assim, que o estado quântico do sistema nuclear isolado não é apreciavelmente perturbado pelo campo exterior; apenas a energia do sistema total é ligeiramente modificada. O estudo da interacção do núcleo com campos exteriores não quantificados independentes do tempo, só permite, portanto, a determinação da quantidade dada pelo elemento de matriz  $\langle \psi_n | H_{int} | \psi_n \rangle$ . Ela é realizada experimentalmente a partir do conhecimento das energias dos níveis nucleares antes e depois da aplicação do campo exterior.

### 3.2 - Momentos Multipolares Eléctricos e Magnéticos

#### 3.2.1 - Definição e Regras de Selecção

De um ponto de vista electromagnético, o núcleo pode ser considerado como uma distribuição de cargas e correntes. Como qualquer outra distribuição deste tipo, podemos então substituí-lo, no que respeita à interacção com campos eléctricos e magnéticos, por um conjunto de multipolos colocados no centro do núcleo. Assim, o núcleo pode ser descrito por um conjunto de operadores,  $O_{\lambda, \mu}$ , designados por operadores multipolares, que são funções das coordenadas dos nucleões, podendo sê-lo também das suas velocidades. O índice  $\lambda$  representa o valor médio do momento angular associado a cada multipolo, sendo  $\mu$  a projecção deste sobre um eixo fixo. A quantidade  $2^\lambda$  designa-se por ordem multipolar. Assim, se  $\lambda=1$ , trata-se de um dipolo; se  $\lambda=2$ , trata-se de um quadripolo; com  $\lambda=3$ , ter-se-á um octopolo, etc.

Existem dois tipos de operadores multipolares: os operadores eléctricos  $E_{\lambda, \mu}$ , cuja paridade é  $(-1)^\lambda$  e os operadores magnéticos,  $M_{\lambda, \mu}$ , cuja paridade é  $(-1)^{\lambda+1}$ .



## FÍSICA NUCLEAR

Viu-se, no parágrafo anterior, que a interacção do núcleo, num dado estado estacionário  $\psi_n$ , com os campos exteriores é dada pelo elemento de matriz  $\langle \psi_n | H_{int} | \psi_n \rangle$ , em que  $H_{int}$  é o hamiltoniano de interacção. Exprimindo  $H_{int}$  em função dos operadores multipolares e das componentes do campo exterior poder-se-á determinar os elementos da matriz  $\langle \psi_n | O_{\lambda, \mu} | \psi_n \rangle$ . As grandezas expressas por estes elementos de matriz constituem os momentos multipolares estáticos do núcleo.

Além destes, existem também os momentos multipolares dinâmicos que surgem quando o núcleo passa de um estado estacionário  $\psi_i$  para outro estado estacionário  $\psi_f$ , por emissão de fotões ou outras partículas. Esses momentos multipolares dinâmicos são então dados por  $\langle \psi_f | O_{\lambda, \mu} | \psi_i \rangle$ .

Como se sabe da Mecânica Quântica, a aplicação do teorema de Wigner-Eckart mostra que um elemento de matriz é proporcional a um coeficiente de Clebsch-Gordan. Assim, explicitando os números quânticos de que dependem os estados representados pelas funções  $\psi_i$  e  $\psi_f$ , ter-se-á:

$$\langle \psi_f | O_{\lambda, \mu} | \psi_i \rangle \equiv \langle I_f m_f | O_{\lambda, \mu} | I_i m_i \rangle \propto \langle I_i \lambda m_i \mu | I_f m_f \rangle$$

Mas, pelas propriedades de simetria dos coeficientes de Clebsch-Gordan, vem:

$$\begin{aligned} \langle I_i \lambda m_i \mu | I_f m_f \rangle &= (-1)^{\lambda + \mu} \left( \frac{2I_f + 1}{2I_i + 1} \right)^{1/2} \langle I_f \lambda, -m_f, \mu | I_i, -m_i \rangle = \\ &= (-1)^{\lambda + \mu} \left( \frac{2I_f + 1}{2I_i + 1} \right)^{1/2} (-1)^{I_f + \lambda - I_i} \langle I_f \lambda m_f, -\mu | I_i m_i \rangle \end{aligned}$$

Ter-se-á, portanto:

$$\langle I_i m_f | O_{\lambda, \mu} | I_i m_i \rangle \propto \langle I_f \lambda m_f, -\mu | I_i m_i \rangle$$

Quere dizer:

Os elementos de matriz que definem os momentos multipolares são proporcionais aos coeficientes de Clebsch-Gordan que intervêm na adição vectorial dos momentos angulares  $\vec{I}_f$  e  $\vec{\lambda}$  tendo como resultante  $\vec{I}_i$ , o que traduz a conservação do momento angular na transição do estado inicial para o estado final da transição (fig. 75). Assim, quando uma partícula é emitida (o que resulta da interacção definida por um momento multipolar dinâmico  $\langle I_f m_f | O_{\lambda, \mu} | I_i m_i \rangle$ ) o momento angular dessa partícula

e a projecção deste segundo o eixo de quantificação têm, respectivamente, os números quânticos  $\lambda$  e  $-\mu$ .

Para que um coeficiente de Clebsch-Gordan seja diferente de zero deverão verificar certas relações entre os números quânticos intervenientes os quais conduzem imediatamente às regras de selecção para o momento angular total nas transições nucleares. Elas são:

$$\begin{aligned} \text{a)} \quad & |I_i - I_f| \leq \lambda \leq I_i + I_f \\ \text{b)} \quad & \mu = m_f - m_i \end{aligned} \quad (3.-6)$$

Assim, quando o núcleo passa de um estado inicial,  $i$ , para um estado final,  $f$ , o fóton (ou outra partícula emitida) terá números quânticos que necessariamente obedecem aquelas relações. O esquema de acoplamento dos momentos angulares correspondentes às regras anteriores é indicado na figura 76.

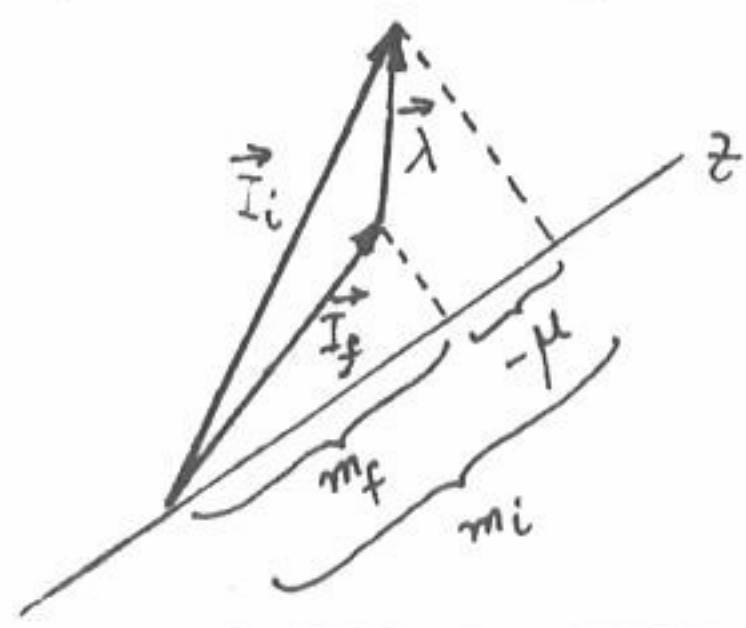


Fig. 76 - Esquema de acoplamento do momento angular

No caso de um momento multipolar estático ter-se-á :

$$I_i = I_f = I \quad ; \quad m_i = m_f = m$$

e o elemento de matriz respectivo escreve-se  $\langle I m | 0_{\lambda, \mu} | I m \rangle$ ; então, as regras de selecção (3.-6) conduzem às seguintes relações

$$0 \leq \lambda \leq 2I$$

$$\mu = 0$$

Por outro lado, a paridade correspondente ao operador é necessariamente positiva visto que não há transição entre estados.

Um momento multipolar estático deverá necessariamente satisfazer estas condições; isto é, para cada ordem multipolar, apenas um dos  $2\lambda + 1$  operadores a que correspondem os números quânticos  $\lambda$  e  $\mu$  terá um valor médio diferente de zero: aquele para o qual se verificam as condições  $\mu=0$  e  $\pi=+$ .

### 3.2.2 - Momentos Multipolares Estáticos

Vimos anteriormente como é dada a paridade dos operadores multipolares: ela

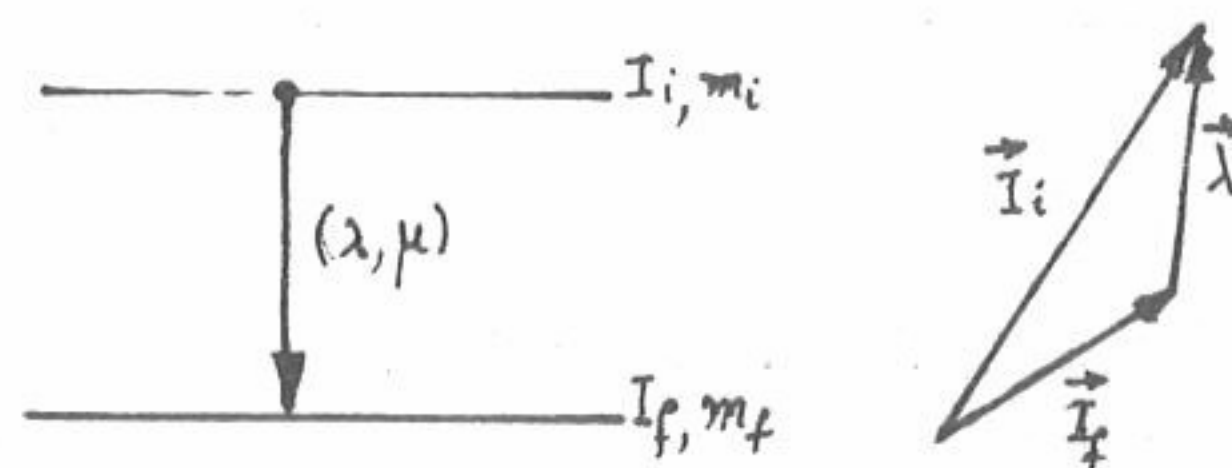


Fig. 75 - Conservação do momento angular numa transição nuclear



## FÍSICA NUCLEAR

é positiva para os operadores de carácter eléctrico de  $\lambda$  par e para os operadores magnéticos de  $\lambda$  ímpar. Como para os operadores multipolares estáticos se tem sempre  $\pi = +$ , resulta desta regra de selecção que sã são diferentes de zero os momentos eléctricos de  $\lambda$  par e os momentos magnéticos de  $\lambda$  ímpar. Assim, os momentos multipolares estáticos de ordem mais baixa são o momento dipolar magnético e o momento quadripolar eléctrico. Estudemos, com um pouco de pormenor, cada um destes momentos.

### 3.2.3 - Momento Dipolar Magnético

Como se sabe do estudo do campo eletromagnético, todo o circuito de corrente dá origem a um momento magnético. No caso do núcleo, o momento dipolar magnético provem das correntes produzidas pelo movimento orbital dos prótons e pelo spin de ambos os nucleões. Poderá parecer estranho que um momento magnético - portanto uma grandeza ligada à existência de uma corrente eléctrica - possa estar associado ao spin de uma partícula sem carga, como é o neutrão. O seguinte 'modelo' do neutrão permite compreender esse facto: se a superfície externa da partícula fôr carregada negativamente e se uma carga positiva igual, em valor absoluto, estiver concentrado no seu centro, a carga total será nula, mas a rotação correspondente ao spin produzirá um momento magnético de sinal contrário ao do próton. Na realidade, as determinações experimentais revelaram que os momentos magnéticos do próton e do neutrão têm sinais contrários.

Recorde-se que o módulo do momento magnético dipolar, devido a um anel de corrente, é dado por  $\mu = i \cdot S$ , em que  $i$  é a intensidade de corrente e  $S$  a área contida no anel. Se a corrente é devida ao movimento de uma partícula de carga  $e$ , a intensidade de corrente correspondente é:

$$i = \frac{e}{T} = \frac{e}{2\pi r/v} = \frac{ev}{2\pi r}$$

em que  $T$  é o período do movimento,  $v$  é a velocidade da partícula e  $r$  é o raio da sua órbita, suposta circular.

O momento magnético devido ao movimento da partícula carregada é então:

$$\mu = \frac{ev}{2\pi r} \cdot \pi r^2 = \frac{evr}{2}$$

Como o módulo do momento angular orbital é  $\ell = mvr$ , existe uma razão constante



entre o momento magnético e o momento angular:

$$\gamma = \frac{\mu}{\ell} = \frac{e}{2m} \quad (3.-7)$$

A constante  $\gamma$  designa-se por razão giromagnética.

Introduzamos aqui a importante noção de precessão de Larmor.

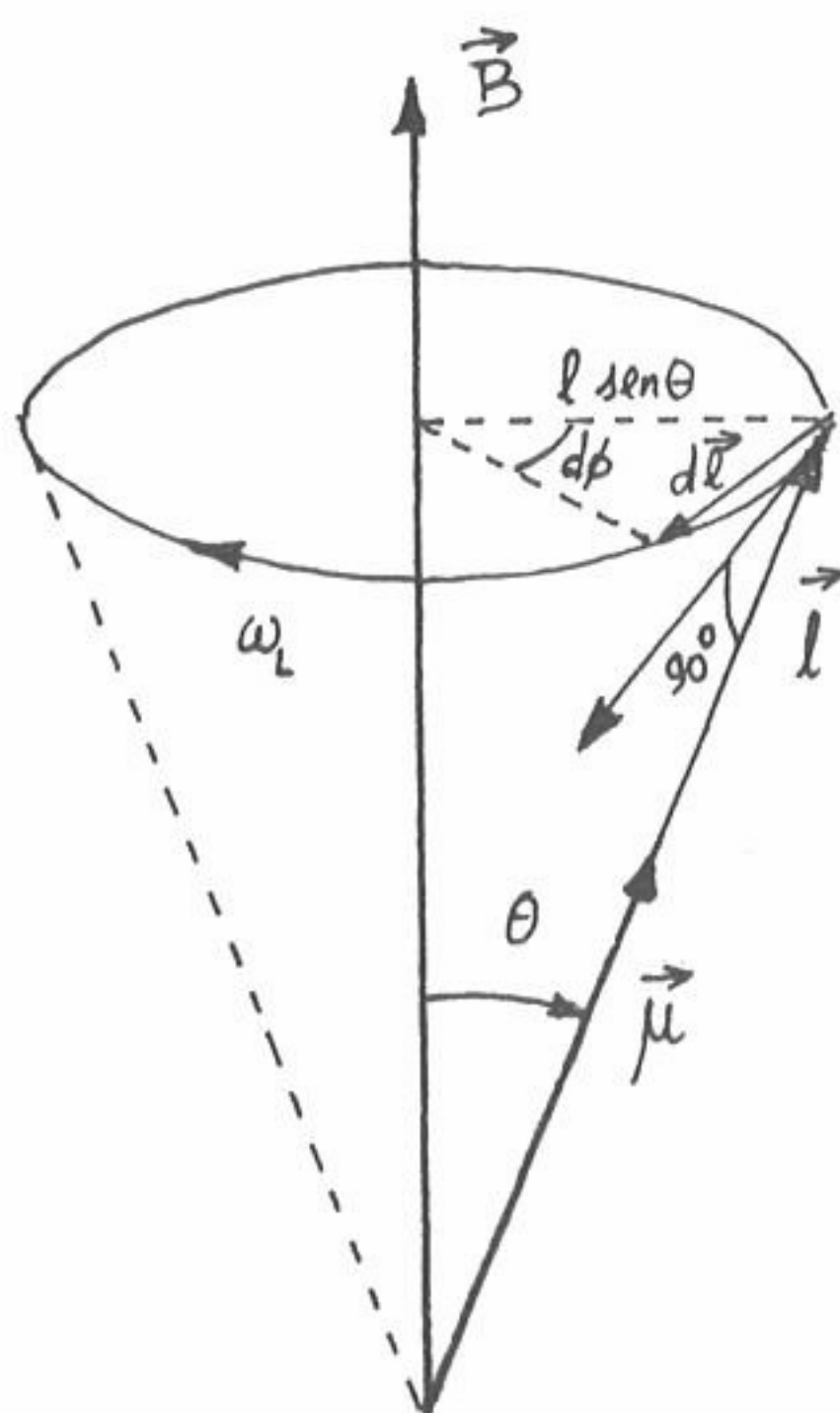


Fig. 77 - Movimento de precessão de Larmor

Quando um campo magnético  $\vec{B}$  é aplicado a um corpo com um momento dipolar magnético  $\vec{\mu}$ , o corpo sofre um movimento de precessão, análogo ao movimento de precessão giroscópica, estudado em Mecânica. Ele é devido à interação das duas grandezas, traduzida por  $(\vec{\mu} \times \vec{B})$ , e é designado por movimento de precessão de Larmor.

A frequência do movimento é dada por (ver figura 77):

$$\omega_L = \frac{d\phi}{dt} \quad (3.-8)$$

mas  $d\phi$  está relacionado com a variação do momento angular,  $\vec{\ell}$ , através da igualdade:

$$d\ell = d\phi \cdot \ell \sin\theta \quad (3.-9)$$

Por outro lado, a variação do momento angular por unidade de tempo é dada por (2ª lei de Newton):

$$\frac{d\vec{\ell}}{dt} = (\vec{\mu} \times \vec{B})$$

$$\text{de onde vem:} \quad d\ell = \mu B \sin\theta dt \quad (3.-10)$$

Igualando os segundo membros de (3.-9) e (3.-10), vem:

$$d\phi \ell \sin\theta = \mu B \sin\theta dt$$

$$\text{ou} \quad \frac{d\phi}{dt} = \frac{\mu B}{\hbar}$$

Em virtude de (3.-8) ter-se-ã, então, que a frequência de Larmor,  $\omega_L$ , é dada por:

$$\omega_L = \frac{\mu B}{\hbar} \quad (3.-11)$$

A passagem do ponto de vista clássico, com que se obteve a frequência de precessão de Larmor, para um ponto de vista quântico faz-se substituindo o módulo do momento angular pelo seu valor projectado segundo a direcção de quantificação.

A razão giromagnética, dada por (3.-7), mantém-se obviamente para as componentes dos dois vectores momento magnético e momento angular, em qualquer direcção, por exemplo na direcção de um campo magnético. Do ponto de vista quântico, a projecção do momento angular orbital  $\vec{\ell}$  ao longo da direcção de quantificação é  $m_\ell \hbar$ . Ter-se-ã, então, como componente Z do vector momento dipolar magnético a quantidade dada por:

$$\mu_{\ell z} = \frac{e \hbar}{2m} m_\ell \quad (3.-12)$$

A aplicação desta expressão ao movimento orbital dos electrões forneceu valores correctos para a componente z dos seus momentos dipolares magnéticos. O mesmo se passa com o movimento orbital dos protões do núcleo.

Definimos, então, um vector momento magnético ligado ao movimento orbital dos protões, tal que:

$$\vec{\mu}_\ell = \frac{e \hbar}{2 m_p} \vec{\ell} \quad (3.-13)$$

em que  $\vec{\ell}$  é o vector momento angular orbital e  $m_p$  é a massa do protão. A quantidade  $e\hbar/(2m_p)$  é uma constante que se designa por magnetão nuclear; ela constitui uma unidade conveniente para os momentos magnéticos nucleares. O seu valor é:

$$\begin{aligned} \mu_N &= \frac{e \hbar}{2 m_p} = 5,0505 \times 10^{-27} \text{ joule. tesla}^{-1} \\ &= 5,0505 \times 10^{-24} \text{ erg.gauss}^{-1} \end{aligned} \quad (3.-14)$$

O momento dipolar magnético devido ao spin dos nucleões pode ser calculado classicamente da mesma maneira, obtendo-se para  $\mu_{sz}$  (projecção do momento magnético devido ao spin) uma expressão análoga a (3.-12). Contudo, para haver acordo com os resultados experimentais, é necessário introduzir um coeficiente, designado por factor g (ou factor de Landé) (\*). Na realidade, os valores medidos para as componentes z dos momentos dipolares magnéticos do protão e do neutrão, devido ao spin (momentos dipolares magnéticos intrínsecos) são:

Protão :	2,79275	magnetões nucleares
Neutrões :	- 1,9135	magnetões nucleares

Ter-se-á, assim, para vector momento magnético intrínseco dos nucleões a expressão :

$$\vec{\mu}_s = g \text{ (p ou n) } \cdot \frac{e \hbar}{2 m_p} \vec{s}$$

$$\text{com } g_p = 5,585 \quad \text{e} \quad g_n = -3,827.$$

Poder-se-á, então, escrever, de um modo geral, para expressões dos vectores momentos magnéticos :

$$\text{orbital: } \vec{\mu}_l = g_l \mu_n \vec{l} \quad \left\{ \begin{array}{l} g_l \text{ (protão) } = 1 \\ g_l \text{ (neutrão) } = 0 \end{array} \right. \quad (3.-15)$$

$$\text{intrínseco: } \vec{\mu}_s = g_s \mu_n \vec{s} \quad \left\{ \begin{array}{l} g_s \text{ (protão) } = 5,585 \\ g_s \text{ (neutrão) } = - 3,827 \end{array} \right. \quad (3.-16)$$

em que  $\mu_n$  é o momento nuclear.

---

(\* ) Dirac mostrou que a existência de factor g pode ser explicada através de uma teoria relativista. No caso do electrão obteve por meio dessa teoria, um factor g igual a 2.



## FÍSICA NUCLEAR

O momento dipolar magnético total é o vector soma dos momentos magnéticos devidos aos momentos angulares orbital e de spin:

$$\vec{\mu}_t = \vec{\mu}_l + \vec{\mu}_s$$

O primeiro tem a direcção do momento angular orbital e o segundo tem a direcção do spin; mas, devido à existência do factor  $g$ , o vector  $\vec{\mu}_t$  não terá a mesma direcção que o momento angular total  $\vec{j} = \vec{l} + \vec{s}$  (fig.78).

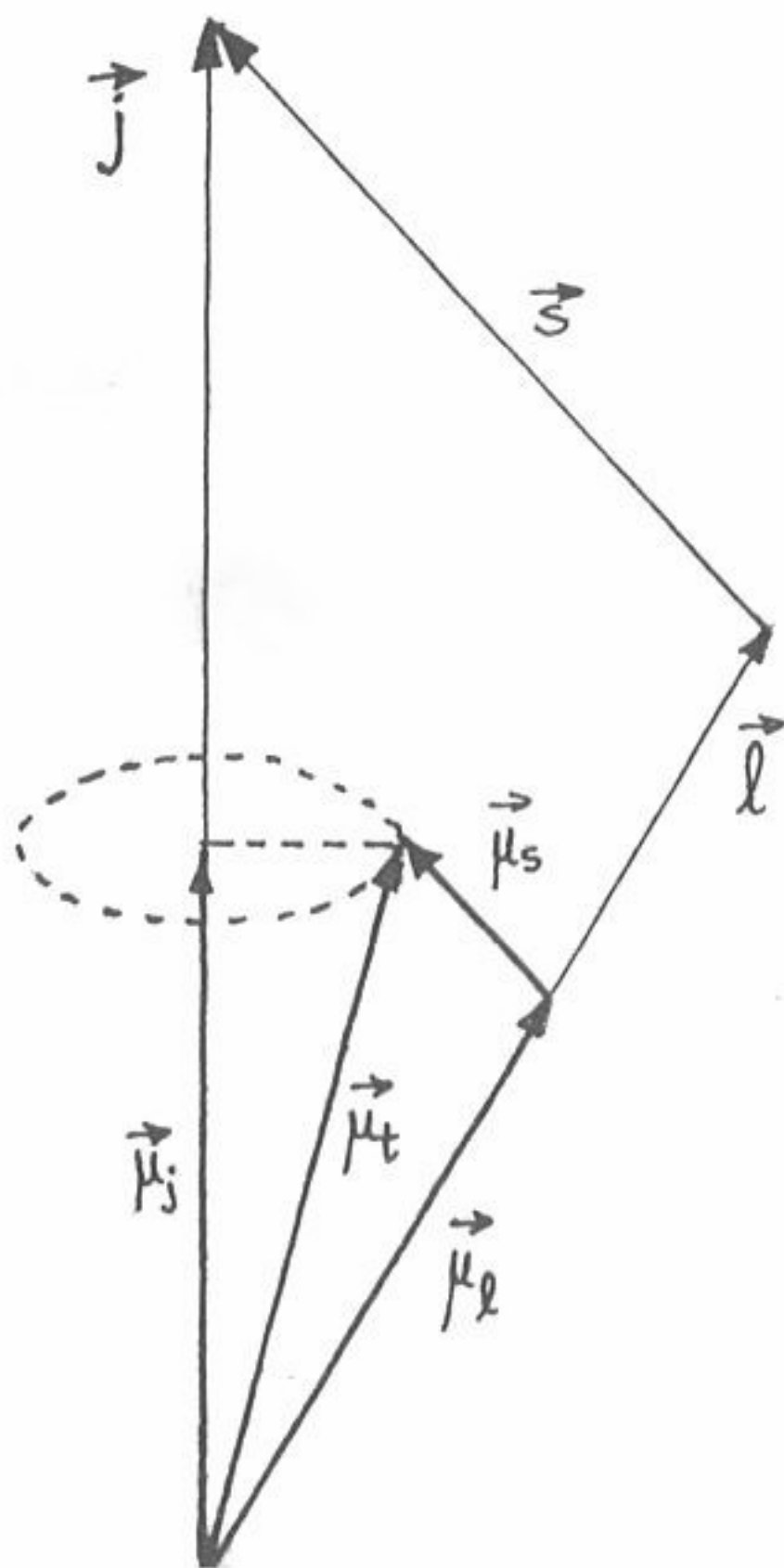


Fig. 78- Composição dos momentos magnéticos orbital e de spin

O vector  $\vec{\mu}_t$  tem, assim, um movimento de precessão em torno de  $\vec{j}$  e apenas a componente de  $\vec{\mu}_t$  na direcção de  $\vec{j}$  resta constante no decurso do tempo. Define-se assim, a quantidade

$$\vec{\mu}_j = g_j \mu_N \vec{j} \quad (3.-17)$$

que introduz um novo factor  $g$ , que relaciona o momento magnético total com o momento angular total, de uma forma análoga às obtidas para os momentos magnéticos orbital e de spin, traduzidos pelas expressões (3.-15) e (3.-16). Tal como nestas últimas expressões, a constante  $\mu_N$  de (3.-17) é o magnetão nuclear, dado por (3.-14).

Pelo esquema de acoplamento da figura 78 verifica-se que:

$$\mu_j = \mu_t \cdot \cos(\vec{\mu}_t, \vec{j}) = \mu_l \cdot \cos(\vec{l}, \vec{j}) + \mu_s \cdot \cos(\vec{s}, \vec{j}) \quad (3.-18)$$

A partir desta relação pode obter-se o valor de  $g_j$  a partir dos  $g_l$  e  $g_s$ , bem como dos números quânticos  $l, s$  e  $j$ .

Com efeito tem-se (cf. fig. 78):

$$\left. \begin{aligned} \vec{s}^2 &= \vec{l}^2 + \vec{j}^2 - 2 |\vec{l}| \cdot |\vec{j}| \cdot \cos(\vec{l}, \vec{j}) \\ \vec{l}^2 &= \vec{s}^2 + \vec{j}^2 - 2 |\vec{s}| \cdot |\vec{j}| \cdot \cos(\vec{s}, \vec{j}) \end{aligned} \right\} \quad (3.-19)$$

Introduzindo em (3.-18) os valores dos cosenos dados por (3.-19), vem:

$$\mu_j = \mu_\ell \cdot \frac{\vec{j}^2 + \vec{\ell}^2 - \vec{s}^2}{2|\vec{\ell}| \cdot |\vec{j}|} + \mu_s \cdot \frac{\vec{j}^2 + \vec{s}^2 - \vec{\ell}^2}{2|\vec{s}| \cdot |\vec{j}|}$$

ou, introduzindo (3.-15), (3.-16) e (3.-17) :

$$g_j |\vec{j}| \mu_N = g_\ell |\vec{\ell}| \mu_N \frac{\vec{j}^2 + \vec{\ell}^2 - \vec{s}^2}{2|\vec{\ell}| \cdot |\vec{j}|} + g_s |\vec{s}| \mu_N \frac{\vec{j}^2 + \vec{s}^2 - \vec{\ell}^2}{2|\vec{s}| \cdot |\vec{j}|}$$

ou ainda :

$$g_j \vec{j}^2 = \frac{g_\ell}{2} (\vec{j}^2 + \vec{\ell}^2 - \vec{s}^2) + \frac{g_s}{2} (\vec{j}^2 + \vec{s}^2 - \vec{\ell}^2)$$

Como os valores próprios de  $\vec{j}^2$ ,  $\vec{\ell}^2$  e  $\vec{s}^2$  são respectivamente  $j(j+1)\hbar^2$ ,  $\ell(\ell+1)\hbar^2$  e  $s(s+1)\hbar^2$ , vem finalmente

$$g_j = \frac{g_\ell [j(j+1) + \ell(\ell+1) - s(s+1)]}{2j(j+1)} + \frac{g_s [j(j+1) + s(s+1) - \ell(\ell+1)]}{2j(j+1)} \quad (3.-20)$$

O valor de  $g_j$  depende de se considerar o spin paralelo ( $j = \ell + s$ ) ou anti-paralelo ( $j = \ell - s$ ) ao momento angular orbital.

No primeiro caso, a expressão (3.-20) conduz a :

$$g_j^{(+)} = g_\ell \frac{\ell}{\ell+s} + g_s \frac{s}{\ell+s} \quad (3.-21)$$

e no segundo:

$$g_j^{(-)} = g_\ell \frac{\ell+1}{\ell-s+1} - g_s \frac{s}{\ell-s+1} \quad (3.-22)$$

Como vimos anteriormente, os valores dos factores  $g$  para o próton são:

$$g_\ell = 1 \quad \text{e} \quad g_s \equiv g_p = 5,585 ;$$

## FÍSICA NUCLEAR

e para o neutrão:

$$g_l = 0 \quad \text{e} \quad g_s \equiv g_n = -3,827.$$

Para um sistema de partículas constituído , por , prótons e neutrões (Z prótons e A-Z neutrões), virá para operador vectorial do momento magnético devido aos momentos angulares orbitais:

$$\vec{\mu}_l = \frac{e\hbar}{2 m_p} \sum_{k=1}^Z \vec{\ell}_k$$

em que  $\vec{\ell}_k$  é o momento angular orbital do k-ésimo próton.

Para operador vectorial do momento angular magnético devido ao spin, vem:

$$\vec{\mu}_s = \frac{e\hbar}{2 m_p} \left( g_p \sum_{k=1}^Z \vec{s}_k + g_n \sum_{k=Z+1}^A \vec{s}_k \right)$$

em que  $\vec{s}_k$  é o spin do próton ou do neutrão.

Os dois operadores vectoriais  $\vec{\mu}_l$  e  $\vec{\mu}_s$  adicionam-se para dar origem ao momento magnético total ,  $\vec{\mu}_t = \vec{\mu}_l + \vec{\mu}_s$ .

Ter-se-á , assim, para expressão do operador vectorial do momento magnético

$$\vec{\mu} = \frac{e\hbar}{2 m_p} \left[ \sum_{k=1}^Z (\vec{\ell}_k + g_p \vec{s}_k) + \sum_{k=Z+1}^A g_n \vec{s}_k \right] \quad (3.-23)$$

Esta expressão pode ser escrita de uma forma mais condensada:

$$\vec{\mu} = \frac{e\hbar}{2 m_p} \sum_{i=1}^A (g_{l_i} \vec{\ell}_i + g_{s_i} \vec{s}_i) \quad (3.-24)$$

guardando em mente que :

$$g_{l_i} = \begin{cases} 1 & \text{para prótons} \\ 0 & \text{para neutrões} \end{cases} \quad g_{s_i} = \begin{cases} g_p = 5,585 & \text{para prótons} \\ g_n = -3,827 & \text{para neutrões} \end{cases}$$

Quando se efectua uma medição do momento magnético, o que se mede é o resultado



da interacção desse momento do núcleo com um campo exterior. A presença deste restringe o valor medido, de modo que se toma a componente máxima do vector ( $\mu_z$ ) ao longo da direcção do campo magnético. Dizemos, assim, que o valor medido do momento dipolar magnético é o valor médio do operador  $\mu_z$  no estado em que a projecção do momento angular total sobre o eixo de quantificação (definido pela direcção do campo magnético aplicado) é máxima, isto é, no estado em que  $m = I$ ;  $I$  representa, como habitualmente, o número quântico do momento angular total do nível nuclear considerado.

Do ponto de vista quântico, o momento dipolar magnético é, assim, o valor médio do operador dipolar magnético,  $\mu_z$ , no estado definido pelo vector de estado  $|\alpha, I, m\rangle$ , com  $m = I$ ;  $\alpha$  designa genericamente o conjunto dos números quânticos, que além de  $I$  e  $m$ , sejam eventualmente necessários para definir o estado do sistema.

A expressão quântica do momento dipolar magnético,  $\mu$ , é, assim:

$$\mu = \langle \alpha, I, m=I | \mu_z | \alpha, I, m=I \rangle$$

sendo, portanto, dado por um elemento de matriz do tipo  $\langle \psi | 0_{\lambda, \mu} | \psi \rangle$  que definimos anteriormente (§ 3.2-1).

Constitui prática corrente referir o momento magnético de um determinado nível nuclear ao valor do seu momento angular total, o que conduz à definição de momento magnético espectroscópico. Ele é designado deste modo porque são estes valores que se encontram incluídos nas tabelas de constantes nucleares. A sua definição faz introduzir o factor  $g$  nuclear. Na realidade, obtivemos anteriormente uma expressão que relaciona o momento magnético do nucleão,  $\vec{\mu}_j$ , com o seu momento angular,  $\vec{j}$  (fórmula 3.-17). Análogamente, definimos, para um nível nuclear de momento angular total  $I$ , um operador,  $\vec{\mu}_I$ , dado por:

$$\vec{\mu}_I = g \cdot \mu_N \frac{\vec{I}}{\hbar} \quad (3.-25)$$

em que  $g$  é o factor-g nuclear e  $\mu_N$  é, como anteriormente, o magnetão nuclear. O que se designa por momento magnético espectroscópico ou momento dipolar espectroscópico é a quantidade

$$\mu_I = g \mu_N I \quad (3.-26)$$

## FÍSICA NUCLEAR

ou apenas

$$\mu_I = g_I \cdot I$$

introduzindo o factor g nuclear expresso em magnetões nucleares ( $g_I$ ).

Vem, então, para expressão do operador magnético,  $\vec{\mu}_I$  :

$$\vec{\mu}_I = \frac{\mu_I}{I\hbar} \vec{I} \quad (3.-27)$$

Note-se que  $g$  no factor-g nuclear que se encontram contidas as informações respeitantes às propriedades físicas específicas de cada nível nuclear, sendo possível obter, através dele, informações importantes sobre a estrutura dos núcleos.

### 3.2.4 - Interacção do Momento Dipolar Magnético do Núcleo com um Campo Exterior

Estudemos agora a interacção entre o momento dipolar magnético nuclear e um campo magnético nos dois casos seguintes:

- a) Campo devido ao cortejo electrónico do átomo;
- b) Aplicação de um campo magnético estático exterior.

#### 3.2.4.1 - Campo Exterior devido aos electrões do átomo

Partamos da expressão (3.-27) que nos define o operador momento magnético dipolar em função do operador momento angular total:

$$\vec{\mu}_I = \frac{\mu_I}{I\hbar} \vec{I}$$

com  $\mu_I = g \mu_N I$

em que  $\mu_I$  é o momento dipolar espectroscópico.

Calculemos a energia de interacção com o campo magnético criado pelos electrões do cortejo electrónico do átomo, no seu movimento. A estes electrões encontra-se associado um momento angular total,  $\vec{J}$  ; por razões de simetria, o campo magnético produzido pelos electrões está orientado segundo a direcção do vector momento angular total  $\vec{J}$  . Ter-se-á, assim, para expressão do operador campo magnético



electrónico:

$$\vec{H}_0 = \frac{\langle H_0 \rangle}{J \cdot \hbar} \vec{J}$$

em que  $\langle H_0 \rangle$  é o valor médio do módulo do campo no estado  $m=J$  do cortejo electrónico, definido pelo elemento de matriz:

$$\langle H_0 \rangle = \langle J, m=J | H_0 | J, m=J \rangle$$

O operador de interacção é, então, dado por:

$$W_{\text{mag}} = - (\vec{\mu}_I \cdot \vec{H}_0) = - \frac{\mu_I \langle H_0 \rangle}{\hbar^2 I J} (\vec{I} \cdot \vec{J})$$

ou, introduzindo o operador  $\vec{F} = \vec{I} + \vec{J}$ :

$$W_{\text{mag}} = - \frac{1}{2} \cdot \frac{\mu_I \langle H_0 \rangle}{\hbar^2 I J} (\vec{F}^2 - \vec{I}^2 - \vec{J}^2)$$

Os valores próprios deste operador, num estado de números quânticos de momento angular  $I$  e  $J$  para o núcleo e o cortejo electrónico, respectivamente, é, então dado por:

$$\begin{aligned} \langle W_{\text{mag}} \rangle &= - \frac{\mu_I \langle H_0 \rangle}{2 I J \hbar^2} \left[ F(F+1) - I(I+1) - J(J+1) \right] \cdot \hbar^2 \\ &= - \frac{\mu_I \langle H_0 \rangle}{2 I J} \left[ F(F+1) - I(I+1) - J(J+1) \right] \end{aligned}$$

Estes valores próprios são as energias de interacção entre o momento dipolar magnético do núcleo e o campo magnético devido ao cortejo electrónico do átomo. Note-se que estes valores próprios não são equidistantes. Com efeito, calculando as razões das diferenças de energias entre termos vizinhos, vem:

$$\frac{W_F - W_{F-1}}{W_{F-1} - W_{F-2}} = \frac{F(F+1) - (F-1)F}{(F-1)F - (F-2)(F-1)} = \frac{F}{F-1}$$

Tomando como exemplo o caso particular em que  $I=3$  e  $J=2$ ,  $F$  pode tomar todos os valores inteiros desde 1 até 5 obtendo-se o desdobramento de níveis indicado



na figura 79.

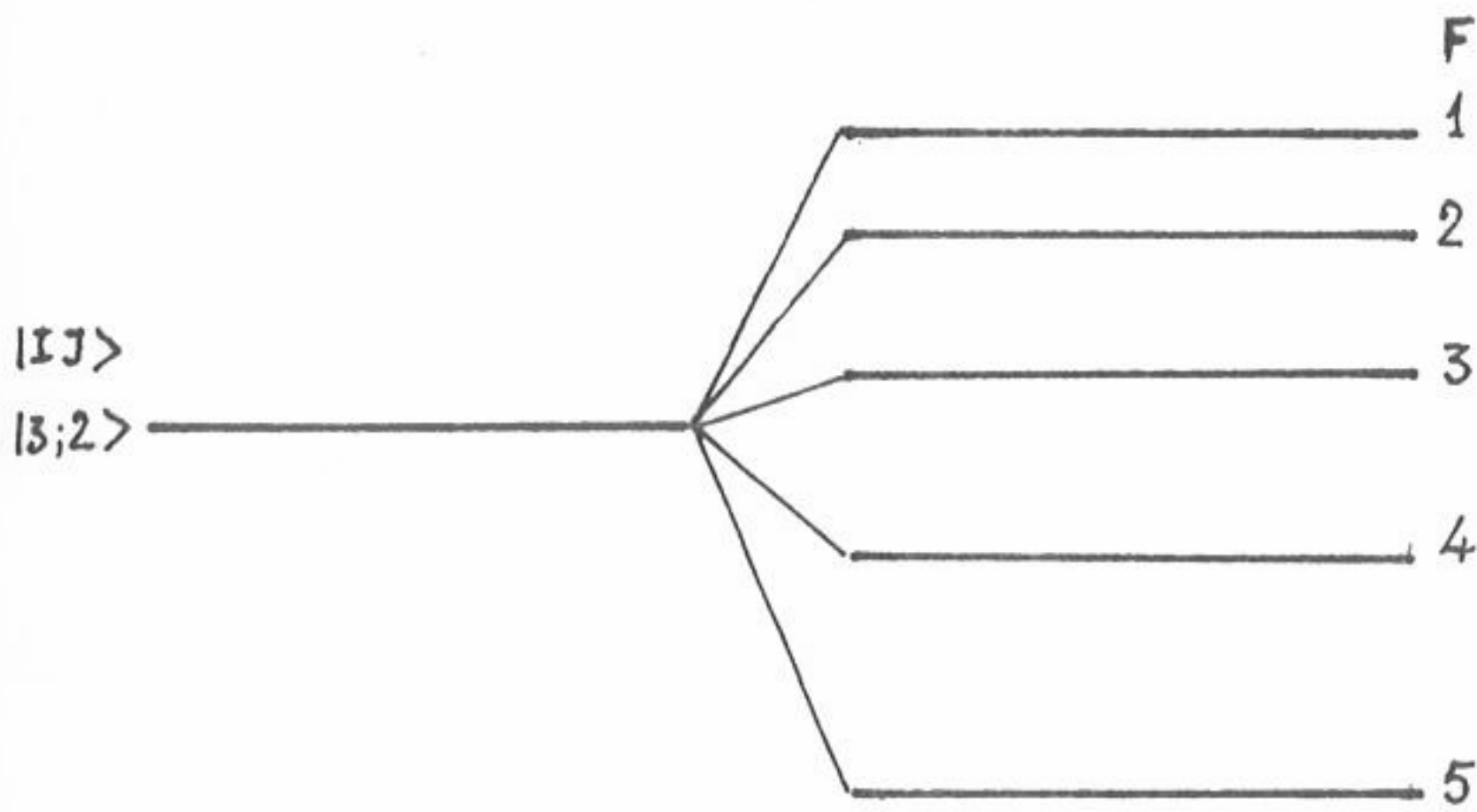


Fig. 79 - Desdobramento de um nível devido à interacção do momento dipolar magnético do núcleo com o campo magnético criado pelo cortejo electrónico do átomo.

3.2.4.2 - Campo Estático aplicado Exteriormente ao átomo

Quando o núcleo em estudo é introduzido numa substância ferromagnética ou quando se aplica um campo magnético externo produzido, por exemplo, por um íman, os núcleos ficam actuados por um campo magnético estático.

O operador de interacção é, agora, dado por:

$$W_{\text{mag}} = -\vec{\mu}_I \cdot \vec{B} = -\frac{\mu_I}{I\hbar} (\vec{I} \cdot \vec{B})$$

Obtem-se, então, para valores próprios, isto é, para valores da energia de interacção:

$$\langle W_{\text{mag}} \rangle = -\frac{\mu_I}{I\hbar} m \hbar |\vec{B}|$$

em que  $m$  é a componente do momento angular  $\vec{I}$  ao longo do eixo de quantificação,

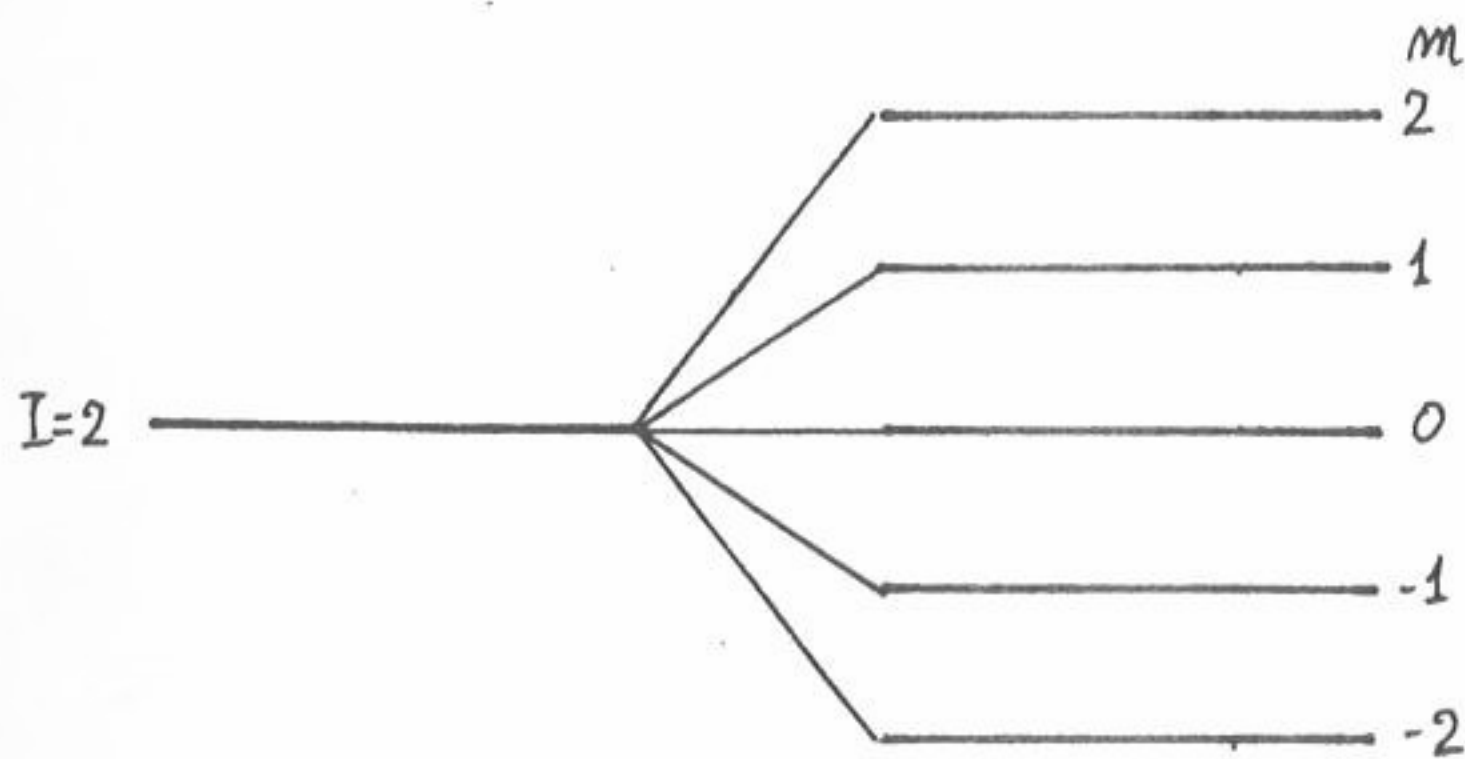


Fig. 80 - Desdobramento de um nível devido à interacção do momento dipolar magnético do núcleo com um campo magnético externo.

neste caso a direcção do campo magnético externo. O desdobramento que se obtém aqui, devido à interacção do momento dipolar magnético do núcleo com um campo exterior, é muito diferente do anterior. Na realidade, os sub-níveis energéticos resultantes são equidistantes, como se exemplifica, para o caso em que  $I = 2$  (fig.80).  
Quere dizer, ao contrário do que se verificou anteriormente, a

interacção com um campo magnético externo conduz ao efeito Zeeman nuclear.

### 3.2.5 - Momento Quadripolar eléctrico

#### 3.2.5.1 - Cálculo Clássico

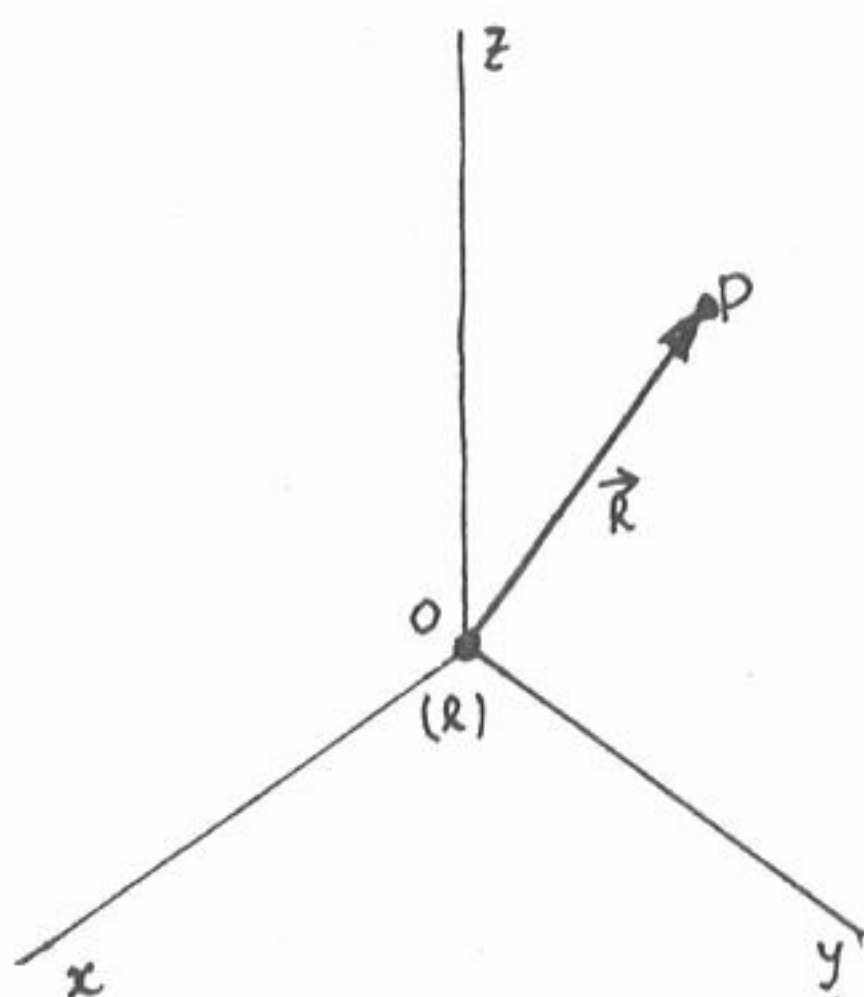


Fig. 81

Consideremos uma carga eléctrica  $e$  situada no centro de um referencial e um ponto  $p$ , cuja posição é definida pelo raio vector  $\vec{R}$  (fig. 81). O potencial electrostático criado neste ponto pela carga é dado por:

$$\phi_P = \frac{1}{4 \pi \epsilon_0} \cdot \frac{e}{|\vec{R}|}$$

Seja agora (fig. 82) uma distribuição estática de cargas em torno da origem do referencial. O potencial electrostático

criado no ponto  $P$  pelo conjunto das cargas é, então, :

$$\phi_P = \frac{1}{4 \pi \epsilon_0} \cdot \sum_i \frac{e_i}{|\vec{R} - \vec{r}_i|} \quad (3.-28)$$

em que  $\vec{R}$  e  $\vec{r}_i$  são respectivamente, os raios vectores que definem as posições do ponto potenciado,  $P$ , e dos pontos potenciadores,  $A_i$ ;  $\theta_i$  é o ângulo entre  $\vec{R}$  e  $\vec{r}_i$ . Considerando um conjunto contínuo de cargas eléctricas, com a densidade de carga  $\rho(\vec{r})$ , o potencial criado por esta distribuição é:

$$\phi_P = \frac{1}{4 \pi \epsilon_0} \int_V \frac{\rho(\vec{r})}{|\vec{R} - \vec{r}|} d^3r \quad (3.-29)$$

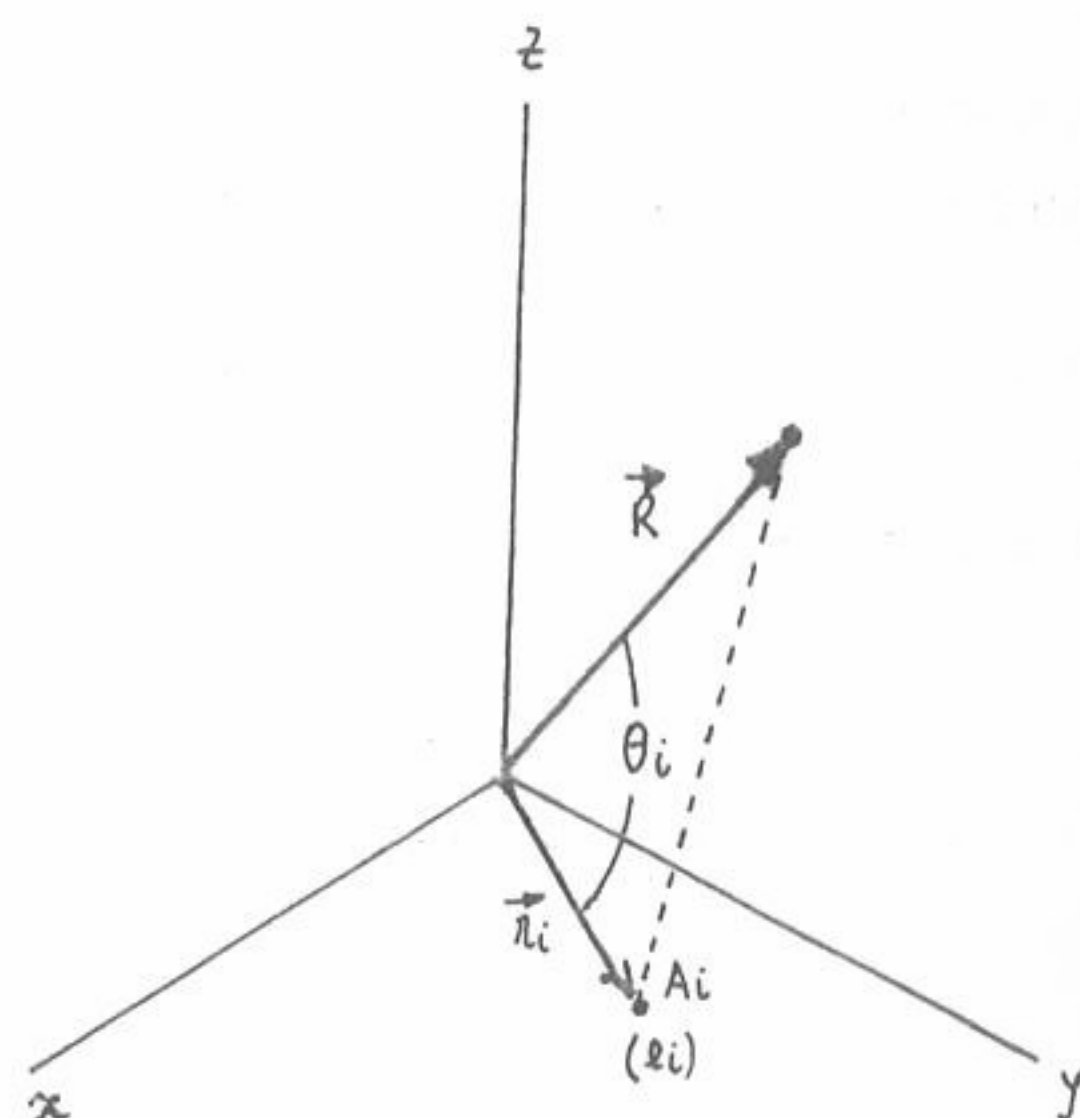


Fig. 82

em que  $d^3r$  é o elemento de volume correspondente à distribuição de cargas.

Aplicamos este resultado às distribuições de cargas constituídas pelo núcleo e pelo cortejo electrónico do átomo. Seja  $\rho_e(\vec{r}_e)$  a densidade de carga

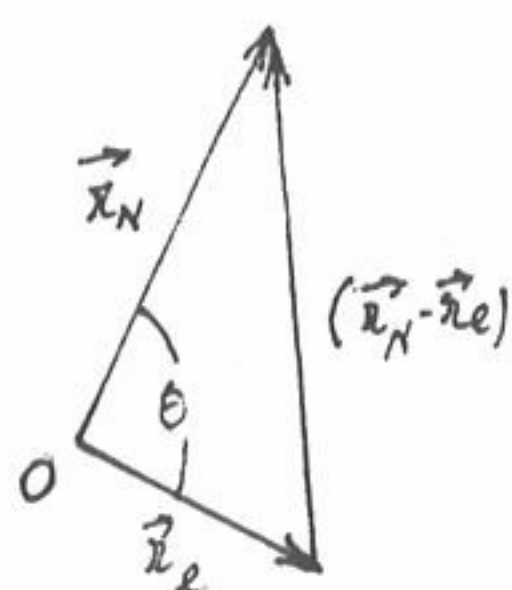
## FÍSICA NUCLEAR

externa devida aos electrões num sistema atómico (ou molecular) ; seja  $\rho_N(\vec{r}_N)$  a densidade de carga dentro do núcleo devido à distribuição dos protões. A distribuição dos electrões produz, então, em cada ponto do núcleo, um potencial eléctrico dado por (3.-29) isto é:

$$\phi(\vec{r}_N) = \frac{1}{4\pi \epsilon_0} \int \frac{\rho_e(\vec{r}_e)}{|\vec{r}_N - \vec{r}_e|} d^3 r_e \quad (3.-30)$$

em que  $d^3 r_e$  é o elemento de volume correspondente às cargas externas ao núcleo.

O denominador da função integranda de (3.-30) é (fig 83) :



$$\begin{aligned} |\vec{r}_N - \vec{r}_e| &= \sqrt{r_e^2 + r_N^2 - 2 r_N r_e \cos \theta} = \\ &= \sqrt{r_e^2 \left[ 1 + \left(\frac{r_N}{r_e}\right)^2 - 2 \frac{r_N}{r_e} \cos \theta \right]} \end{aligned}$$

Fig. 83

Fazendo a transformação  $x = r_N / r_e$ , vem:

$$|\vec{r}_N - \vec{r}_e| = r_e \sqrt{1 + x^2 - 2x \cos \theta}$$

A expressão  $(1 + x^2 - 2x \cos \theta)^{-1/2}$  é dada por um desenvolvimento em série em função dos polinómios de Legendre,  $P_\ell(\cos \theta)$ , se  $|x| < 1$ :

$$(1 + x^2 - 2x \cos \theta)^{-1/2} = \sum_{\ell=0}^{\infty} P_\ell(\cos \theta) \cdot x^\ell$$

A expressão do potencial definida por (3.-30) transforma-se, assim, em:

$$\phi(\vec{r}_N) = \frac{1}{4\pi \epsilon_0} \int \frac{\rho_e(\vec{r}_e)}{r_e} \sum_{\ell=0}^{\infty} P_\ell(\cos \theta) \left(\frac{r_N}{r_e}\right)^\ell d^3 r_e \quad (3.-31)$$

O potencial criado num ponto, definido pelo raio vector  $\vec{r}_N$ , pela distribuição de carga é, assim, dado por uma soma de termos, em que o primeiro ( $\ell=0$ ) é independente de  $r_N$ , o segundo ( $\ell=1$ ) é um termo dipolar (dependente de  $r_N$ ), o terceiro ( $\ell=2$ ) é um termo quadripolar (dependente de  $r_N^2$ ), etc.

Quando no ponto em relação ao qual estamos calculando o potencial existir também uma carga eléctrica (como é o caso do núcleo), surgirá uma energia de in



teracção electrostática tal que:

$$W = \int \phi(\vec{r}_N) \rho_N(\vec{r}_N) d^3r_N \quad (3.-32)$$

em que  $\rho_N(\vec{r}_N)$  é a anteriormente referida densidade de carga nuclear e  $d^3r_N$  representa o elemento de volume correspondente.

Introduzindo em (3.-32) a expressão do potencial dada por (3.-30), vem:

$$W = \frac{1}{4\pi \epsilon_0} \iint \frac{\rho_e(\vec{r}_e) \rho_N(\vec{r}_N)}{|\vec{r}_N - \vec{r}_e|} d^3r_e d^3r_N \quad (3.-33)$$

Como anteriormente, ter-se-á :

$$|\vec{r}_N - \vec{r}_e|^{-1} = r_e^{-1} \sum_{\ell=0}^{\infty} P_{\ell}(\cos\theta) \left(\frac{r_N}{r_e}\right)^{\ell}$$

Os polinómios de Legendre,  $P_{\ell}(\cos\theta)$ , estão relacionados com as funções harmónicas esféricas,  $Y_{\ell}^0(\theta)$ , pela seguinte expressão:

$$P_{\ell}(\cos\theta) = \left(\frac{4\pi}{2\ell+1}\right)^{1/2} Y_{\ell}^0(\theta)$$

Por sua vez, o teorema de adição das funções harmónicas esféricas permite escrever:

$$Y_{\ell}^0(\theta) = \left(\frac{4\pi}{2\ell+1}\right)^{1/2} \sum_{m=-\ell}^{+\ell} Y_{\ell}^{m*}(\theta_N, \phi_N) \cdot Y_{\ell}^m(\theta_e, \phi_e)$$

em que continua a ser o ângulo entre os dois vectores  $\vec{r}_N$  e  $\vec{r}_e$  e  $(\theta_N, \phi_N)$  e  $(\theta_e, \phi_e)$  são, respectivamente, os ângulos polares que especificam as direcções de  $\vec{r}_N$  e  $\vec{r}_e$  em relação ao referencial. Vem, assim, para  $|\vec{r}_N - \vec{r}_e|^{-1}$ :

$$|\vec{r}_N - \vec{r}_e|^{-1} = \frac{4\pi}{r_e} \sum_{\ell=0}^{\infty} \sum_{m=-\ell}^{+\ell} \frac{1}{2\ell+1} \left(\frac{r_N}{r_e}\right)^{\ell} Y_{\ell}^{m*}(\theta_N, \phi_N) Y_{\ell}^m(\theta_e, \phi_e)$$

Obtem-se, então, para expressão da energia de interacção electrostática:

$$W = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \iint \frac{4\pi}{r_e} \sum_{\ell,m} \frac{1}{2\ell+1} \left(\frac{r_N}{r_e}\right)^\ell Y_\ell^{m*}(\theta_N, \phi_N) Y_\ell^m(\theta_e, \phi_e) \rho_N(\vec{r}_N) \rho_e(\vec{r}_e) d^3r_N d^3r_e$$

(3.-34)

Nesta expressão existem termos sô dependentes das coordenadas nucleares e outros termos sô dependentes das coordenadas electrônicas. Escrevemos, assim, a expressão (3.-34) sob a forma:

$$W = \left(\frac{1}{4\pi\epsilon_0}\right) \cdot 4\pi \sum_{\ell,m} \frac{Q_{\ell,m}}{2\ell+1} \int \rho_e(\vec{r}_e) r_e^{-(\ell+1)} Y_\ell^m(\vec{r}_e) d^3r_e \quad (3.-35)$$

em que:

$$Q_{\ell,m} = \int \rho_N(\vec{r}_N) r_N^\ell Y_\ell^{m*}(\theta_N, \phi_N) d^3r_N \quad (3.-36)$$

Estas quantidades,  $Q_{\ell,m}$  constituem uma definição clássica do momentos multipolares eléctricos. Para  $\ell=0$ , a expressão (3.-36) fornece o valor da carga, a menos de uma constante; para  $\ell=1$ , obtem-se o momento dipolar; para  $\ell=2$  o momento quadripolar, etc.

Note-se que a expressão (3.-36), com que definimos os momentos multipolares, foi obtido considerando um caso particular (potenciais criados pelas cargas electrônicas e supondo  $|\vec{r}_N| < |\vec{r}_e|$ ). Podemos, contudo, obter uma expressão equivalente para definição dos momentos multipolares a partir de um ponto de vista geral. Suponhamos, então, o núcleo sujeito a um potencial electrostático  $\phi$  seja qual for a sua origem, isto é, supondo que  $\phi$  é o resultado de todas as cargas não nucleares ou de qualquer campo electrostático aplicado externamente. Nestas condições, vem para expressão da energia de interacção:

$$W = \int \rho_N(\vec{r}) \cdot \phi(\vec{r}) d^3r \quad (3.-37)$$

em que se identificou  $\vec{r}$  com  $\vec{r}_N$ .

Desenvolvendo o potencial  $\phi(r)$  em série de Taylor na vizinhança do centro de distribuição das cargas nucleares, vem:

$$\phi(\vec{r}) = \phi(o) + (\vec{r} \cdot \nabla \phi(o)) + \frac{1}{2} \sum_{ij} x_i x_j \left( \frac{\partial^2 \phi}{\partial x_i \partial x_j} \right)_o + \dots \quad (3.-38)$$

em que  $\nabla \phi$  representa o gradiente da função potencial  $\phi$ .

Somando e subtraindo a quantidade  $\sum_{ij} \frac{1}{6} r^2 \delta_{ij} \left( \frac{\partial^2 \phi}{\partial x_i \partial x_j} \right)_o$ ,

em que  $\delta_{ij}$  é o símbolo de Kronecker, ao segundo membro de (3.-38), vem:

$$\phi(\vec{r}) = \phi(o) + (\vec{r} \cdot \nabla \phi(o)) + \frac{1}{6} \sum_{ij} (r^2 \delta_{ij} + 3x_i x_j - r^2 \delta_{ij}) \left( \frac{\partial^2 \phi}{\partial x_i \partial x_j} \right)_o + \dots$$

fazendo  $q_{ij} = 3x_i x_j - r^2 \delta_{ij}$  vem, finalmente, para expressão do potencial

$\phi(\vec{r})$  :

$$\phi(\vec{r}) = \phi(o) + (\vec{r} \cdot \nabla \phi(o)) + \frac{1}{6} \sum_{ij} (r^2 \delta_{ij} + q_{ij}) \left( \frac{\partial^2 \phi}{\partial x_i \partial x_j} \right)_o + \dots \quad (3.-39)$$

A energia de interacção electrostática é, então, dada por:

$$W = \int \rho_N(\vec{r}) \cdot \phi(o) d^3r + \int \rho_N(\vec{r}) \cdot (\vec{r} \cdot \nabla \phi(o)) d^3r + \frac{1}{6} \int \rho_N(\vec{r}) \sum_{ij} q_{ij} \left( \frac{\partial^2 \phi}{\partial x_i \partial x_j} \right)_o d^3r +$$

$$+ \frac{1}{6} \int \rho_N(\vec{r}) \sum_{ij} r^2 \delta_{ij} \left( \frac{\partial^2 \phi}{\partial x_i \partial x_j} \right)_o d^3r + \dots = W_e + W_i$$

(3.-40)

em que:

$$W_e = \int \rho_N(\vec{r}) \cdot \phi(o) d^3r + \int \rho_N(\vec{r}) \cdot (\vec{r} \cdot \nabla \phi(o)) d^3r + \frac{1}{6} \int \rho_N(\vec{r}) \sum_{ij} q_{ij} \left( \frac{\partial^2 \phi}{\partial x_i \partial x_j} \right)_o d^3r \quad (3.-41)$$



## FÍSICA NUCLEAR

e:

$$\begin{aligned}
 W_i &= \frac{1}{6} \int \rho_N(\vec{r}) \sum_{ij} r^2 \delta_{ij} \left( \frac{\partial^2 \phi}{\partial x_i \partial x_j} \right)_0 d^3 r = \frac{1}{6} \int \rho_N(\vec{r}) r^2 \sum_i \left( \frac{\partial^2 \phi}{\partial x_i^2} \right)_0 d^3 r = \\
 &= \frac{1}{6} \int \rho_N(\vec{r}) r^2 (\nabla^2 \phi)_0 d^3 r = \frac{1}{6} (\nabla^2 \phi)_0 \int \rho_N(\vec{r}) r^2 d^3 r
 \end{aligned}$$

Em acordo com a lei de Poisson, o potencial,  $\phi$ , criado por uma distribuição de cargas de densidade  $\rho$  obedece à equação

$$\nabla^2 \phi = 4\pi\rho$$

Então, se a densidade de carga foi exterior à região em que se calcula o campo, ter-se-á (equação de Laplace):

$$\nabla^2 \phi = 0$$

Nestas condições, conclui-se que  $W_i = 0$  e, portanto a energia de interacção electrostática é apenas dada por  $W_e$ .

Fazendo  $E = -\text{grad}\phi = -\nabla\phi$ , vem:

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x_i \partial x_i} = \frac{\partial}{\partial x_i} \left( \frac{\partial \phi}{\partial x_j} \right) = \frac{\partial}{\partial x_i} (-E_j)$$

Por outro lado tem-se que:

$$\int \rho_N(\vec{r}) d^3 r = q \quad (3.-42)$$

em que  $q = Ze$  é a carga nuclear.

Designemos por momento dipolar o vector dado por:

$$\vec{P} = \int \vec{r} \cdot \rho_N(\vec{r}) d^3 r \quad (3.-43)$$

e por momento quadripolar o tensor dado por:

$$Q_{ij} = \int \rho_N(\vec{r}) q_{ij} d^3r = \int \rho_N(\vec{r}) (3x_i x_j - r^2 \delta_{ij}) d^3r \quad (3.-44)$$

Introduzindo (3.-42), (3.-43) <sup>(e (3.-44))</sup> em (3.-41), vem para energia de interacção electrostática:

$$W \equiv W_e = q \cdot \phi(o) - (\vec{P} \cdot \vec{E}_o) - \frac{1}{6} \sum_{ij} Q_{ij} \left( \frac{\partial E_j}{\partial x_i} \right)_o - \dots \quad (3.-45)$$

em que  $q \cdot \phi(o) = W_o$  é a energia electrostática supondo a carga nuclear colocada no centro do referencial,  $\vec{P}$  é o vector momento dipolar eléctrico,  $Q_{ij}$  é o tensor momento quadripolar eléctrico e  $\frac{\partial E_j}{\partial x_i}$  é o tensor gradiente de campo eléctrico.

Obtivemos duas expressões para definição clássica de momento quadripolar: a expressão (3.-44) e a que se obtém de (3.-36), tomando  $\ell=2$ :

$$Q_{2,m} = \int \rho_N(\vec{r}) r^2 Y_2^{m*}(\theta_N, \phi_N) d^3r \quad (3.-46)$$

Verifica-se, imediatamente, contudo que, a menos de uma constante, as componentes destes tensores coincidem; isto é, a componente  $Q_{zz}$ , obtida a partir de (3.-44) coincide, a menos de uma constante, com a componente, com a componente  $Q_{2,0}$  contida em (3.-46). Como a função harmónica esférica  $Y_2^{0*}(\theta)$  é dada por:

$$Y_2^{0*}(\theta) = \sqrt{\frac{5}{16\pi}} (3 \cos^2 \theta - 1)$$

ter-se-á

$$\begin{aligned} Q_{2,0} &= \sqrt{\frac{5}{16\pi}} \int \rho_N(\vec{r}) (3r^2 \cos^2 \theta - r^2) d^3r \\ &= \sqrt{\frac{5}{16\pi}} \int \rho_N(\vec{r}) (3z^2 - r^2) d^3r \end{aligned} \quad (3.-47)$$

Por sua vez, a componente  $Q_{zz}$  obtida a partir de (3.-44) é:

$$Q_{zz} = \int \rho_N(\vec{r}) (3z^2 - r^2) d^3r \quad (3.-48)$$

## FÍSICA NUCLEAR

A confrontação de (3.-47) e (3.-48) mostra que, na realidade, as duas componentes são iguais, a menos da constante  $\sqrt{\frac{5}{16\pi}}$ .

## 3.2.5.2 - Expressões quânticas

As expressões válidas em mecânica quântica, correspondentes à carga total e momento quadripolar eléctrico, obtêm-se fazendo a substituição :

$$\rho_N(\vec{r}) d^3r \longleftrightarrow Z.e |\psi_N(\vec{r})|^2 d^3r$$

em que  $\psi_N(\vec{r})$  é a função de onda nuclear e  $\vec{r}$  representa aqui os  $\vec{r}_1, \vec{r}_2, \dots, \vec{r}_A$  vectores de posição dos A nucleões.

Assim, as equações válidas obtidas para a carga q e momento quadripolar eléctrico  $Q_{ij}$ , são:

carga nuclear

$$q = \int Z.e |\psi_N(\vec{r})|^2 d^3r = Z.e \int |\psi_N(\vec{r})|^2 d^3r = Z.e$$

momento quadripolar eléctrico :

$$\begin{aligned} Q_{ij} &= \int \left( \sum_{k=1}^Z e_k \right) |\psi_N(\vec{r})|^2 (3x_i x_j - r^2 \delta_{ij})_k d^3r \\ &= \sum_{k=1}^Z \int \psi_N^*(\vec{r}) \left[ e_k (3x_i x_j - r^2 \delta_{ij})_k \right] \psi_N(\vec{r}) d^3r \end{aligned}$$

Concluí-se, assim, que  $Q_{ij}$  é dado pelo valor médio do operador

$$\hat{Q}_{ij} = \sum_{k=1}^Z e_k (3x_i x_j - r^2 \delta_{ij})_k \quad (3.-49)$$

no estado definido pela função de onda nuclear.

A componente de  $\hat{Q}_{ij}$  segundo o eixo de quantificação é, então:

$$Q_{zz} = \sum_{k=1}^Z e_k (3z_k^2 - r_k^2) \quad (3.-50)$$



É esta a componente que se designa habitualmente por operador quadripolar eléctrico, sendo a definição quântica de momento quadripolar eléctrico obtida a partir do valor médio deste operador no estado considerado definido pelo vector de estado  $|\alpha, I, m\rangle$ , para  $m=I$ .

Em geral, apresenta-se esta expressão dividida pela carga do electrão, vindo então o momento quadripolar eléctrico expresso em unidades de superfície (barn). Fazendo então

$$Q_e(2,0) = \frac{1}{e} \hat{Q}_{zz}$$

O momento quadripolar vem dado por

$$Q = \langle \alpha, I, I | Q_e(2,0) | \alpha, I, I \rangle$$

O estudo da experimental da interacção do núcleo, num dado estado, com um campo eléctrico permite medir o valor do momento quadripolar eléctrico,  $Q$ . Este momento poderá também ser calculado se se conhecerem as funções de onda do sistema nuclear.

#### 4. - CONCLUSÃO

Pode afirmar-se, em resumo do que anteriormente se estudou neste capítulo, que as grandezas que podem ser medidas experimentalmente, além das energias relativas dos níveis nucleares e as suas vidas-médias, são os momentos angulares totais e as paridades relativas desses níveis, bem como os momentos multipolares de que os mais importantes são o momento dipolar magnético e o momento quadripolar eléctrico.

O objectivo final do estudo é, evidentemente, prever ou explicar os resultados experimentais. De acordo com o que se viu anteriormente basta, em princípio, para isso, resolver a equação aos valores próprios do hamiltoneano para o sistema nuclear isolado, ou seja a equação (2.-4):

$$H_{\text{part}} \psi_n = E_n \psi_n$$

em que  $H_{\text{part}}$  é dado por (eq. 2.-2):

$$H_{\text{part}} = \sum_k \frac{\vec{p}_k^2}{2m} + V$$

Contudo, para resolver aquela equação seria necessário, por um lado, dispor da forma exacta do potencial  $V$ , o que supõe um conhecimento das forças nucleares; e, por outro, poder tratar o próprio problema matemático, isto é, ser capaz de resolver um problema a  $A$  corpos, sendo  $A$  o número de massa do núcleo. É justamente para torneiar esta dificuldade que é necessário recorrer aos modelos nucleares, cujo estudo é abordado na disciplina de Espectroscopia Nuclear.

# CAPITULO VIII

## ESTADOS EXCITADOS DO NÚCLEO

### 1. - PRODUÇÃO DE ESTADOS EXCITADOS

Neste capítulo estudaremos alguns aspectos dos estados excitados dos núcleos, bem como das transições que se processam entre eles ou para o estado fundamental.

Vamos começar por tratar das transições electromagnéticas (emissão de radiação gama) para no final do capítulo, referirmos o fenómeno da conversão interna. Antes, porém, tratemos brevemente da produção de estados excitados.

A existência de estados excitados nos núcleos foi pela primeira vez estabelecida através da investigação das estruturas finas dos espectros de partículas alfa. O rearranjo dos nucleões que constituem o núcleo descendente após uma emissão alfa não conduz sempre, como vimos, a um sistema de partículas no mais baixo estado de energia, o que provoca a sua desexcitação, que pode ser efectuada pela emissão de fotões. Um processo nuclear análogo é observado também frequentemente, no declínio beta.

Contudo, as condições de massa-energia existentes nos declínios alfa e beta limitam o intervalo de energia de excitação do núcleo, que pode ser explorado pela via da radioactividade. E, mesmo dentro deste intervalo limitado, os estados de mais baixa energia são favorecidos, em virtude da dependência das probabilidades de transição dos declínios alfa e beta em relação à energia.

Por outro lado, em consequência das regras de selecção para os declínios alfa e beta, apenas podem surgir determinados valores do momento angular total e da paridade dos núcleos, nos seus estados excitados.

#### 1.1 - Fotoexcitação

Dispomos de outros métodos para a produção de estados nucleares excitados que permitem estender consideravelmente o conhecimento dos níveis de energia dos núcleos. Um desses métodos é a fotoexcitação que se obtém expondo o núcleo em estudo, no seu estado fundamental, a um feixe de raios X de alta energia: a absorção dos fotões pelos núcleos do alvo pode conduzir a uma transição do estado fundamental para um estado excitado. Também aqui existem, evidentemente, re



## FÍSICA NUCLEAR

gras de selecção pelo que nem todos os estados excitados, dentro do domínio de energias disponíveis, serão produzidos.

O feixe de raios X de alta energia é produzido interceptando um feixe de electrões, de energia conveniente obtida por meio de um acelerador, por um material de elevado número atómico. Os raios X criados pela desaceleração dos electrões no material (radiação de "bremsstrahlung") podem induzir nos núcleos, estados cujas energias se situam num domínio apenas limitado pela energia do acelerador de partículas utilizado na aceleração dos electrões.

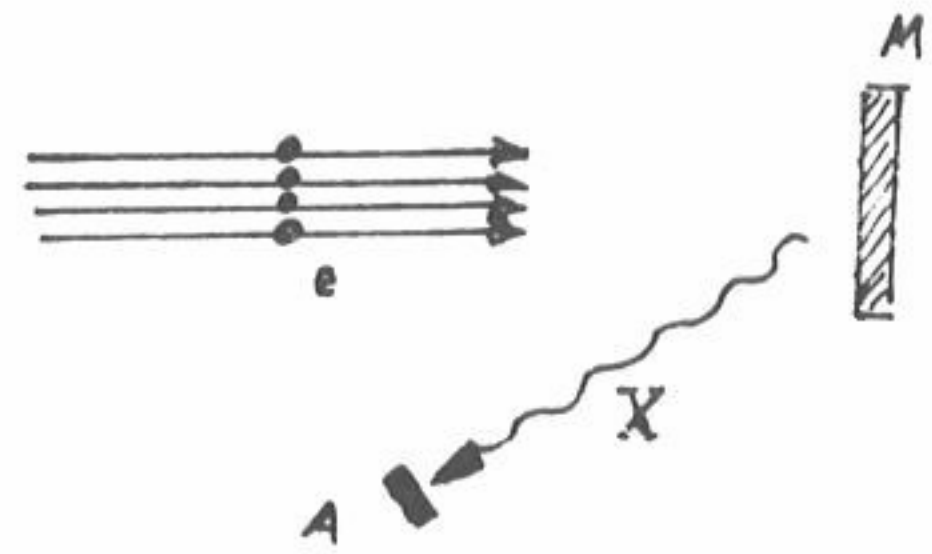


Fig.84- Produção de raios X de "bremsstrahlung": e- feixe de electrões de alta energia; M- material de elevado número atómico; A- alvo

## 1.2 - Excitação Coulombiana

O conhecimento dos estados nucleares excitados tem sido notavelmente alargado pela exploração da chamada excitação Coulombiana. Neste processo, irradia-se um núcleo no seu estado fundamental com prótons ou iões mais "pesados", de energia conveniente. Quando estas partículas se aproximam dos núcleos-alvo a distâncias superiores ao alcance efectivo das forças nucleares, dão origem a um campo electromagnético transiente no núcleo. A perturbação daí resultante pode induzir uma transição do núcleo para um estado excitado. Este processo, tal como a absorção de radiação gama, tem o atractivo de ser de natureza puramente electromagnética, sendo portanto calculável, de uma forma rigorosa, por meio da electrodinâmica quântica, bem desenvolvida e verificada no campo da Física Atómica. Também têm sido desenvolvidas técnicas de excitação baseadas na dispersão, pelos núcleos, de feixes de electrões monoenergéticos.

Outros métodos de excitação entram no domínio das reacções nucleares, cujo estudo sai fora do âmbito desta disciplina.

## 2. - TRANSIÇÕES RADIATIVAS NOS NÚCLEOS: DECLÍNIO GAMA

### 2.1 - Classificação das Transições Radiativas

Designa-se por transição radiativa entre estados nucleares, aquelas que se processam com emissão de radiação electromagnética.

Clássicamente o núcleo é equivalente, como já se fez notar anteriormente, a um sistema de cargas e correntes, criadas pelo movimento dessas cargas. Também já vimos que a energia electrostática que provem da interacção da distribuição espacial estacionária das cargas com um potencial exterior pode ser convenientemente descrita a partir de sobreposição de multipolos eléctricos, o que conduziu à definição de momentos multipolares eléctricos estáticos do núcleo. Igualmente as correntes estacionárias conduziram à definição de momentos magnéticos.

Considerações semelhantes, aplicadas a campos electricos e magnéticos dependentes do tempo, mostram que a emissão de radiação, por transição de um estado estacionário para outro, pode ser tratada como uma sobreposição de campos de radiação produzidos por multipolos, eléctricos e magnéticos, variando no decurso do tempo. Veremos que, na prática, a principal contribuição para o campo de radiação provem dos multipolos de ordem menos elevada, compatíveis com as regras de selecção do momento angular e paridade.

Vimos com efeito, que a energia de interacção electrostática é dada por uma sobreposição de termos multipolares de ordem sucessivamente crescente. O termo monopolar não apresenta variação no decurso do tempo e, nestas condições o multipolo de ordem menos elevada que intervem na emissão de radiação é o termo dipolar

Recordemos que o núcleo não tem momento dipolar eléctrico estático. Isto deve-se, como vimos, a que a paridade associada ao momento estático é sempre positiva; ora a um momento dipolar eléctrico corresponde uma paridade negativa. Entretanto, nada impede que exista um momento dipolar eléctrico quando ocorre uma transição entre estados nucleares de paridade diferente. Existe, assim, nestas transições, uma quantidade equivalente a um momento dipolar eléctrico variando no tempo, o que dá origem a uma radiação análoga à emitida por um dipolo eléctrico oscilante clássico (Fig. 85).

Dispondo de uma carga  $q$  animada de um movimento oscilatório harmónico, dado por  $Z = a_0 \cdot \text{sen } \omega t$ , como se indica na figura 85, o seu momento dipolar oscilante é:

$$p = p_0 \cdot \text{sen } \omega t$$

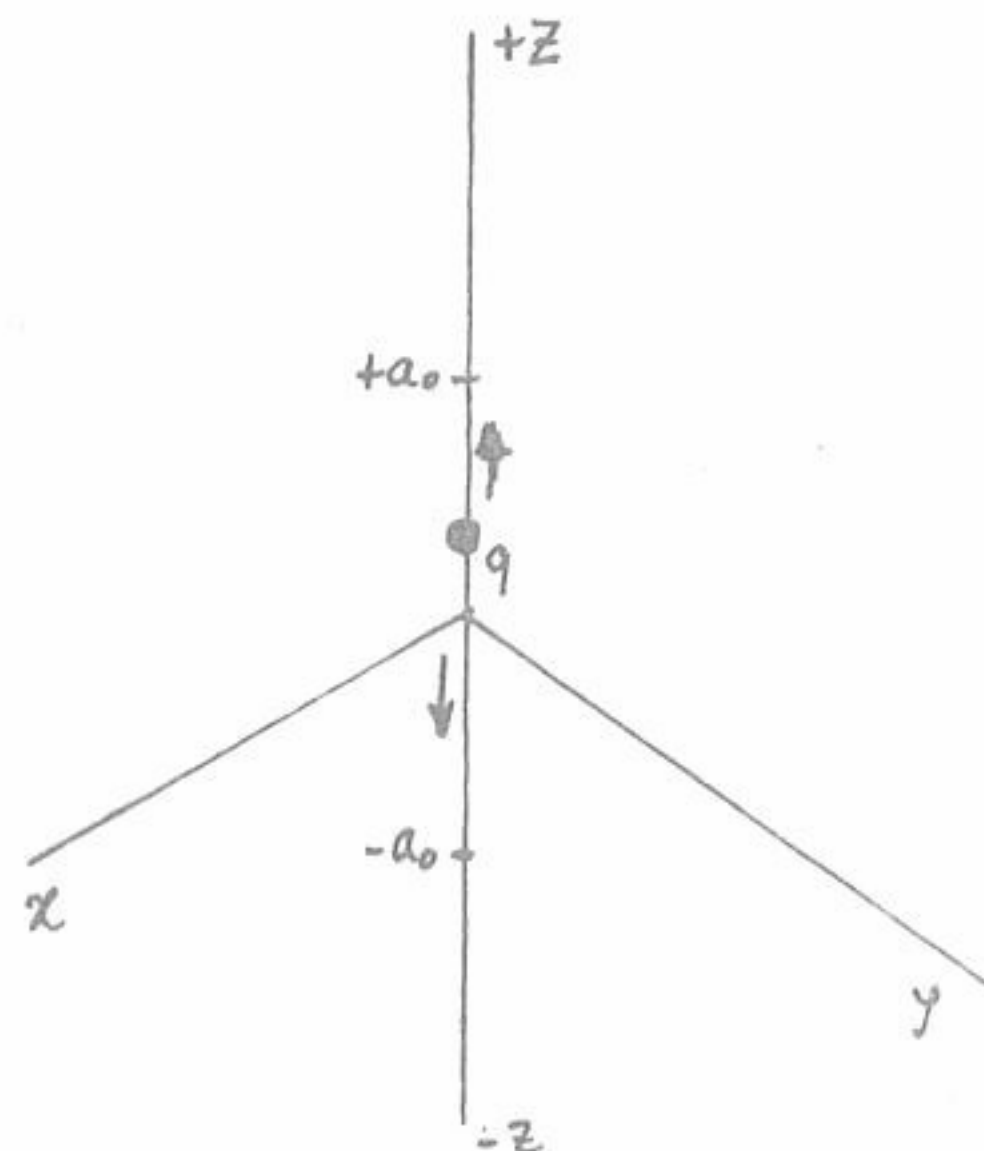


Fig.85 - carga pontual animada de um movimento oscilatório harmónico (dipolo oscilante)



em que  $\omega$  é a frequência do movimento. Da teoria do campo eletromagnético sabe-se que, nestas condições, a taxa média de emissão da energia radiada é dada por

$$\frac{1}{3} \cdot \frac{p_0^2 \omega^4}{c^3}$$

Então o intervalo de tempo necessário para radiar uma quantidade de energia igual a um quantum,  $\hbar\omega$ , será:

$$\frac{\hbar \omega}{(p_0^2 \cdot \omega^4) / 3c^3} = \frac{3 c^3 \hbar}{p_0^2 \omega^3} \quad (2.-1)$$

Esta expressão semiclássica deverá ter por analogia quântica a vida-média do nível excitado a partir do qual foi emitida a radiação. Então, a probabilidade de transição por unidade de tempo será dada pelo inverso da expressão (2.-1). Obtivemos, assim, através de um cálculo semiclássico, para probabilidade de transição por unidade de tempo através de uma radiação dipolar o valor dado por:

$$\frac{p_0^2}{3\hbar} \left( \frac{\omega}{c} \right)^3 \quad (2.-2)$$

Um momento dipolar corresponde a  $L=1$ ; a expressão (2.-2) pode, então, ser escrita sob a forma:

$$\frac{p_0^2}{3\hbar} \left( \frac{\omega}{c} \right)^{2L+1} = \frac{p_0^2}{3\hbar} \left( \frac{E_\gamma}{\hbar c} \right)^{2L+1} \quad (2.-3)$$

em que  $E_\gamma$  é a energia de transição.

Ver-se-à mais adiante que esta expressão é generalizável às radiações multipolares de ordem mais elevada; quer dizer: a probabilidade de transição por unidade de tempo para uma ordem multipolar  $L$  é proporcional a  $\left( \frac{E_\gamma}{\hbar c} \right)^{2L+1}$ .



A classificação das diferentes multipolaridades das radiações está resumida no quadro VIII-1

Quadro VIII-1

Classificação das radiações

Ordem (L)	Multipolaridade ( $2^L$ )	Designação	Transição ( $I_i \rightarrow I_f$ )
1	2	Dipolo	$1 \rightarrow 0$
2	4	Quadripolo	$2 \rightarrow 0$
3	8	Octopolo	$3 \rightarrow 0$
4	16	Hexadecapolo	$4 \rightarrow 0$
⋮			

As diferentes radiações multipolares são, assim, caracterizadas por um valor L, que representa o momento angular total transportado pela radiação gama  $2^L$ -polar em relação à fonte do campo de radiação. As diversas transições são definidas por meio de um momento dipolar dinâmico dado - em completa analogia com os momentos multipolares estáticos - pelo elemento de matriz do operador multipolar correspondente entre os estados inicial e final intervenientes na transição.

## 2.2 - Regras de Seleção para as Transições Radiativas

### 2.2.1 - Momento angular

Como o momento angular se conserva segue-se que, numa transição nuclear

## FÍSICA NUCLEAR

$I_i \xrightarrow{\gamma(L)} I_f$ , se deve cumprir a relação triangular entre os números quânticos  $I_i$ ,  $I_f$  e  $L$ , ou seja

$$\Delta I = |I_i - I_f| \leq L \leq \Sigma I = I_i + I_f \quad (2.-4)$$

Por outro lado dever-se-ã observar a relação:

$$M = m_i - m_f \quad (2.-5)$$

Estes resultados constituem as regras de selecção do momento angular das transições eletromagnéticas entre dois estados nucleares. Na emissão gama existe assim, em princípio uma mistura de radiações multipolares: todas as que forem compatíveis com as relações (2.-4) e (2.-5). Contudo, sã se observam as de ordem menos elevada,  $L = \Delta I$ , ou uma mistura desta com a de ordem imediatamente euperior,  $L' = L + 1$ . Isto deve-se a que a probabilidade de emissão diminui ã medida que  $L$  aumenta. Na realidade, essa probabilidade ã aproximadamente proporcional a  $(\frac{R}{\lambda})^{2L}$ ; ora, como se sabe,  $R = r_0 A^{1/3}$ , com  $r_0 \approx 1,3$  fermi, tendo  $\lambda$  um valor muito superior (cerca de 200 fermi, para uma radiação com a energia de 1MeV).

### 2.2.2 - Paridade

Como se viu no estudo dos momentos multipolares estãticos, distinguem-se, dois tipos de multipolos, elãtricos e magnãticos, a que correspondem determinadas paridades. Anãlogamente, numa transiãõ entre estados nucleares poder-se-ãõ ter radiações multipolares elãtricas de ordem  $L$ , cuja paridade ã definida por  $\pi_E = (-1)^L$ , e a radiações multipolares magnãticas de ordem  $L$ , cuja paridade ã  $\pi_M = (-1)^{L+1}$ .

Quando se dã uma transiãõ entre dois estados a paridade associada com a radiação electromagnãtica emitida estã directamente dependente da paridade relativa dos dois estados entre os quais ocorre a transiãõ. Consequentemente, havendo uma mistura de radiações, de ordens  $L$  e  $L' = L + 1$ , numa dada transiãõ, elas sãõ necessãria-mente de natureza diferente.

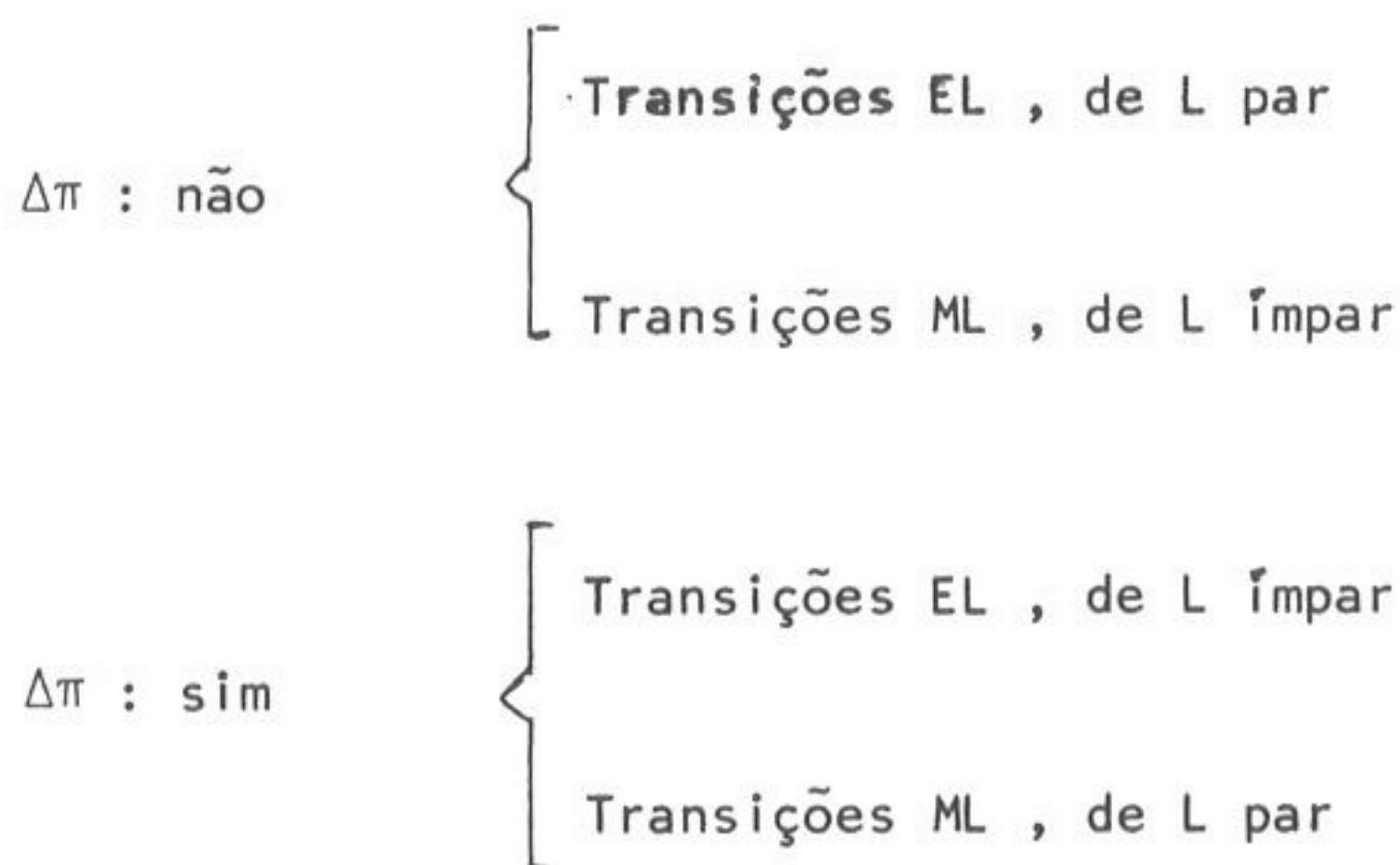
Representando as radiações multipolares elãtricas e magnãticas; de ordem  $L$ , respectivamente por  $E_L$  e  $M_L$  as radiações de paridade par, sãõ:

$$M1, E2, M3, E4, \dots$$

e as de ordem ímpar , são:

$$E1 , M2 , E3 , M4 , \dots\dots\dots$$

Em conclusão, teremos as seguintes regras de selecção nas transições electro-magnéticas, no que respeita à paridade:



2.2.3 - Utilização das Regras de Selecção : exemplos.

Os esquemas da figura 86 exemplificam algumas transições nucleares possíveis no que respeita às regras de selecção do momento angular e da paridade.

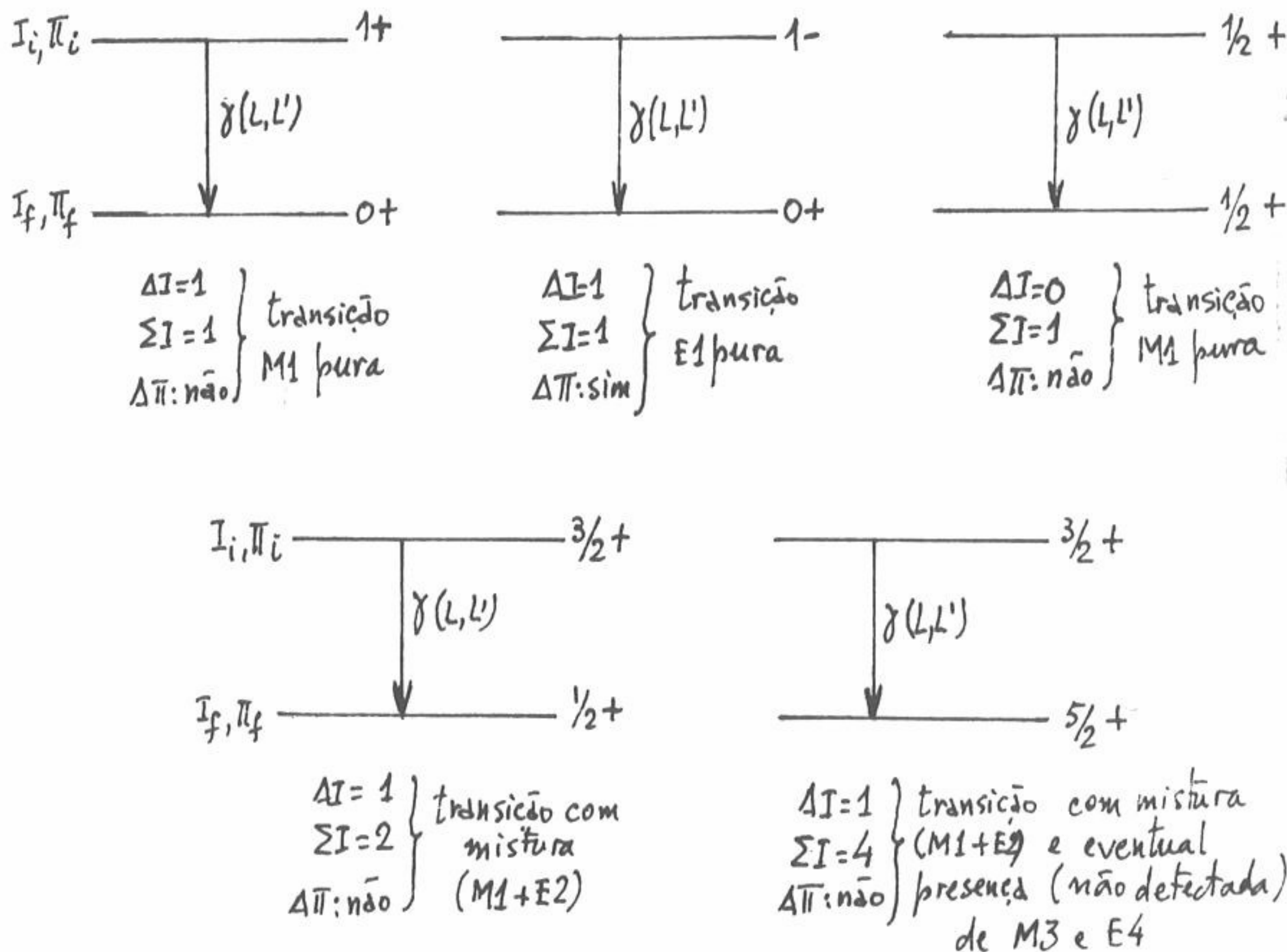


Fig. 86- Exemplos das regras de Selecção nas Transições electromagnéticas



2.3 - Probabilidades de Transição

A probabilidade de emissão de uma radiação EL é apreciavelmente mais elevada do que a de uma radiação ML da mesma ordem multipolar. Assim, por exemplo, no caso de um dipolo, a teoria do campo electromagnético mostra que a razão entre a intensidade do campo,  $\epsilon^{(M)}$ , devido ao dipolo magnético e a intensidade do campo,  $\epsilon^{(E)}$ , devido ao dipolo eléctrico é da ordem de grandeza de  $v/c$ , em que  $v$  é a velocidade da carga eléctrica criadora daqueles campos. Nestas condições, é frequente encontrar transições com misturas de radiações (M1+E2) ou (M2+E3), ao passo que só excepcionalmente se observam misturas do tipo E1+M2. Na realidade, nesta última mistura a intensidade da componente M2 é fortemente diminuída devido ao facto que acabámos de citar, ao qual se adiciona ainda o efeito, já anteriormente assinalado, que consiste em que a probabilidade de emissão diminui fortemente à medida que  $L$  aumenta. Numa mistura M1+E2 os dois efeitos actuam em sentidos contrários.

O tratamento teórico da determinação das probabilidades de transição nucleares é apenas aproximado, pois as previsões que podem ser feitas são necessariamente baseadas num determinado modelo do comportamento das cargas nucleares. Os primeiros cálculos foram efectuados por Weisskopf baseando-se no modelo do núcleo em camadas de partículas independentes, que estudaremos em Espectroscopia Nuclear. Neste modelo admite-se que a excitação do núcleo é devida à excitação de um dos seus nucleões. Os valores estimados para as probabilidades de transição com base nele, servem de termo de comparação não só para os valores experimentalmente medidos, mas também para os calculados com base noutros modelos nucleares.

A expressão obtida por Weisskopf para a probabilidade de transição através de uma radiação multipolar eléctrica é:

$$\frac{1}{\tau_E} = \alpha \omega \left( \frac{R}{\lambda} \right)^{2L} S \quad (2.-6)$$

em que:

$$\alpha \text{ é a constante de estrutura fina, } \alpha = \frac{e^2}{\hbar c} = \frac{1}{137} ;$$

$$\omega \text{ é a frequência da transição, } \omega = \frac{E_Y}{\hbar} ;$$

$S$  é um factor dependente da multipolaridade da radiação emitida,

sendo dada por:

$$S = \frac{2(1+1/L)}{[(2L+1) \cdot (2L-1) \dots \cdot 5 \cdot 3 \cdot 1]^2 (1+L/3)^2}$$

Fácilmente se verifica que da expressão (2.-6) se obtém, tal como em (2.-3), uma probabilidade de transição por unidade de tempo proporcional a  $\left[ \frac{E_\gamma}{\hbar c} \right]^{2L+1}$ .

Da expressão (2.-6) vem para a vida-média do estado nuclear

$$\tau_E = \frac{1}{\alpha \omega S} \cdot \left( \frac{\chi}{R} \right)^{2L}$$

Como:  $\chi = \frac{\lambda}{2\pi} = \frac{c}{\omega}$  e:  $R = r_0 \cdot A^{1/3}$ , vem:

$$\tau_E = \frac{1}{\alpha S} \cdot \frac{\hbar}{E_\gamma} \left( \frac{c\hbar}{E_\gamma r_0 A^{1/3}} \right)^{2L}$$

ou substituindo  $c\hbar$  em função de  $\alpha$ :

$$\begin{aligned} \tau_E &= \frac{1}{\alpha S} \cdot \frac{\hbar}{E_\gamma} \cdot \left( \frac{e^2}{\alpha E_\gamma r_0 A^{1/3}} \right)^{2L} = \\ &= \frac{\hbar}{S} \cdot \left( \frac{1}{\alpha E_\gamma} \right)^{2L+1} \cdot \left( \frac{e^2}{r_0 A^{1/3}} \right)^{2L} = \frac{\hbar}{S} \left( \frac{137}{E_\gamma} \right)^{2L+1} \cdot \left( \frac{e^2}{r_0 A^{1/3}} \right)^{2L} \end{aligned}$$

multiplicando e dividindo por  $(m_e c^2)^{2L+1}$ , vem:

$$\tau_E = \left( \frac{137}{E_\gamma / m_e c^2} \right)^{2L+1} \cdot \left( \frac{e^2 / m_e c^2}{r_0 A^{1/3}} \right)^{2L} \cdot \frac{\hbar}{m_e c^2} \cdot \frac{1}{S}$$

## FÍSICA NUCLEAR

$e^2/m_e c^2$  é uma constante ("raio clássico" do electrão) calculável a partir de constantes fundamentais; o seu valor é

$$\frac{e^2}{m_e c^2} = 2,82 \times 10^{-15} \text{ m} \approx 2r_0$$

como  $m_e c^2 = 0,511 \text{ Mev}$  vem finalmente, exprimindo  $E_\gamma$  em Mev:

$$\tau_E \approx \left( \frac{70}{E_\gamma (\text{Mev})} \right)^{2L+1} \cdot \left( \frac{2}{A^{1/3}} \right)^{2L} \cdot \frac{1,29 \times 10^{-21}}{S} \text{ s}$$

ou

$$\tau_E \approx \frac{0,645 \times 10^{-21}}{S} \cdot \left( \frac{140}{E_\gamma (\text{Mev})} \right)^{2L+1} \cdot A^{-(2/3)L} \text{ s} \quad (2.-7)$$

A expressão (2.-7) mostra que a vida-média  $\tau_E$  de um nível nuclear cresce rapidamente com a ordem multipolar,  $L$ , da radiação emitida, não apenas devido aos expoentes em que  $L$  intervem, mas também ao factor  $1/S$ . Por outro lado, o factor  $A^{-(2/3)L}$  indica que, em igualdade de outros factores, as vidas-médias diminuem à medida que o número de massa,  $A$ , do núcleo emissor aumenta. A figura 87 reproduz um diagrama das vidas-médias,  $\tau_E$ , para emissões multipolares eléctricas, em função da energia de transição,  $E_\gamma$ , em acordo com a fórmula de Weisskopf. As curvas a tracejado foram obtidas tomando em consideração a conversão interna da transição.

Para uma transição multipolar magnética de ordem  $L$ , o cálculo de Weisskopf conduz a:

$$\tau_M \approx \frac{2,90 \times 10^{-21}}{S} \cdot \left( \frac{140}{E_\gamma (\text{Mev})} \right)^{2L+1} \cdot A^{-(2/3)(L-1)} \text{ s} \quad (2.-8)$$

Dividindo a expressão (2.-8) por (2.-7), verifica-se que, para duas radiações da



mesma polaridade, as vidas-médias estão entre si como

$$\tau_M / \tau_E = 4,5 \times A^{2/3}$$

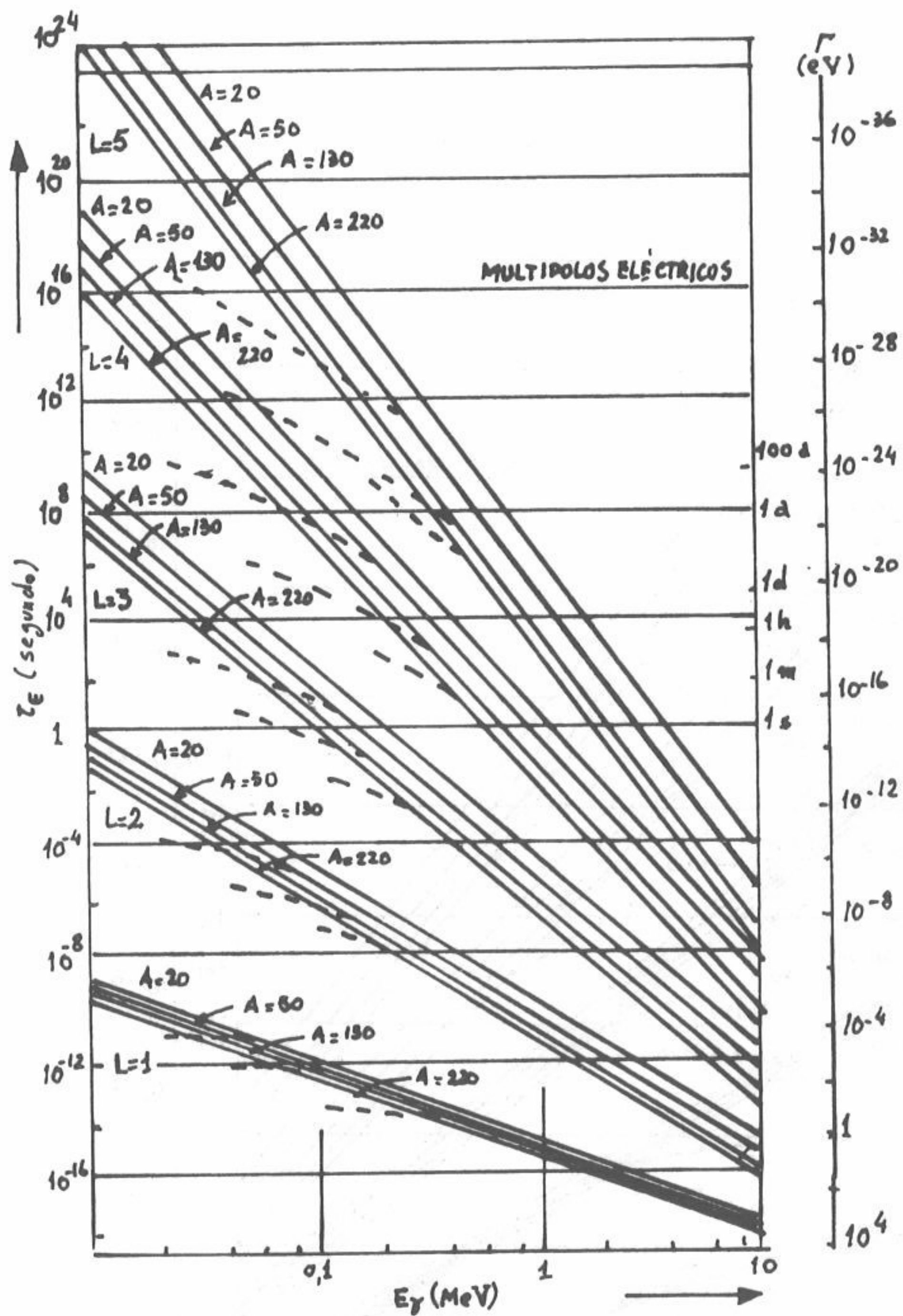


Fig. 87 - Vidas-médias para transições multipolares eléctricas

A figura 88 é uma representação análoga à da figura 87, mas para transições multipolares magnéticas. Em ambas as figuras indica-se também a espessura do nível que declina por emissão de uma dada radiação. Designa-se por espessura de um nível energético a indeterminação,  $\Gamma$ , do seu valor, que é obtida a partir da quarta relação de Heisenberg:

$$\Gamma = \frac{\hbar}{\tau}$$

sendo  $\tau$  a vida-média desse nível

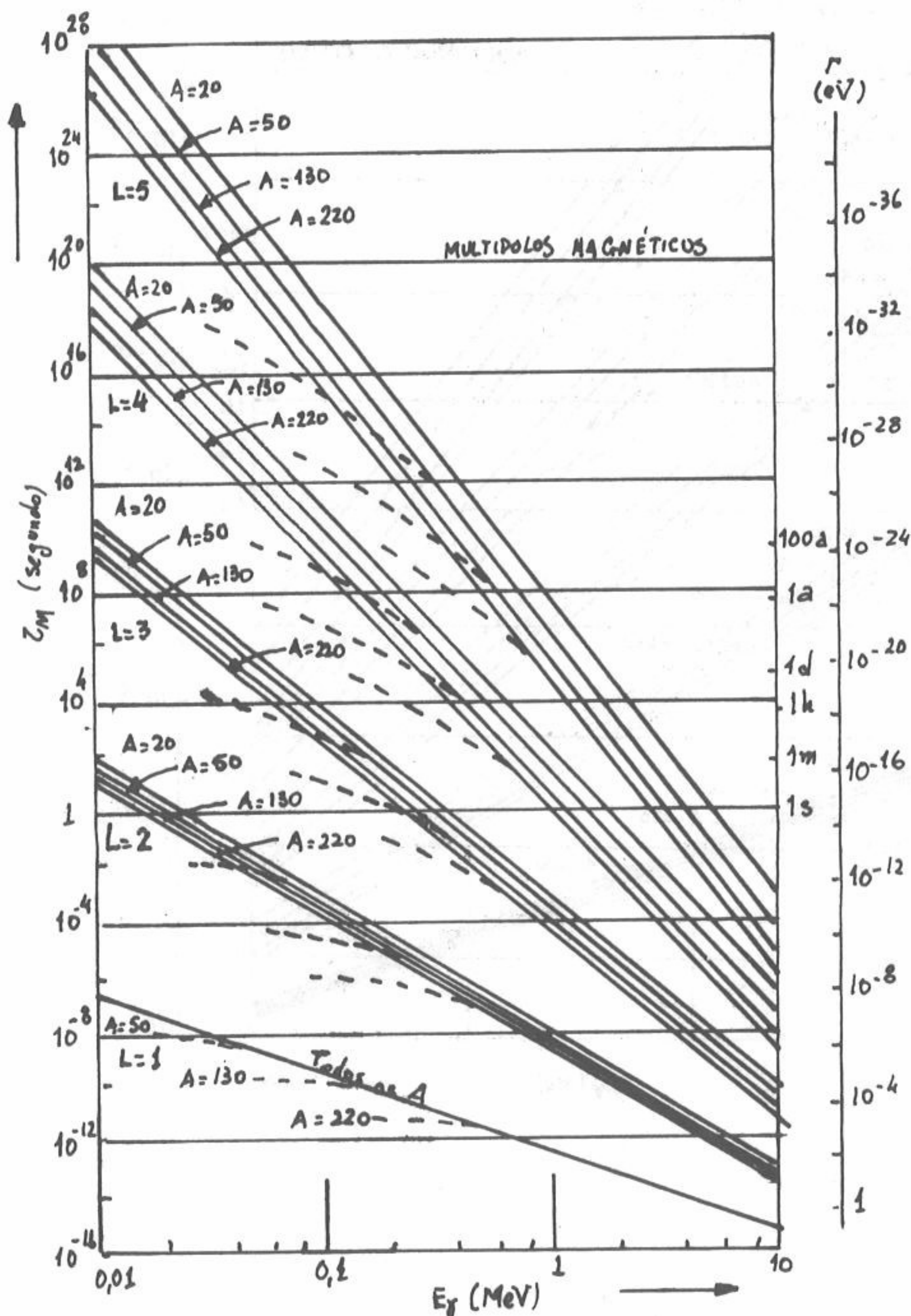


Fig.88 - Vidas-médias para transições multipolares magnéticas



Os valores das espessuras dos níveis, determinados a partir das fórmulas de Weisskopf servem de base para a comparação dos valores experimentalmente obtidos com as previsões teóricas dos diferentes modelos nucleares, constituindo as chamadas unidades Weisskopf.

De um modo geral pode dizer-se que, através das fórmulas de Weisskopf se obtêm valores calculados para as vidas-médias demasiado baixos, quando comparados com os valores experimentais. Exceptua-se contudo o caso de determinadas radiações quadripolares eléctricas (E2) correspondentes a transições entre estados nucleares colectivos de tipo rotacional, explicáveis através de um determinado modelo nuclear estudado em Espectroscopia Nuclear. Neste último caso, os valores estimados para as vidas-médias pela fórmula de Weisskopf são superiores aos valores experimentais.

Nas expressões teóricas que se deduzem para o cálculo das vidas-médias intervem um factor que é independente do modelo nuclear adoptado e um outro que varia em acordo com esse modelo. Este último factor é constituído pelas probabilidades reduzidas de transição,  $B(EL)$  e  $B(ML)$ , as quais são essencialmente constituídas pelos quadrados dos elementos de matriz que definem os momentos multipolares dinâmicos do núcleo, anteriormente definidos.

Para uma transição multipolar eléctrica esse momento é dado, como se viu por:

$$Q_{LM}(i \rightarrow f) \equiv \langle \psi_f | Q_{LM} | \psi_i \rangle = e \sum_{k=1}^2 \int \psi_f^* [(r_k)^L \cdot Y_L^M(\theta_k, \phi_k)] \psi_i dt \quad (2.-9)$$

Para calcular a probabilidade reduzida de transição é necessário calcular o elemento de matriz dado por (2.-9) para todas as possíveis transições  $I_i m_i \rightarrow I_f m_f$ , as quais têm necessariamente de obedecer à relação

$$|M| = |m_i - m_f| \leq L$$

A probabilidade reduzida de transição é, então definida como:

$$B(EL; I_i \rightarrow I_f) = \frac{1}{2I_i + 1} \sum_{m_i} \sum_{m_f} |Q_{LM}(i \rightarrow f)|^2 \quad (2.-10)$$



sendo a probabilidade de transição por unidade de tempo dada por:

$$\lambda_E(L; I_i \rightarrow I_f) = \frac{4\pi}{\hbar} \left( \frac{E_\gamma}{\hbar c} \right)^{2L+1} \cdot S \cdot B(EL; I_i \rightarrow I_f) \quad (2.-11)$$

De modo análogo, vem para uma transição multipolar magnética:

$$\lambda_M(L; I_i \rightarrow I_f) = \frac{4\pi}{\hbar} \left( \frac{E_\gamma}{\hbar c} \right)^{2L+1} \cdot S \cdot B(ML; I_i \rightarrow I_f) \quad (2.-12)$$

em que  $B(ML; I_i \rightarrow I_f)$  é a probabilidade reduzida de transição respectiva, dada por:

$$B(ML; I_i \rightarrow I_f) = \frac{1}{2I_i + 1} \sum_{m_i} \sum_{m_f} |M_{LM}(i \rightarrow f)|^2 \quad (2.-13)$$

sendo  $M_{LM}(i \rightarrow f)$  o elemento de matriz correspondente às transições magnéticas  $I_i, m_i \rightarrow I_f, m_f$ .

#### 2.4 - Mistura de Radiações Multipolares

Como se viu anteriormente, as regras de selecção do momento angular e da paridade permitem a mistura de radiações de natureza e multipolaridade diferentes. Contudo, como também já se fez notar, as diferenças consideráveis entre as probabilidades de emissão das diversas radiações fazem com que apenas se observem misturas de duas radiações, em geral  $[ML+E(L+1)]$ , por exemplo  $M1 + E2$ , em que  $L = \Delta I$  ou  $\Delta I + 1$  se  $\Delta I$  for nulo;  $\Delta I$  representa, como habitualmente a diferença entre os números quânticos dos momentos angulares totais dos níveis intervenientes na emissão da radiação.

Numa transição, a mistura de duas radiações, de ordens multipolares  $L$  e  $L' = L+1$ , é caracterizada pela razão de mistura,  $\delta$ , que é definida pela razão dos elementos de matriz reduzidos correspondentes:

$$\delta = \frac{\langle I_f || L' || I_i \rangle}{\langle I_f || L || I_i \rangle} \quad (2.-14)$$

O quadrado da razão de mistura representa a razão das intensidades das duas radiações presentes:

$$\delta^2 = \frac{I(L')}{I(L)} \quad (2.-15)$$

Assim, um valor  $\delta=0$  caracteriza uma radiação pura de ordem multipolar  $L$  e  $\delta=\infty$  uma radiação pura de ordem multipolar  $L'$ . As fracções das radiações  $L$  e  $L'$  presentes numa mistura são, evidentemente, dadas por  $(1+\delta^2)^{-1}$  e  $\delta \cdot (1+\delta^2)^{-1}$ , respectivamente.

A comparação dos valores experimentais de  $\delta^2$ , determinados a partir das razões das intensidades das duas radiações presentes numa mistura, com os que podem ser calculados a partir das probabilidades reduzidas de transição, constitui mais um valioso teste de validade dos diferentes modelos nucleares, visto que estas probabilidades só podem ser calculadas com base na aplicação de um determinado modelo à transição em estudo.

## 2.5 - Esquemas de Níveis Nucleares

Vejamos, através de dois exemplos, como as determinações experimentais das energias das radiações gama emitidas por um núclido permitem conhecer os diferentes esquemas possíveis para os seus estados excitados.

Consideremos, em primeiro lugar, o decaimento beta do  $^{58}\text{Co}$  que conduz ao  $^{58}\text{Fe}$ , o qual é acompanhado pela emissão de radiação gama cujo espectro revela as seguintes energias:

$$\gamma_1 : 1.670 \text{ keV} ; \gamma_2 : 860 \text{ keV} ; \gamma_3 : 810 \text{ keV}$$

Estas energias correspondem à transição entre estados nucleares e, portanto, a



diferenças entre as energias de excitação desses estados (ou entre as energias dos estados excitados e do estado fundamental). Um esquema possível seria, assim, a-

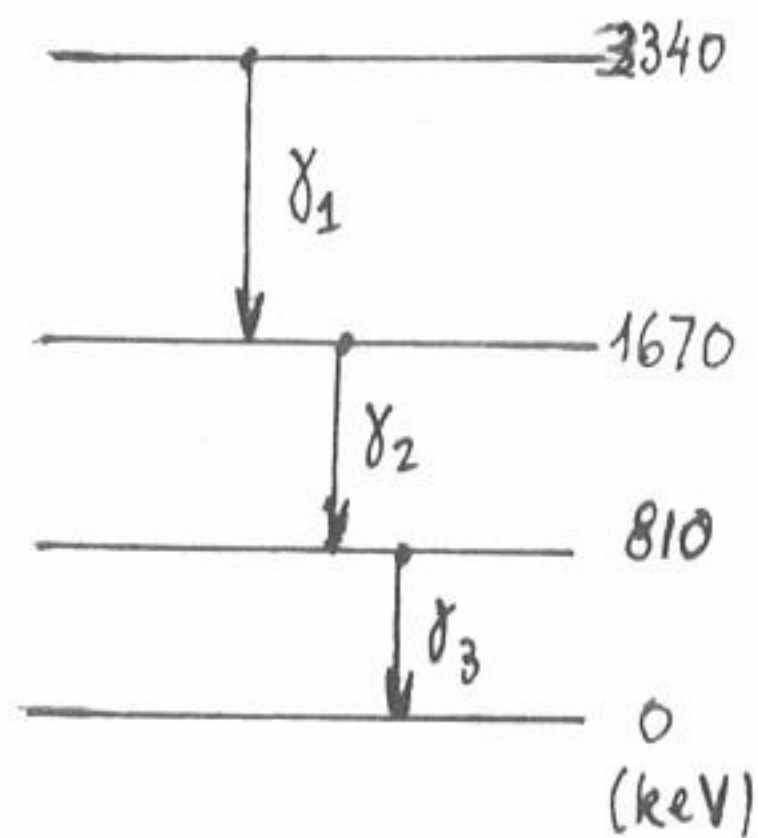


Fig.89

quele que desse origem a uma cascata de radiações com as energias observadas, por exemplo o representado na figura 89. No entanto, um estado excitado pode ter diversas vias de desexcitação compatíveis com as regras de selecção para as transições nucleares, cabendo a cada uma delas uma certa probabilidade <sup>dependente</sup> dos parâmetros nucleares dos níveis intervenientes e das radiações emitidas. É, assim, mais provável que, em vez de uma cascata das três radiações surjam emissões em alternativa. No caso presente verifica-se que

$$E_{\gamma_2} + E_{\gamma_3} = E_{\gamma_1}$$

designando por  $E_{\gamma}$  as energias das radiações observadas. Esta relação entre as energias sugere imediatamente que o esquema de declínio deve ser um dos representados na figura 90. Na realidade, realizando experiências de coincidências entre as radiações emitidas pelo  $^{58}\text{Co}$  veri-

fica-se que:

1º as radiações  $\gamma_2$  e  $\gamma_3$  estão em coincidência;  
2º a radiação  $\gamma_1$  não está em coincidência com nenhuma das restantes. Estas observações justificam que o esquema de níveis do  $^{58}\text{Fe}$  é efectivamente, um dos representados na fig. 90.

Observações complementares

permitem escolher entre estes e afirmar que é o traçado em (I).

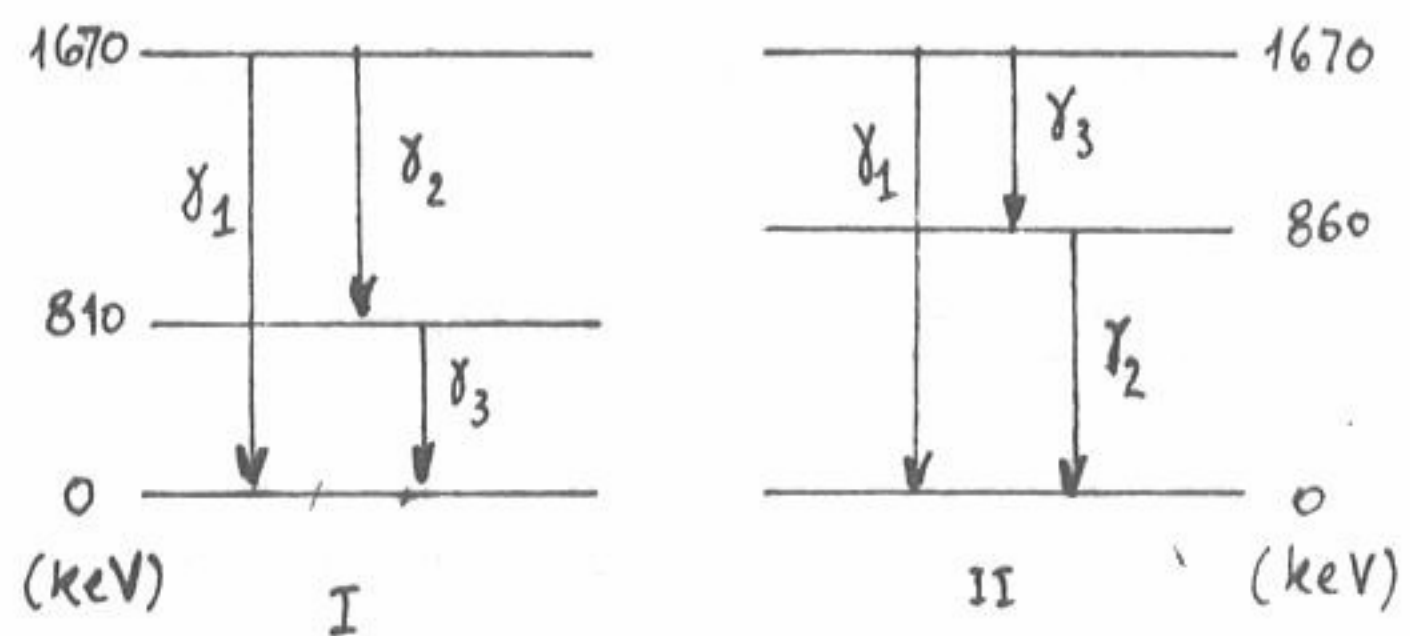


Fig.90

Consideremos outro exemplo um pouco mais complicado: o declínio beta do  $^{213}\text{Pb}$ , que conduz ao  $^{213}\text{Bi}$ , o qual é acompanhado pela emissão das seguintes radiações:



$$\gamma_1: 590 \text{ keV} ; \gamma_2: 450 \text{ keV} ; \gamma_3: 330 \text{ keV} ;$$

$$\gamma_4: 260 \text{ keV} ; \gamma_5: 140 \text{ keV} .$$

Para procurar os possíveis esquemas de níveis, começemos por construir o quadro VIII-2, em que se indicam as diferenças das energias gama observadas.

Quadro VIII-2

Diferenças das Energias das Radiações Gama

Emitidas pelo  $^{213}\text{Pb}$

Energias $\gamma$ (keV)	$\gamma_5:140$ (I)	$\gamma_4:260$ (II)	$\gamma_3:330$ (III)	$\gamma_2:450$ (IV)	$\gamma_1: 590$
$\gamma_5:140$	0	—	—	—	—
$\gamma_4:260$	120	0	—	—	—
$\gamma_3:330$	190	70	0	—	—
$\gamma_2:450$	310	190	120	0	—
$\gamma_1:590$	450 (IV)	330 (III)	260 (II)	140 (I)	0

Quando se comparam as diferenças de energia com os valores medidos para as radiações gama observadas, verifica-se a existência de certas correspondências, o que é assinalado pelos números romanos entre parêntesis. As energias observadas correspondem a transições entre estados nucleares, e portanto a diferenças de energia entre esses estados. Podemos, assim, como hipótese de trabalho, identificar a maior energia observada como uma transição do estado

mais excitado para o fundamental (fig. 91).

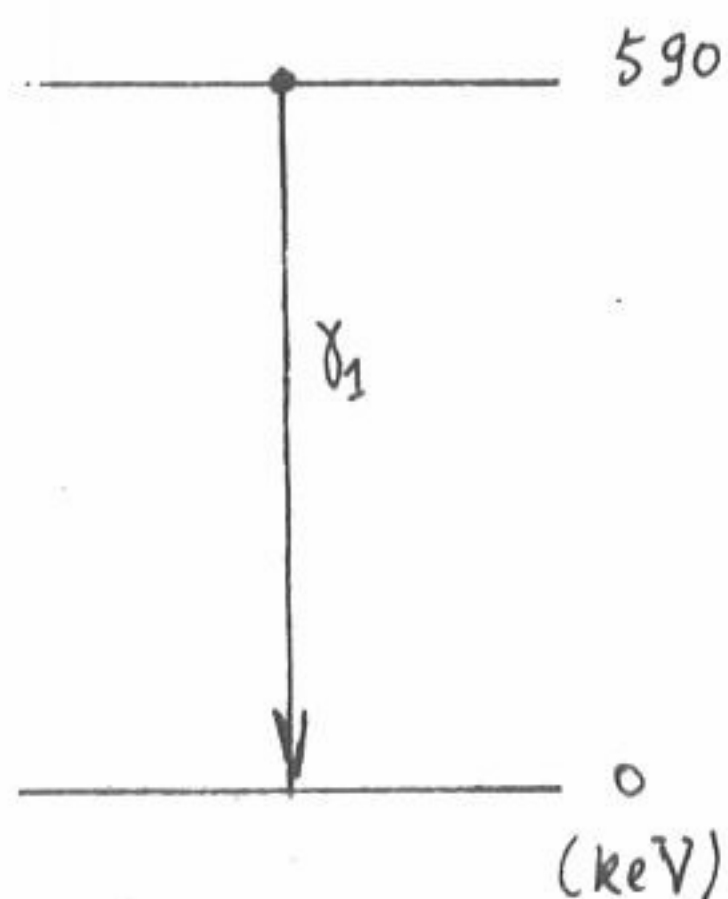


Fig. 91

Por outro lado verifica-se (Quadro VIII-2) que

$$E_{\gamma_1} - E_{\gamma_2} = E_{\gamma_5}$$

e, portanto:

$$E_{\gamma_1} - E_{\gamma_5} = E_{\gamma_2}$$

o que permite qualquer dos esquemas da figura 92.

Verifica-se ainda que:

$$E_{\gamma_1} - E_{\gamma_3} = E_{\gamma_4}$$

e, portanto

$$E_{\gamma_1} - E_{\gamma_4} = E_{\gamma_3} ;$$

estas relações são compatíveis com os esquemas da figura 93, que deverão ser combinados com os da figura anterior.

Poderemos, então, ter os esquemas de declínio, compatíveis com as energias das radiações observadas, representadas na fig. 94. A simples determinação das energias da radiação gama emitidas não permite, assim, levantar a ambiguidade, pois qualquer dos quatro esquemas da fig 94 é compatível com os valores observados.

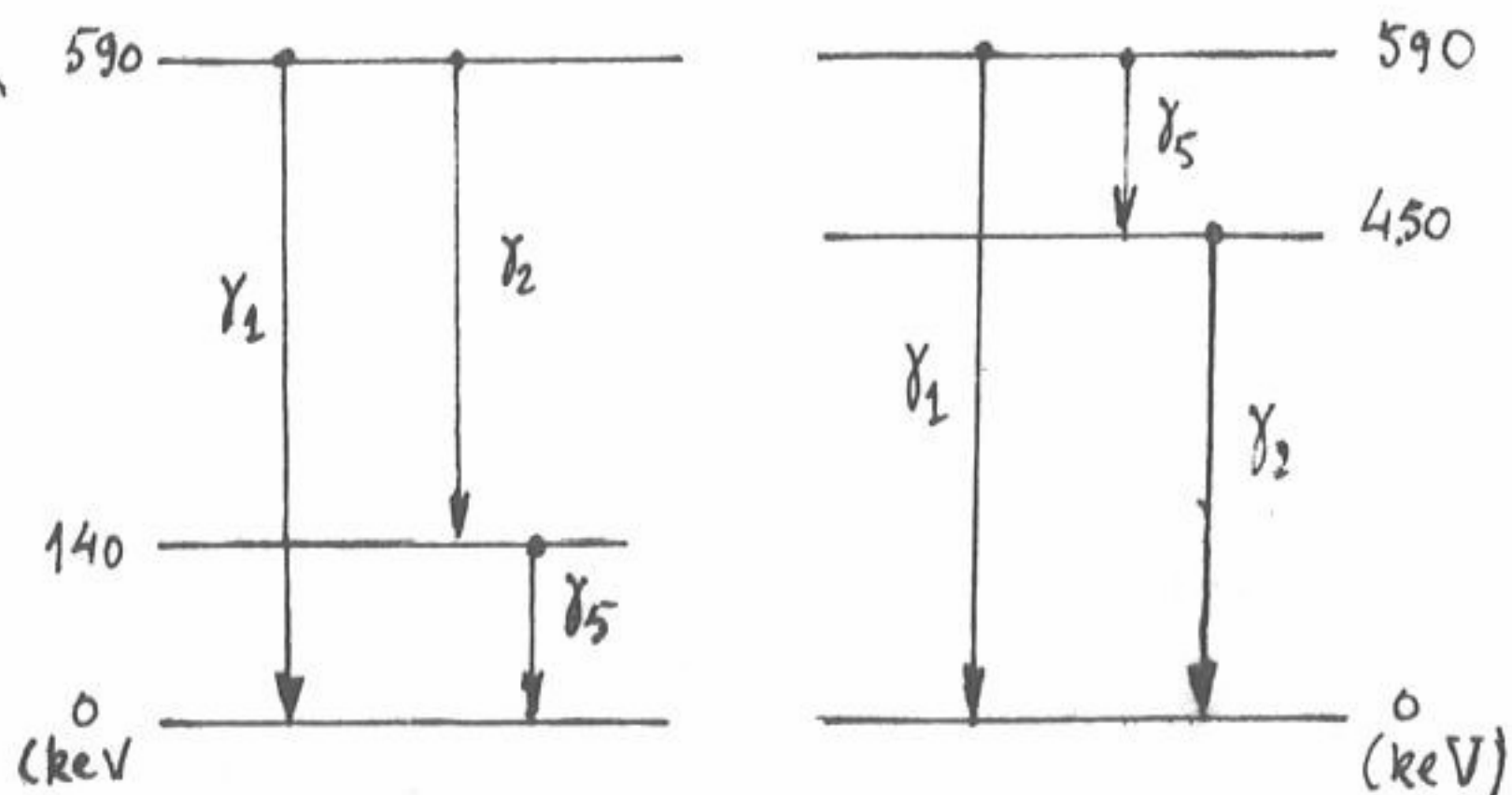


Fig. 92

Realizando determinações de coincidências pode, confirmar-se a validade das hipóteses anteriores. Na realidade verifica-se experimentalmente que  $\gamma_1$  não está em coincidência com nenhuma das restantes radiações; por outro lado a radiação  $\gamma_2$  está em coincidência com a  $\gamma_5$  e a radiação  $\gamma_3$  está em coincidência com a  $\gamma_4$ . Também aqui seriam necessárias determinações de outras grandezas nucleares para levantar a ambiguidade existente. Assim se

alguma ou algumas das vidas-médias dos estados nucleares forem mensuráveis, pelos meios experi-

mentais disponíveis, poder-se-ã determinar a ordem em que se sucedem as radiações das cascatas. No caso presente, a radiação  $\gamma_5$  precede  $\gamma_2$  e a radiação  $\gamma_3$  precede  $\gamma_4$  o que só é compatível com o esquema C da figura 94.

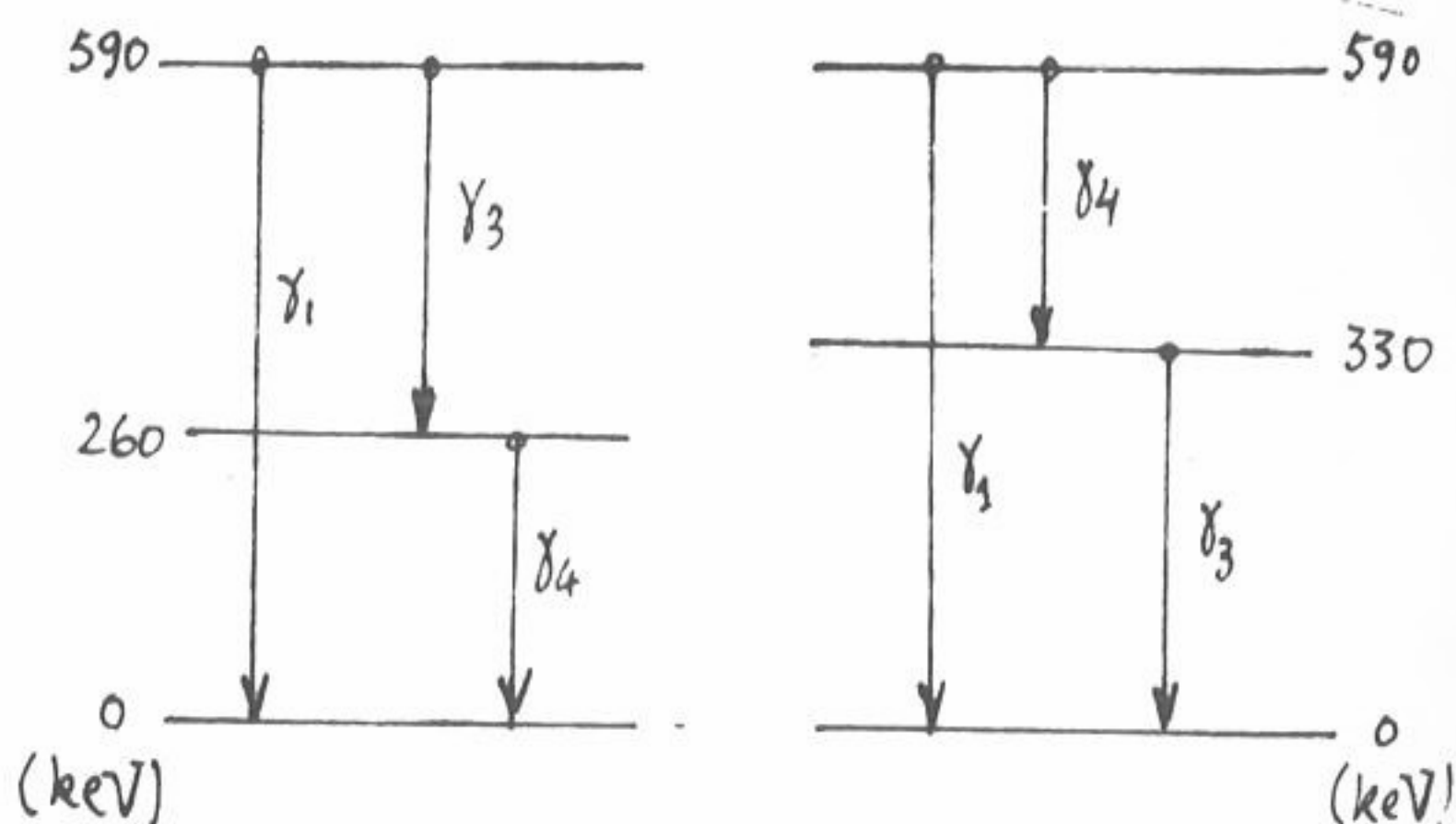


Fig 93

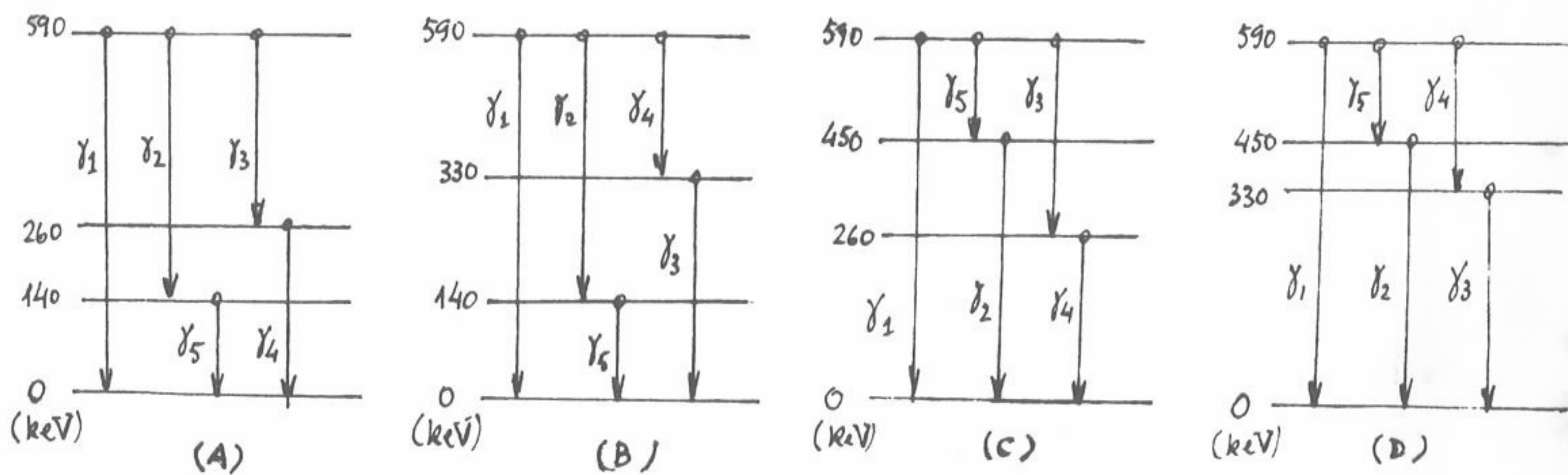


Fig.94

Perante um determinado nùclido, a situação poderã apresentar-se muito mais complicada do que a revelada nestes dois exemplos sendo, por vezes, muito difícil estabelecer sem ambiguidade os esquemas de declínio.



## 2.6 - Distribuições Angulares e Correlações Angulares da Radiação Gama

### 2.6.1 - Distribuição angular

Como já fizemos notar anteriormente, é de grande importância, no estudo da Física fundamental, o conhecimento das grandezas que caracterizam os estados nucleares e, bem assim, das radiações emitidas, pois desse conhecimento depende, em parte, a construção dos modelos teóricos com que se procura compreender a estrutura nuclear.

Não existe nenhum meio experimental directo de distinguir os diferentes tipos de radiações multipolares através da observação da radiação gama emitida por núcleos não orientados. No entanto, as medições da distribuição angular da radiação emitida por núcleos orientados ou da correlação angular entre duas radiações em coincidência, podem fornecer informações sobre a natureza multipolar dessas radiações, sua eventual mistura, bem como sobre os momentos angulares totais dos níveis nucleares envolvidos nas transições.

Na realidade, a radiação gama emitida por um núcleo tem uma direcção determinada que depende da orientação do seu momento angular total; Ling e Falkoff\* mostraram que a probabilidade de emissão da radiação electromagnética, tendo uma multipolaridade  $L$  e um número quântico magnético  $M$ , numa direcção definida pelos ângulos polares  $\theta$  e  $\phi$ , é dada por:

$$Z_{L,M}(\theta, \phi) d\Omega = \frac{1}{2} \left[ 1 - \frac{M(M+1)}{L(L+1)} \right] \cdot |Y_L^{M+1}|^2 d\Omega + \\ + \frac{1}{2} \left[ 1 - \frac{M(M-1)}{L(L+1)} \right] \cdot |Y_L^{M-1}|^2 d\Omega + \frac{M^2}{L(L+1)} \cdot |Y_L^M|^2 d\Omega \quad (2.-16)$$

Vejamos o que se pode concluir desta expressão para a probabilidade de emissão. Suponhamos que a radiação é emitida entre dois estados nucleares de momentos angulares totais  $I_i$  e  $I_f$ , de valores respectivamente iguais a 1 e 0. Ao aplicar um campo magnético  $\vec{B}$  obtém-se um desdobramento do nível  $i$  nos seus três sub-

\* D. Ling e D. Falkoff - Phys. Rev., 76, 1639 (1949)

níveis de números quânticos magnéticos  $m_i = +1, 0$  e  $-1$ , em acordo com o esquema da figura 95.

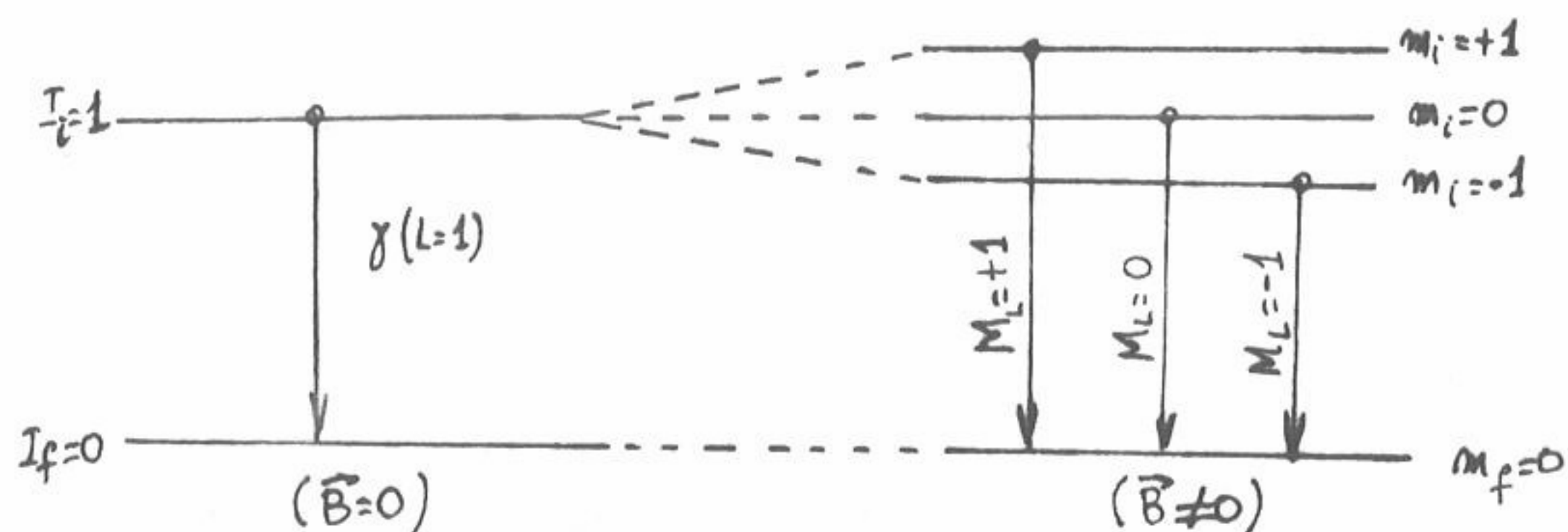


Fig. 95 - Desdobramento de níveis e emissão gama

Utilizando a expressão (2.-16), obtêm-se os valores seguintes para probabilidades parciais da emissão gama, nas condições indicadas no esquema:

Para  $M = +1$

$$Z_{1,+1}(\theta, \phi) d\Omega = \frac{1}{2} \left\{ |Y_1^0|^2 + |Y_1^1|^2 \right\} d\Omega = \frac{1}{2} \left( \frac{3}{4\pi} \cos^2\theta + \frac{3}{8\pi} \sin^2\theta \right) d\Omega$$

$$= \frac{3}{16\pi} (1 + \cos^2\theta) d\Omega \quad (2.-17)$$

Para  $M = 0$

$$Z_{1,0}(\theta, \phi) d\Omega = \frac{1}{2} \left\{ |Y_1^1|^2 + |Y_1^{-1}|^2 \right\} d\Omega = \frac{1}{2} \left( \frac{3}{8\pi} \sin^2\theta + \frac{3}{8\pi} \sin^2\theta \right) d\Omega$$

$$= \frac{3}{8\pi} \sin^2\theta d\Omega \quad (2.-18)$$

Para  $M = -1$

$$Z_{1,-1}(\theta, \phi) d\Omega = \frac{1}{2} \left\{ |Y_1^0|^2 + |Y_1^{-1}|^2 \right\} d\Omega = \frac{1}{2} \left( \frac{3}{4\pi} \cos^2\theta + \frac{3}{8\pi} \sin^2\theta \right) d\Omega =$$

$$= \frac{3}{16\pi} (1 + \cos^2\theta) d\Omega \quad (2.-19)$$

A radiação observada é uma mistura de radiação multipolar com o mesmo valor de  $L$  e diferentes valores de  $M$ . A intensidade destas é igual ao produto da probabilidade de emissão pela população relativa do subestado nuclear respectivo; a probabilidade de emissão da radiação observada é, então, a soma daquelas probabilidades parciais. Se os subestados forem igualmente povoados, aquela probabilidade é, evidentemente, apenas a soma das probabilidades parciais. É o que acontece às temperaturas usuais e sem a aplicação de campos magnéticos intensos. Na realidade as populações dos diferentes subestados são proporcionais ao factor de Boltzman, dado por:

$$e^{-\frac{\mu \cdot \mu_N \cdot B \cdot m_i}{K \cdot T \cdot I_i}} \quad (2.-20)$$

em que:

$\mu$ : momento dipolar magnético

$\mu_N$ : magnetão nuclear

$B$ : módulo do campo magnético aplicado

$K$ : constante de Boltzman

$T$ : temperatura absoluta

Às temperaturas usuais e sem campos magnéticos intensos o expoente de (2.-20) é muito pequeno, sendo a exponencial praticamente igual à unidade para todos os subestados. Apenas para campos magnéticos muito elevados e temperaturas muito baixas se consegue uma diferenciação mensurável para as populações dos



subestados.

Então, em condições usuais, a distribuição da probabilidade de emissão entre os estados  $i$  e  $f$  é dada por:

$$\begin{aligned} Z_{L=1}(\theta, \phi) d\Omega &= Z_{1,1}(\theta, \phi) d\Omega + Z_{1,0}(\theta, \phi) d\Omega + Z_{1,-1}(\theta, \phi) d\Omega = \\ &= \frac{3}{4\pi} d\Omega \end{aligned}$$

A probabilidade de emissão é, assim, independente de  $\theta$ : a emissão é isótropa, visto que a probabilidade tem o valor constante  $3/4\pi$  para todas as direcções. Esta situação altera-se, contudo, se em vez de se observar uma única radiação se realizar o estudo conjunto de duas radiações em cascata.

### 2.6.2 - Correlação Angular : Cascata de radiações puras

Suponhamos que a desexcitação de um determinado estado nuclear se processa em dois passos sucessivos (fig.96): o núcleo, no nível energético

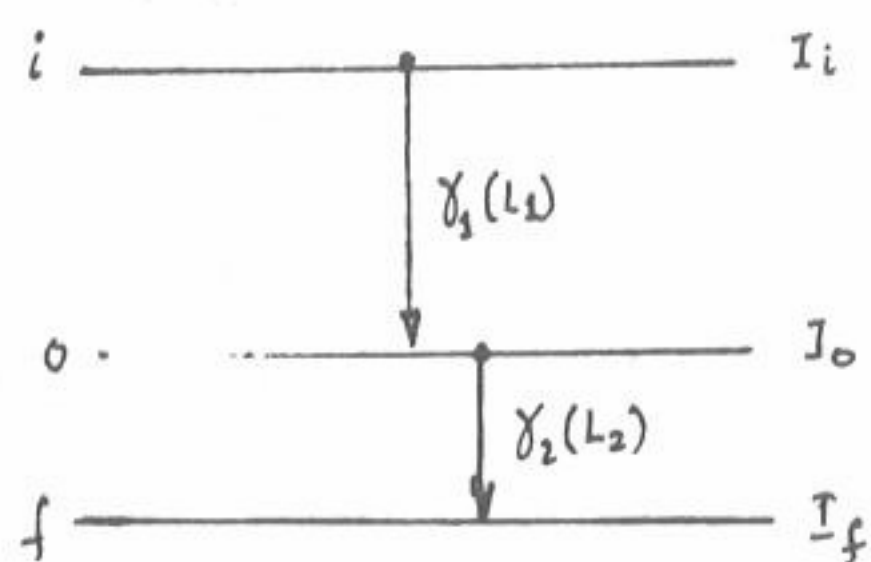


Fig.96 -Cascata de desexcitação nuclear

inicial  $i$ , emite a radiação  $\gamma_1$  (de ordem multipolar  $L_1$ ) passando para o nível intermediário  $0$ ; neste estado o núcleo emite a radiação  $\gamma_2$  (de ordem multipolar  $L_2$ ), passando para o estado  $f$ . Representemos esta desexcitação por  $I_1(L_1) I_0(L_2) I_f$ , em que  $I_i, I_0$  e  $I_f$  representam os números quânticos de momento angular total dos níveis nucleares intervenientes no processo de desexcitação.

Pelo que se viu no parágrafo anterior, a distribuição angular dos fotões  $\gamma_1$ , para um conjunto de núcleos à temperatura ordinária e sem aplicação de campos magnéticos muito intensos, é isótropa; o mesmo se passa com  $\gamma_2$ . Mas, escolhendo, entre todos os núcleos presentes, apenas os que emitiram  $\gamma_1$  numa determinada direcção, para estes núcleos, a distribuição angular dos fotões  $\gamma_2$  já não será, em geral, isótropa. Na realidade, quando

duas radiações gama são emitidas em cascata, a detecção da primeira permite escolher, entre todos os núcleos presentes na fonte, aqueles que se encontram orientados segundo uma certa direcção. Para estes, há portanto, uma orientação privilegiada e a radiação  $\gamma_2$  proveniente deles está sujeita a esta condição. Para se observar, então, a distribuição anisótropa da radiação  $\gamma_2$  é apenas necessário seleccionar os fotões desta radiação emitidos por núcleos que previamente emitiram  $\gamma_1$  segundo uma direcção determinada. Esta condição é satisfeita dispondo de dois detectores em que um detecta a radiação  $\gamma_1$  e o outro a radiação  $\gamma_2$ . A escolha de determinada direcção de emissão de  $\gamma_1$  é, evidentemente, realizada através da orientação relativa fonte-detector ( $\gamma_1$ ). A selecção dos fotões  $\gamma_2$  provenientes de núcleos que previamente emitiram  $\gamma_1$  segundo essa direcção é feita através da obtenção de coincidências  $\gamma_1 - \gamma_2$ . É assim possível, correlacionar as taxas de emissão de  $\gamma_1$  e  $\gamma_2$  segundo duas direcções fazendo entre si um ângulo  $\theta$ .

Como exemplo simples, apliquemos à radiação  $\gamma_2$  o cálculo da distribuição angular, efectuado no parágrafo anterior, supondo que  $\gamma_2$  faz parte da cascata  $\gamma_1 - \gamma_2$  (fig. 97). Como imediatamente se verifica, qualquer das radiações é necessariamente de natureza dipolar eléctrica pura, podendo os números quânticos magnéticos respectivos tomar os valores +1, 0, -1.

Tomemos como eixo de referência a direcção de emissão da primeira radiação ( $\gamma_1$ ); vimos atrás que, para os números quânticos  $L=1$  e  $m=0$  a distribuição angular é dada por (eq. 2.-18):

$$Z_{L,m}(\theta, \phi) d\Omega = \frac{3}{8\pi} \sin^2 \theta d\Omega$$

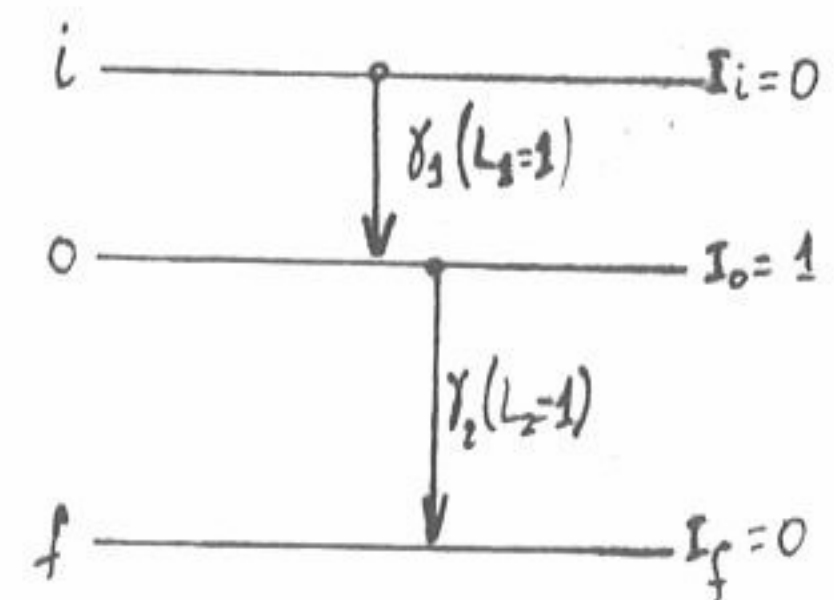


Fig.97 - Cascata de desexcitação nuclear

portanto para  $\theta=0$ ,  $Z_{L,m}(\theta, \phi) d\Omega = 0$ : não há radiação emitida, caracterizada por estes números quânticos, nesta direcção. Então, nesta direcção de emissão de  $\gamma_1$  só se formam os subestados de nível intermediário caracterizados pelos números quânticos magnéticos  $m_0=+1$  e  $m_0=-1$  (fig.98). Estes subestados desexcitam-se para o estado fundamental através da emissão de radiação de números quânticos  $L_2=1$ ,  $m_2=+1$  e  $L_2=1$ ,  $m_2=-1$ . Para estas duas radiações a repartição angular



é então (eq. 2.-17 e 2.-19):

$$Z_{1,1} d\Omega + Z_{1,-1} d\Omega = \frac{3}{8\pi} (1 + \cos^2\theta) d\Omega$$

Quere dizer: a emissão de  $\gamma_2$ , dependendo de  $\theta$ , já não é isótropa. A probabilidade de emissão de  $\gamma_2$  depende, portanto, do ângulo  $\theta$  que ela faz com a direcção de emissão de  $\gamma_1$ , que a precede no processo de desexcitação nuclear. É esta dependência, em relação ao ângulo, das emissões de radiações emitidas em coincidência, que se designa por correlação angular. Traduzamos este conceito em termos mais precisos.

Consideremos um núcleo

que se encontra num nível nuclear  $\underline{i}$ , de energia  $E_i$  e número quântico de momento angular total  $I_i$ , desexcitando-se pela emissão, numa determinada direcção, de um fotão  $\gamma_1$ , de ordem multipolar  $L_1$ ; o núcleo passa para o nível energético intermediário  $\underline{0}$ , de energia  $E_0$  e de número quântico de momento

angular  $I_0$ , que continuamos a supor excitado. A partir deste nível, o núcleo emite um fotão  $\gamma_2$ , de multipolaridade  $L_2$ , passando para o nível  $\underline{f}$ , de Energia  $E_f$  e de número quântico de momento angular total  $I_f$ . Nestas condições, designa-se por correlação angular entre as radiações  $\gamma_1$  e  $\gamma_2$  - que se representa por  $W(\theta) d\Omega$  - a probabilidade para que o fotão  $\gamma_2$  seja emitido dentro de um ângulo sólido  $d\Omega$ , cujo eixo faz o ângulo  $\theta$  com a direcção de emissão de  $\gamma_1$ .

$W(\theta)$ , que se designa por função de correlação angular, depende dos momentos angulares totais do núcleo, nos níveis  $\underline{i}$ ,  $\underline{0}$  e  $\underline{f}$  e das ordens multipolares das radiações emitidas.

Assim, tomando a direcção de emissão da radiação  $\gamma_1$  como eixo de referência,  $W(\theta)$  representa a distribuição angular em relação a este eixo.

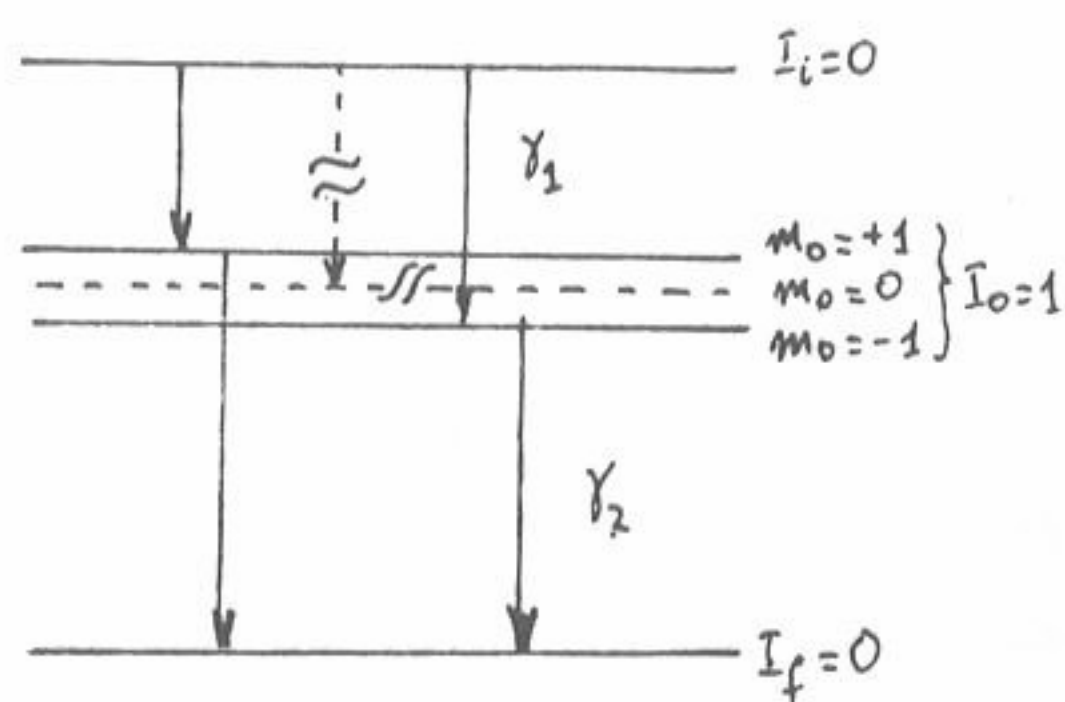


Fig. 98- Cascata de desexcitação tomando como referência a direcção da radiação  $\gamma_1$ : inexistência do subestado  $m_0 = 0$  devido à inexistência da radiação que lhe daria origem



O estudo teórico das correlações angulares entre radiações nucleares\* é baseado nas seguintes hipóteses :

1º) Cada núcleo que emite cascata de radiações em estudo encontra-se isolado ou num campo de simetria esférica.

Na ausência de um campo exterior, os subestados relativos às diferentes orientações de momento angular total têm a mesma energia: o nível é  $2I+1$  vezes degenerado e não existe qualquer transição entre esses subestados; observa-se então uma correlação angular não perturbada se os subestados forem desigualmente ocupados, o que geralmente sucede- como anteriormente se viu- se se fixa a direcção de emissão de uma das radiações da cascata.

2º) Admite-se que os núcleos se encontram repartidos ao acaso.

3º) Admite-se, finalmente, que a vida-média do estado intermediário da cascata em estudo é curta quando comparada com o período de precessão do momento angular total do núcleo, isto é, supõe-se que o período do estado intermediário é suficientemente breve para que não haja perturbação do núcleo durante o tempo necessário para se produzir a emissão da segunda radiação da cascata.

A partir destas hipóteses Biedenharn e Rose\*\* construíram a teoria das correlações angulares não perturbadas, cujas bases já tinham sido formuladas por Lloyd\*\*\*. Este autor mostrou que a função de correlação  $W(\theta)$  é dada por uma soma de funções de coseno de  $\theta$ . Ora em qualquer problema com simetria axial, toda a função deste tipo pode ser desenvolvida segundo uma série de polinómios de Legendre  $P_n(\cos \theta)$ . A função de correlação angular,  $W(\theta)$  deve ter, assim, a forma:

$$W(\theta) = \sum_{\nu} A'_{\nu\nu} P_{\nu}(\cos\theta) \quad (2.-21)$$

Neste caso particular, deve atender-se, no desenvolvimento expresso por (2.-21), a que:

\* Para a teoria das correlações angulares cf., por exemplo, o artigo de Frauenfelder e Steffen na obra de K. Siegbahn, citada na bibliografia.

\*\* L.Biedenharn e M. Rose - Rev. Mod. Phys. ,25, 729 (1953)

\*\*\* Lloyd- Phys. Rev. , 81, 61 (1951)

1º) A existência de anisotropia indica a existência de uma ordem  $\nu > 0$

2º) Como a correlação angular é sempre simétrica (ver esquemas da fig. 99), a função deve conter esta propriedade, o que arrasta a existência apenas de potências pares de coseno de  $\theta$ ; assim, apenas devem surgir, no desenvolvimento, polinômios de Legendre de ordem  $\nu$  par; o valor máximo  $\nu$  que intervém, em cada caso, depende dos valores dos números quânticos dos momentos angulares dos níveis nucleares e das ordens multipolares das radiações emitidas: a teoria mostra que o termo mais elevada, no desenvolvimento anterior é o menor dos valores  $2L_1, 2L_2$  e  $2I_0$ .

3º) O valor da função  $W(\theta)$  é essencialmente determinado pelo coeficiente  $A'_{00}$ , visto que  $P_0=1$  é o polinômio de Legendre de grandeza mais elevada.

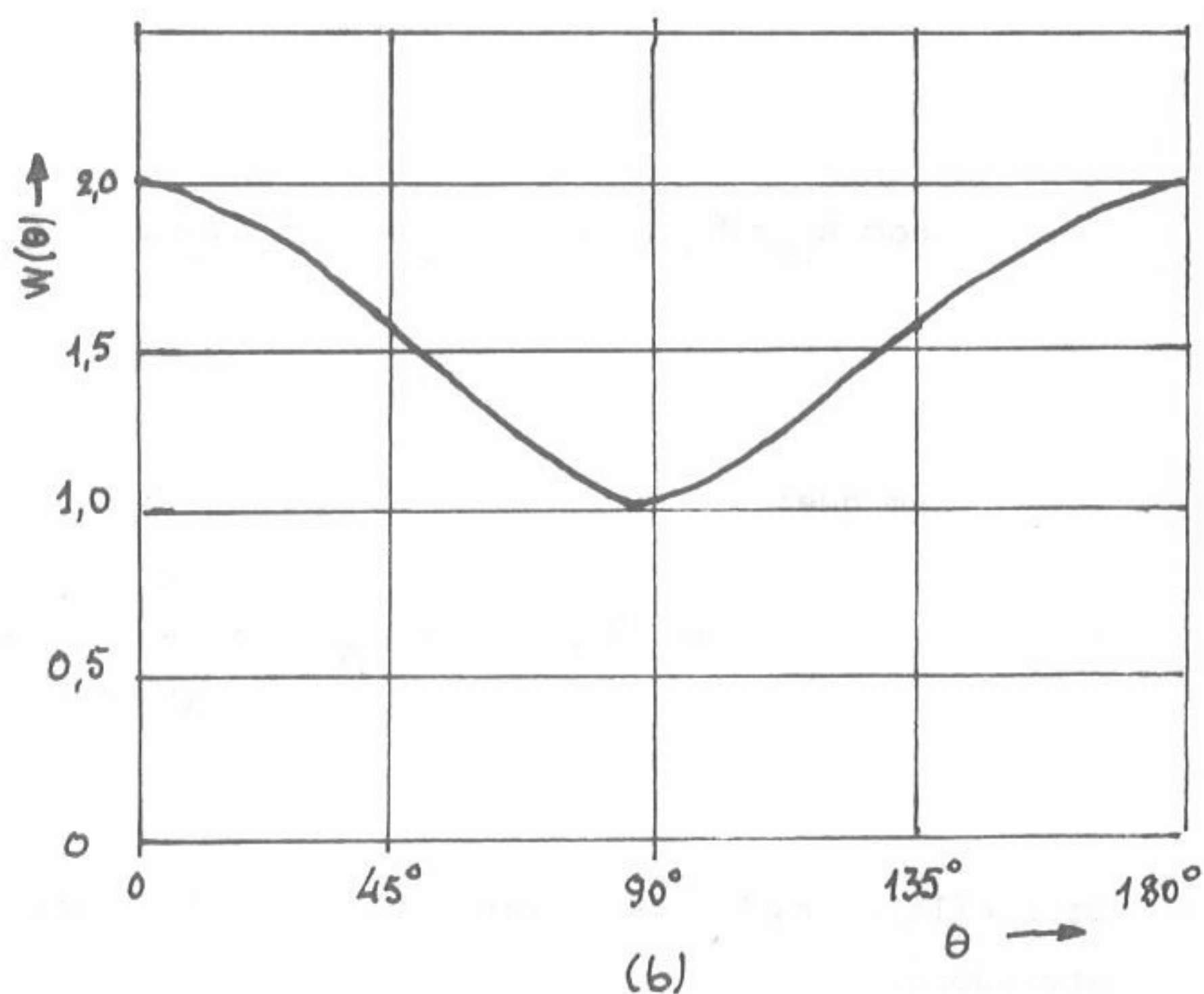


Fig. 99 - Distribuição angular de  $\gamma_2$  em relação à direção de emissão  $\gamma_1$  numa transição em cascata de duas radiações dipolares: a) representação polar, em que o comprimento do vector  $\gamma_2$  é proporcional à probabilidade, por unidade de ângulo sólido, com que  $\gamma_2$  é emitida segundo um ângulo  $\theta$  em relação à direção de  $\gamma_1$ ; b) função de correlação angular normalizada ao seu valor para  $\theta=90^\circ$ .



Os coeficientes  $A'_{\nu\nu}$  de (2.-21) podem ser separados, como mostraram Biedenharn e Rose, em dois factores, em que cada um deles sô depende de uma das transições da cascata:

$$A'_{\nu\nu} = A'_{\nu} (L_1 L_1 I_i I_o) \times A'_{\nu} (L_1 L_2 I_f I_o) \quad (2.-22)$$

Quere dizer : o primeiro factor de (2.-22) sô depende da ordem multipolar da primeira radiação e dos momentos angulares dos níveis nucleares por ela relacionados acontecendo o mesmo para o segundo factor no que se refere à segunda radiação e aos níveis que nela intervêm.

Como  $P_0(\cos\theta) = 1$ , a função de correlação angular é, em geral, apresentada numa forma normalizada, dividindo todos os coeficientes por  $A'_{00}$ . Teremos, assim, em substituição de (2.-21):

$$W(\theta) = 1 + \sum_{(\nu \geq 2, \text{PAR})} A_{\nu\nu} P_{\nu}(\cos\theta) \quad (2.-23)$$

$$\text{com } A_{\nu\nu} = F_{\nu} (L_1 L_1 I_i I_o) \times F_{\nu} (L_2 L_2 I_f I_o) \quad (2.-24)$$

em que:

$$F_{\nu} (LL, I_i \text{ ou } I_f, I_o) = \frac{A'_{\nu} (LL, I_i \text{ ou } I_f, I_o)}{A'_{00} (LL, I_i \text{ ou } I_f, I_o)}$$

Os coeficientes  $F_{\nu}$  podem ser obtidos explicitamente a partir da teoria. A sua expressão é:

$$F_{\nu} (LL, I_i, I_o) = (-1)^{I_i + I_o - 1} (2L+1) \cdot (2 I_o + 1)^{1/2} \cdot (2\nu+1)^{1/2} \begin{pmatrix} L & L & \nu \\ 1 & -1 & 0 \end{pmatrix} \left\{ \begin{matrix} L & L & \nu \\ I_o & I_o & I_i \end{matrix} \right\}$$



Na prática, não se torna necessário efectuar este cálculo pois os coeficientes  $F_{\nu}$  encontram-se sob forma de tabelas, por exemplo sob a forma de um apêndice ao artigo de Frauenfelder e Steffen, anteriormente citado.

Como exemplo, calculemos a função de correlação angular para a cascata  $I_i(L_1) I_o(L_2) I_f$  em que (fig.100):

$$I_i=4 \quad ; \quad I_o=2 \quad ; \quad I_f=0 \quad ; \quad L_1=L_2=2$$

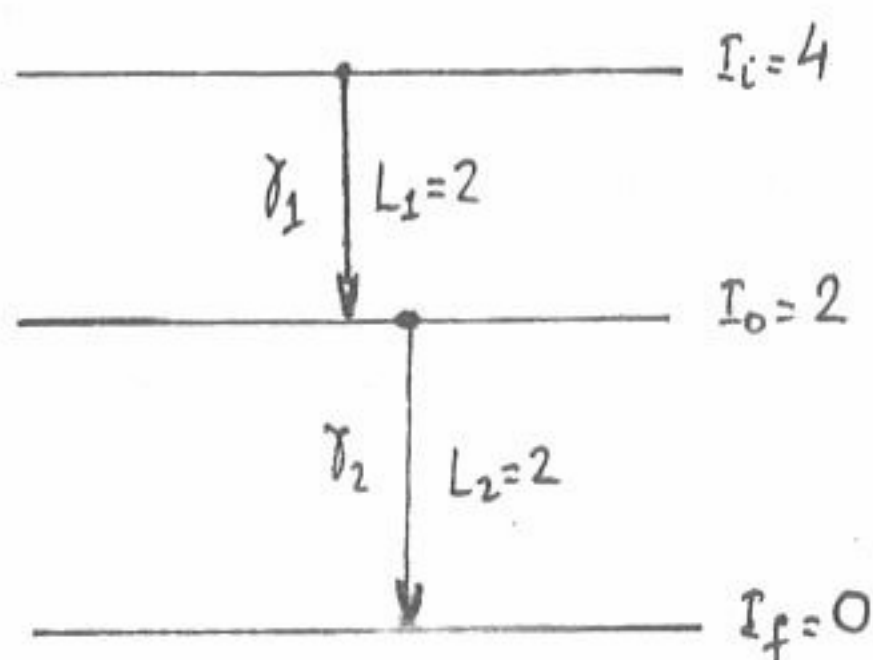


Fig.100

O valor mais elevado de  $\nu$  é, aqui  $2L_1=2L_2=2I_o=2$ ; a função de correlação angular (2.-23) é, então, dada por

$$W(\theta) = 1 + A_{22} P_2(\cos\theta) + A_{44} P_4(\cos\theta)$$

com:

$$A_{22} = F_2(2242) \times F_2(2202)$$

$$A_{44} = F_4(2242) \times F_4(2202)$$

Recorrendo a uma tabela de valores de  $F_{\nu}$ , obtem-se

$$\begin{cases} F_2(2242) = -0,1707 \\ F_4(2242) = -0,0085 \end{cases}$$

$$\begin{cases} F_2(2202) = -0,5976 \\ F_4(2202) = -1,069 \end{cases}$$

a função de correlação angular para esta cascata escreve-se, então:

$$W(\theta) = 1 + 0,1020 P_2(\cos\theta) + 0,0091 P_4(\cos\theta)$$

A determinação experimental das taxas de coincidências, para diferentes ângulos de emissão entre as duas radiações  $\gamma_1$  e  $\gamma_2$ , deverá conduzir a esta mesma função se a cascata em estudo for constituída por radiações quadripolares puras e os níveis nucleares tiverem os valores indicados.

Assim, a comparação entre uma função de correlação angular que pode ser obtida experimentalmente e aquela que é calculada a partir de determinados valores para os números quânticos envolvidos permite, em princípio, a determinação de momentos angulares dos níveis nucleares e das ordens multipolares das radiações emitidas. Não é o único método experimental que permite tais determinações e, por outro lado, a sua aplicação implica uma restrição importante: na realidade, ele é apenas utilizável quando as radiações são emitidas em cascata e, mesmo nestas circunstâncias, é necessário satisfazer a determinadas condições anteriormente referidas.

Contudo, o método das correlações angulares fornece ainda informações adicionais muito importantes. Referimos no próximo parágrafo, uma delas: a determinação da razão de mistura,  $\delta$ , das radiações de diferente ordem multipolar presentes numa mesma transição.

### 2.6.3. - Correlação Angular: Mistura de Multipolos

Consideremos, então, o caso em que uma (ou ambas) das radiações envolvidas na correlação angular não é pura, isto é, a radiação é tal que deve ser descrita por uma mistura de duas ordens multipolares,  $L$  e  $L' = L+1$ . Como vimos anteriormente, a razão entre as intensidades totais das duas radiações de multipolaridade  $L$  e  $L'$  presentes na mistura eventualmente existente na primeira transição é dada por  $\delta_1^2(\gamma)$ , em que  $\delta_1$  é a razão de mistura para essa transição, dada por (2.-14):

$$\delta_1(\gamma) = \frac{\langle I_0 || L'_1 || I_i \rangle}{\langle I_0 || L_1 || I_i \rangle}$$

De forma análoga se obtém esta grandeza para a segunda transição.

Para escrever a função de correlação angular para transições com mistura

de multipolos, é necessário generalizar a expressão que permite calcular os coeficientes  $F_{\nu}$  (expressão 2.-25), que anteriormente foram escritos sob a forma  $F_{\nu}(LL' I_i I_o)$ . Eles são agora dados por:

$$F_{\nu}(LL' I_i I_o) = (-1)^{I_i + I_o - 1} \left[ (2L+1)(2L'+1)(2I_o+1)(2\nu+1) \right]^{1/2} \begin{pmatrix} L & L' & \nu \\ 1 & -1 & 0 \end{pmatrix} \left\{ \begin{matrix} L & L' & \nu \\ I_o & I_o & I_i \end{matrix} \right\}$$

(2.-26)

Fazendo, em (2.-26),  $L=L'$  obtem-se a expressão (2.-25), como seria de esperar.

Os coeficientes normalizados  $A_{\nu\nu}$  da função de correlação angular (2.-23) são agora escritos sob a forma:

$$A_{\nu\nu} = A_{\nu}(L_1 L'_1 I_i I_o) \times A_{\nu}(L_2 L'_2 I_f I_o) \quad (2.-27)$$

Os coeficientes  $A_{\nu}(L_1 L'_1 I_i I_o)$  e  $A_{\nu}(L_2 L'_2 I_f I_o)$  são funções dos coeficientes  $F_{\nu}$ , tendo em atenção a razão de mistura presente na transição. Há, assim, um termo proporcional à intensidade da radiação de ordem multipolar  $L$ , um outro proporcional à intensidade da radiação de ordem multipolar  $L'$  e ainda um terceiro termo que traduz a interferência entre as duas radiações. O coeficiente  $A_{\nu}(L_1 L'_1 I_i I_o)$  é dado por:

$$A_{\nu}(L_1 L'_1 I_i I_o) = \frac{F_{\nu}(L_1 L_1 I_i I_o) + \delta_1^2(\gamma) \cdot F_{\nu}(L'_1 L'_1 I_i I_o) + 2\delta_1(\gamma) \cdot F_{\nu}(L_1 L'_1 I_i I_o)}{1 + \delta_1^2(\gamma)}$$

(2.-28)

escrevendo-se uma relação análoga para  $A_{\nu}(L_2 L'_2 I_f I_o)$ .



A determinação experimental da função de correlação angular e a sua comparação com as que podem ser calculadas teoricamente permitem determinar a razão de mistura,  $\delta$ . Concretizemos essa determinação por meio de um exemplo. Seja a cascata de desexcitação do  $^{111}\text{Cd}$ , cujo esquema de declínio se encontra na figura 101.

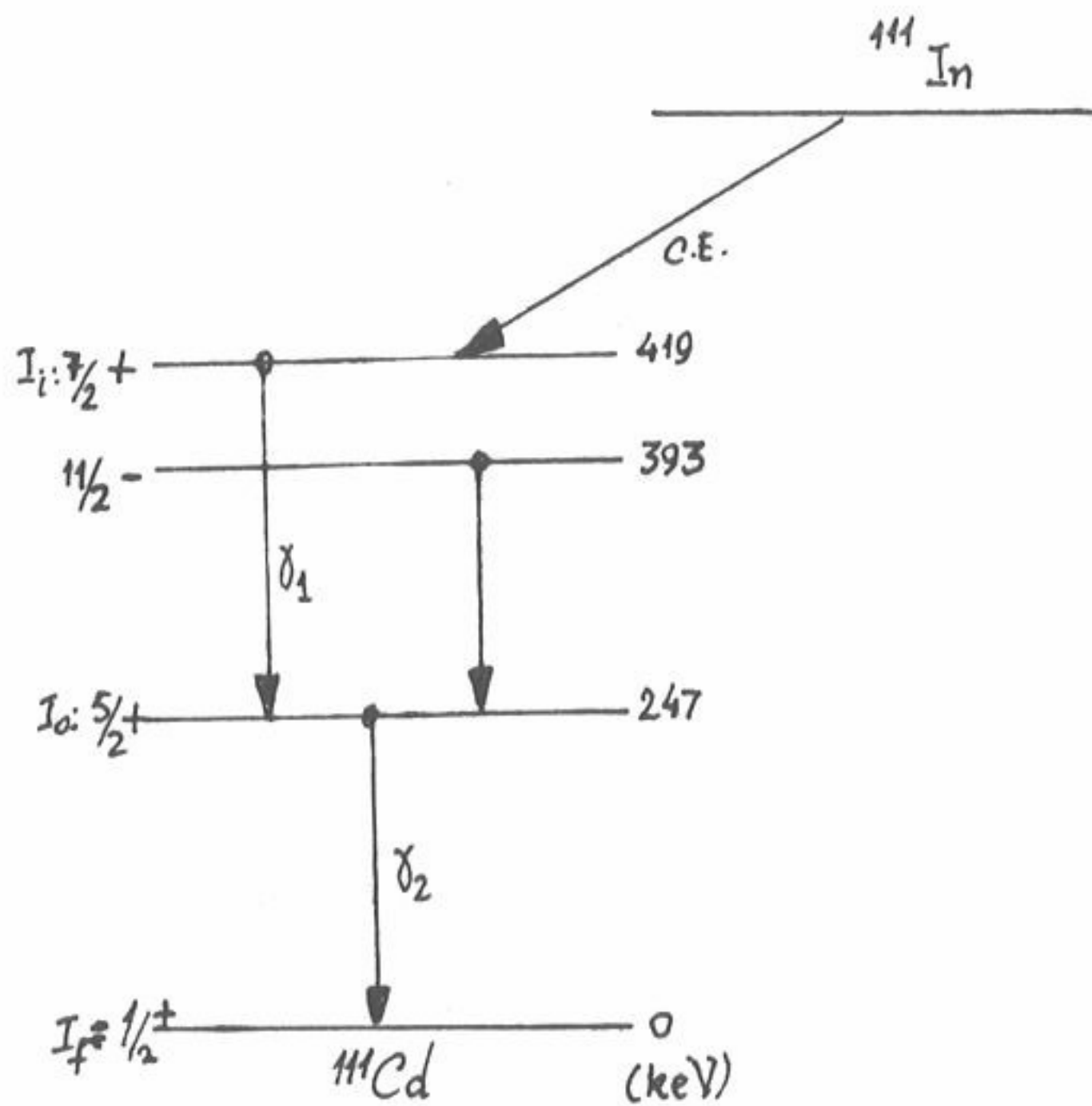


Fig. 101- Esquema de desintegração por captura eletrônica do  $^{111}\text{In}$  e consequente desexcitação do  $^{111}\text{Cd}$ .

Atendendo aos princípios de conservação nas transições eletromagnéticas, conclui-se que a radiação representada no esquema por  $\gamma_1$  é de natureza e multipolaridade M1, podendo ter uma mistura de E2; a radiação  $\gamma_2$  é de natureza e multipolaridade E2 podendo ter uma mistura de M3.

Começemos por admitir que aquelas radiações são puras. Calculando a função de correlação angular para a cascata

$$7/2(1) \quad 5/2(2) \quad 1/2$$

obtem-se para o coeficiente  $A_{22}$  o valor

$$A_{22} = -0,0714$$

Do ponto de vista experimental a anisotropia de uma correlação angular é imediatamente caracterizada pelo coeficiente de anisotropia, definido por:

$$A_2 = \frac{W(\pi) - W(\pi/2)}{W(\pi/2)} \quad (2.-29)$$

em que  $W(\pi)$  e  $W(\pi/2)$  representam, respectivamente, os valores da função de correlação angular para os ângulos  $\pi$  e  $\pi/2$  entre os eixos dos detectores usados na detecção de  $\gamma_1$  e  $\gamma_2$ . Utilizando a expressão (2.-29) e o coeficiente  $A_{22}$  calculado obtem-se que, na hipótese feita de ambas as radiações da cascata serem puras, o coeficiente de anisotropia deveria ser  $A = -0,1034$ . Contudo, o valor experimental que se obtem, determinando as taxas de coincidências para aqueles dois ângulos é, após todas as correcções necessárias:

$$A = -0,245 \pm 0,015$$

Há, assim, um flagrante desacordo entre o valor experimental e aquele que se calcula admitindo uma cascata de radiações puras. Somos conduzidos a concluir que, uma, pelo menos, das radiações intervenientes na cascata em estudo é constituída por uma mistura. Ora, como anteriormente vimos, uma mistura E2+M3 (radiação  $\gamma_2$ ) é muito improvável. Pelo contrário, são muito frequentes as misturas E1+M2. Admitamos, pois, que  $\gamma_1$  é constituída por uma mistura deste tipo, com uma razão de intensidade  $\delta^2$ .

Ter-se-á, então utilizando (2.-27):

$$A_{22} = A_2 (L_1 L'_1 I_i I_o) \times A_2 (L_2 L_2 I_f I_o)$$

$$A_{44} = A_4 (L_1 L'_1 I_i I_o) \times A_4 (L_2 L_2 I_f I_o)$$

em que ( equação 2.-28):

$$A_2 (L_1 L'_1 I_i I_o) = \frac{F_2(11 \ 7/2 \ 5/2) + \delta^2 \cdot F_2(22 \ 7/2 \ 5/2) + 2\delta \cdot F_2(12 \ 7/2 \ 5/2)}{1 + \delta^2}$$

$$A_2 (L_2 L_2 I_f I_o) = F_2(22 \ 1/2 \ 5/2)$$

$$A_4 (L_1 L'_1 I_i I_o) = \frac{F_4(11 \ 7/2 \ 5/2) + \delta^2 \cdot F_4(22 \ 7/2 \ 5/2) + 2\delta \cdot F_4(12 \ 7/2 \ 5/2)}{1 + \delta^2}$$

$$A_4(L_2 L_2 I_f I_o) = F_4(22 \ 1/2 \ 5/2)$$

Das expressões anteriores, obtem-se as duas expressões para  $A_{22}$  e  $A_{44}$ :

$$A_{22} = - \frac{0,0714 + 0,742\delta + 0,1734 \delta^2}{1 + \delta^2}$$

$$A_{44} = - \frac{0,0726 \delta^2}{1 + \delta^2}$$

A determinação experimental dos coeficientes  $A_{22}$  e  $A_{44}$  permite o cálculo, através destas expressões, da razão de mistura. No exemplo presente obteve-se

$$\delta^2 = \frac{I(E2)}{I(M1)} = 0,021, \quad \text{isto, é a transição é constituída por uma mistu-}$$

ra em que existe 98% de radiação dipolar magnética e 2% de radiação quadripolar eléctrica.

A função de correlação angular é muito sensível à mistura de radiações multipolares. Repare-se como, no exemplo apresentado, apenas a presença de 2% de radiação E2, na primeira transição da cascata, altera profundamente o coeficiente de anisotropia da correlação angular. A figura 102 representa graficamente (curva a cheio) a variação do coeficiente  $A_{22}$  da função de correlação angular em função das percentagens das radiações presentes numa mistura M1+E2.

O fenómeno da conversão interna, estudado mais adiante, é também sensível à mistura de radiações multipolares, podendo o valor de  $\delta^2$  ser também determinado a partir da medição dos coeficientes de conversão interna. Contudo, a dependência destes coeficientes em relação à razão de mistura é muito menos sensível que a dos coeficientes  $A_{\nu\nu}$  da função de correlação angular (curva a traçado da figura 102, em que se representa a variação do coeficiente de conversão interna no nível electrónico K para uma mistura M1+E2).



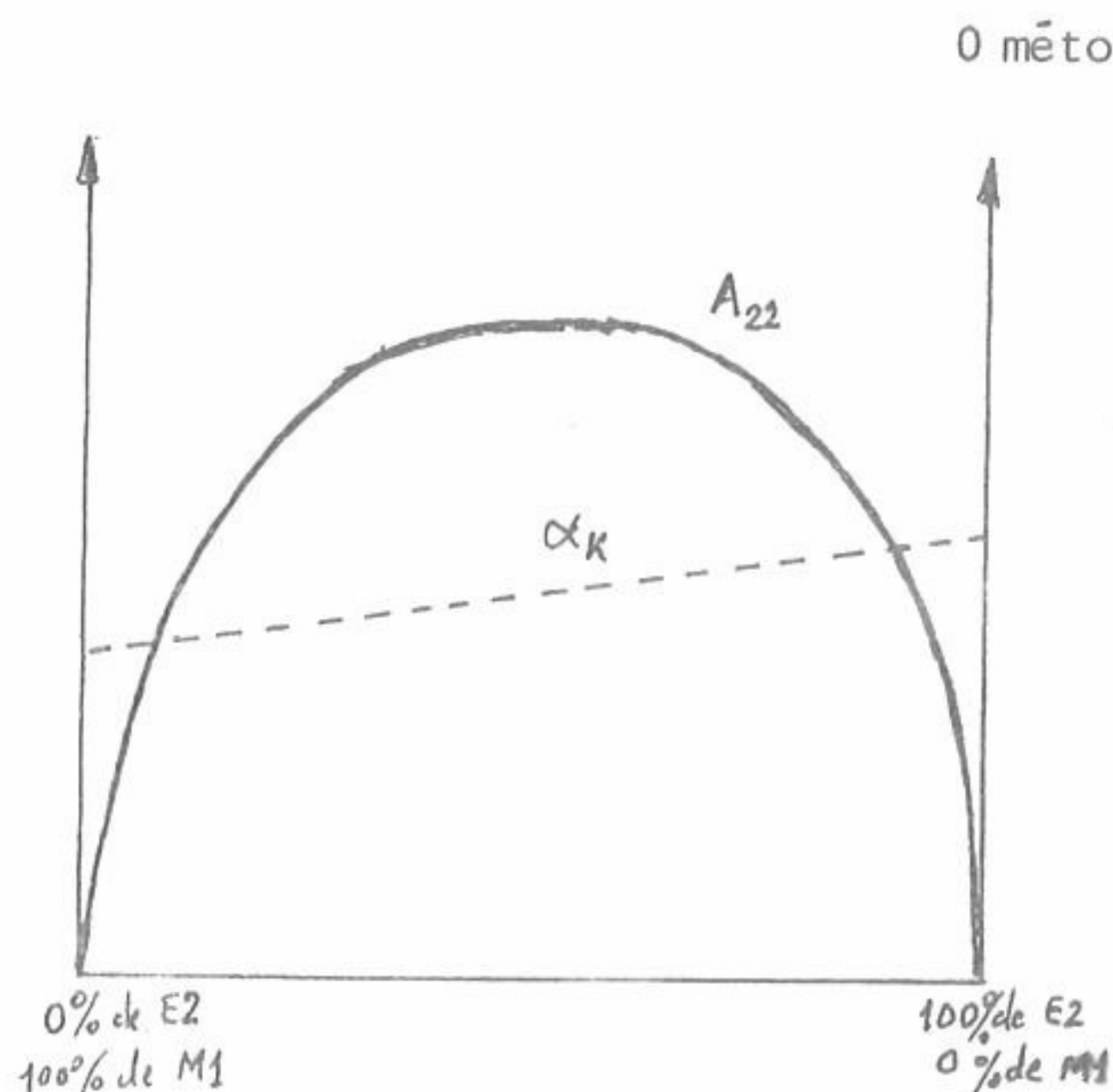


Fig.102 - Variação do coeficiente  $A_{22}$  da função angular para misturas  $M1+E2$

ainda outras informações, muito importantes, sobre os núcleos e o meio em que eles se encontram. Viu-se atrás que o período do nível intermediário da cascata estudada por este método tem que ser muito curto para se observar uma correlação angular não perturbada, isto é, uma correlação angular em que a respectiva função seja apenas dependente dos momentos angulares totais dos níveis nucleares e das multipolaridades das radiações emitidas na cascata. Caso contrário, o núcleo pode sofrer modificação da sua posição, durante o intervalo de tempo entre os instantes em que são emitidas as radiações  $\gamma_1$  e  $\gamma_2$  da cascata, devido a interações dos seus momentos dipolar magnético e quadripolar elétrico em cam

pos exteriores (magnético e elétrico, respectivamente). A correlação angular observada já não será apenas uma função dos momentos angulares dos níveis nucleares e das multipolaridades das radiações, dependendo também do valor daquela interação. Esta é caracterizada por uma certa energia que, como atrás se viu, depende do momento (magnético ou elétrico) considerado e do campo exterior. Conhecido este, a função de correlação angular perturbada por aquela energia permite determinar aquele e inversamente.

A observação de uma correlação angular perturbada exige obviamente que o período do nível intermediário da cascata nuclear em estudo seja suficientemente longo para que o núcleo sofra a ação perturbadora dos campos exteriores enquanto se encontra nesse nível intermediário; mas, por outro lado, esse período deve ser suficientemente curto para que se possa observar ainda uma correlação angular anisotrópica entre as radiações emitidas. O estudo teórico e experimental das correlações angulares perturbadas é de grande importância, não só para a Física Nuclear mas também para a Física do Estado Sólido. Ele é feito, em pormenor na disciplina de Espectroscopia Nuclear- II .

Finalmente, refira-se ainda que o estudo das correlações angulares foi generalizado às cascatas de desexcitação nuclear partícula-fotão, podendo observar-se, além das correlações angulares  $\gamma$ - $\gamma$  anteriormente referidas, correlações

do tipo  $\alpha$ - $\gamma$ ,  $\beta$ - $\gamma$ ,  $e^-$ - $\gamma$ ,  $\gamma$ - $e^-$  e mesmo  $e^-$ - $e^-$ , em que ( $e^-$ ) representa a de excitação por electrões de conversão interna.

#### 2.6.4. - Determinação Experimental da Função de Correlação Angular

##### Gama - Gama

Veamos, por último, nas suas linhas gerais, o tratamento do método de correlações angulares do ponto de vista experimental. A determinação da função de correlação angular é aqui feita a partir do conhecimento das taxas de emissão por um dado núclico, de duas radiações que se sucedem em cascata, em função do ângulo entre a direcção de propagação dessas radiações. Como se viu no parágrafo (2.6.2.) é, assim, necessário dispor de dois detectores, um para cada radiação

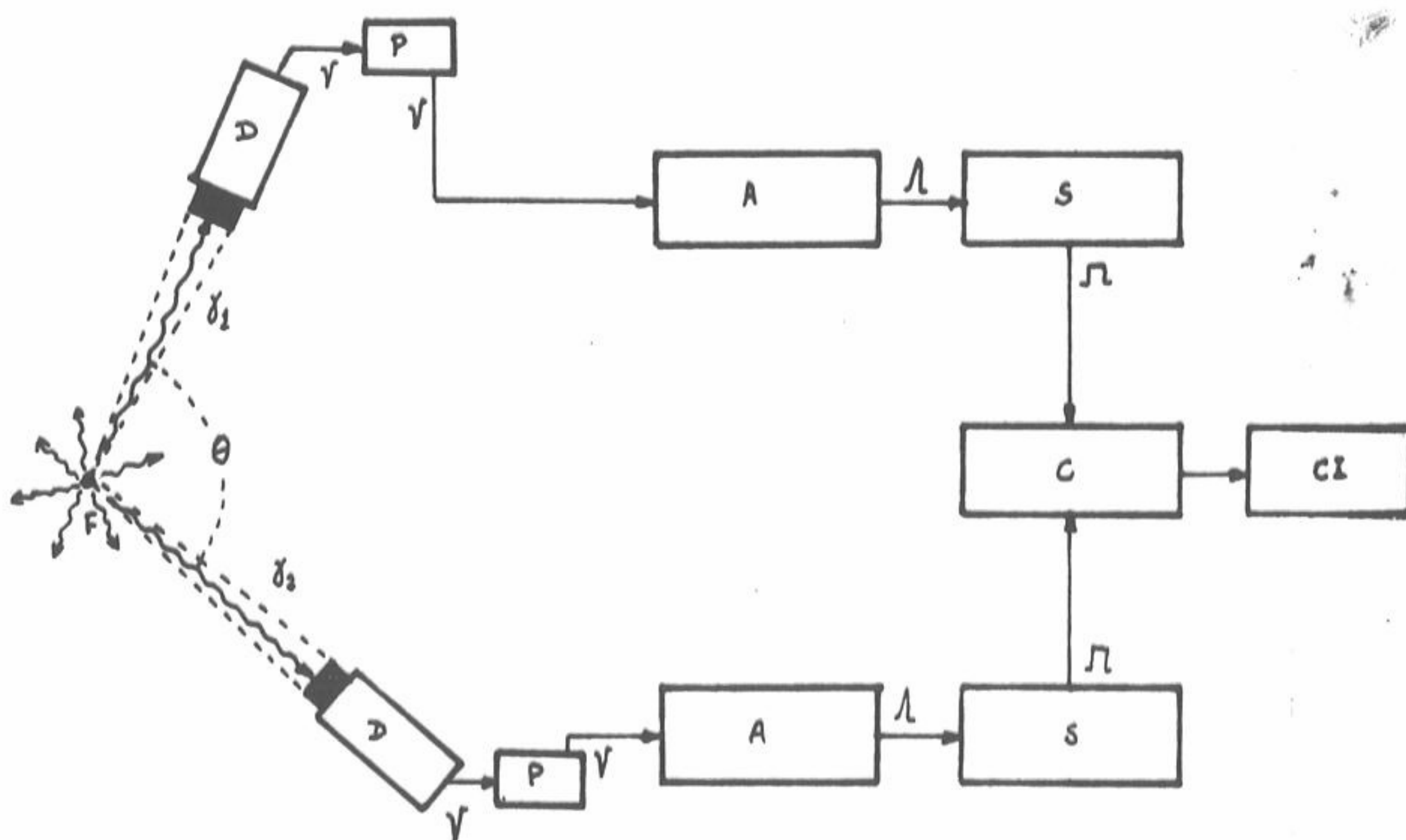


Fig. 103 - Esquema-bloco de uma instalação experimental para o estudo de correlações angulares  $\gamma$ - $\gamma$  :

F- fonte radioactiva; D- detectores; P - pré-amplificadores;  
 A- amplificadores lineares; S - Selectores de amplitude;  
 C- unidade de coincidências; CI - contador de impulsos.



da cascata, e determinar as coincidências entre essas radiações em função do ângulo que fazem os eixos desses detectores (fig. 103).

O número de impulsos registados pelo contador da figura 103 é, então, igual ao número de vezes que a emissão de  $\gamma_1$ , segundo uma certa direcção, fôr seguida pela emissão de  $\gamma_2$  segundo uma outra direcção, que faz um ângulo  $\theta$  com a primeira. A variação do número de coincidências existentes entre os impulsos produzidos pelas radiações  $\gamma_1$  e  $\gamma_2$ , em função do ângulo  $\theta$ , exprime a correlação angular entre aquelas radiações.

A partir dos valores experimentais do número de coincidências obtidos para os diferentes ângulos pode então obter-se os valores experimentais dos coeficientes  $A_{\gamma\gamma}$  da função de correlação angular. Assim, num estudo experimental de correlações angulares realizam-se  $n$  medições para  $n$  valores do ângulo  $\theta$ .

Tomando a função de correlação angular (2.-23), ter-se-á, atendendo a que nunca se observam termos com  $\nu > 4$ :

$$W(\theta) = 1 + A_{22} \cdot P_2(\cos\theta) + A_{44} \cdot P_4(\cos\theta) \quad (2.-30)$$

Contudo, ao fazerem-se determinações experimentais, não se obtém o valor de  $W(\theta)$ , mas taxas de coincidências que são múltiplas daqueles valores. Representando por  $C(\theta)$  essas taxas e por  $X$  o coeficiente de proporcionalidade entre  $C(\theta)$  e  $W(\theta)$ , ter-se-á, a partir de (2.-30):

$$C(\theta) = X + X \cdot A_{22} \cdot P_2(\cos\theta) + X \cdot A_{44} \cdot P_4(\cos\theta) \quad (2.-31)$$

Fazendo:

$$\left\{ \begin{array}{l} X \cdot A_{22} = Y \\ X \cdot A_{44} = Z \end{array} \right.$$

e

$$\left\{ \begin{array}{l} P_2(\cos\theta_i) = A_i \\ P_4(\cos\theta_i) = B_i \end{array} \right.$$



em que o índice  $i$  representa uma das  $n$  medições de coincidências efectuadas, a expressão (2.-31) escreve-se:

$$C_i = X + Y \cdot A_i + Z \cdot B_i \quad (2.-32)$$

Realizando  $n$  determinações de coincidências, correspondentes a  $n$  valores de  $\theta$ , obtêm-se  $n$  valores de  $C_i$ ,  $A_i$  e  $B_i$ . Trata-se, então, de obter o melhor ajuste desses  $n$  valores de  $C_i$ , o que permite determinar os valores de  $X, Y$  e  $Z$ . Isso é feito através do método dos mínimos quadrados.

Os valores experimentais dos coeficientes da função angular,  $A_{22}$  e  $A_{44}$  são então dados por:

$$A_{22} = Y/X \quad ; \quad A_{44} = Z/X$$

## 2.7- Espectroscopia Gama Sem Recuo

### 2.7.1. - Absorção por Ressonância nas Transições Nucleares

De um modo análogo ao que sucede numa transição atômica, uma absorção por ressonância pode, em princípio, ocorrer no núcleo quando a radiação gama é emitida para o estado fundamental e subsquentemente absorvida por um outro núcleo da mesma espécie, como se mostra no esquema da figura 104.

Contudo, para um núcleo inicialmente em repouso, a energia da radiação gama emitida,  $E_\gamma$ , não é exactamente  $E_0$  mas  $E_\gamma = E_0 - E_R$ , em que  $E_R$  é a energia de recuo do núcleo

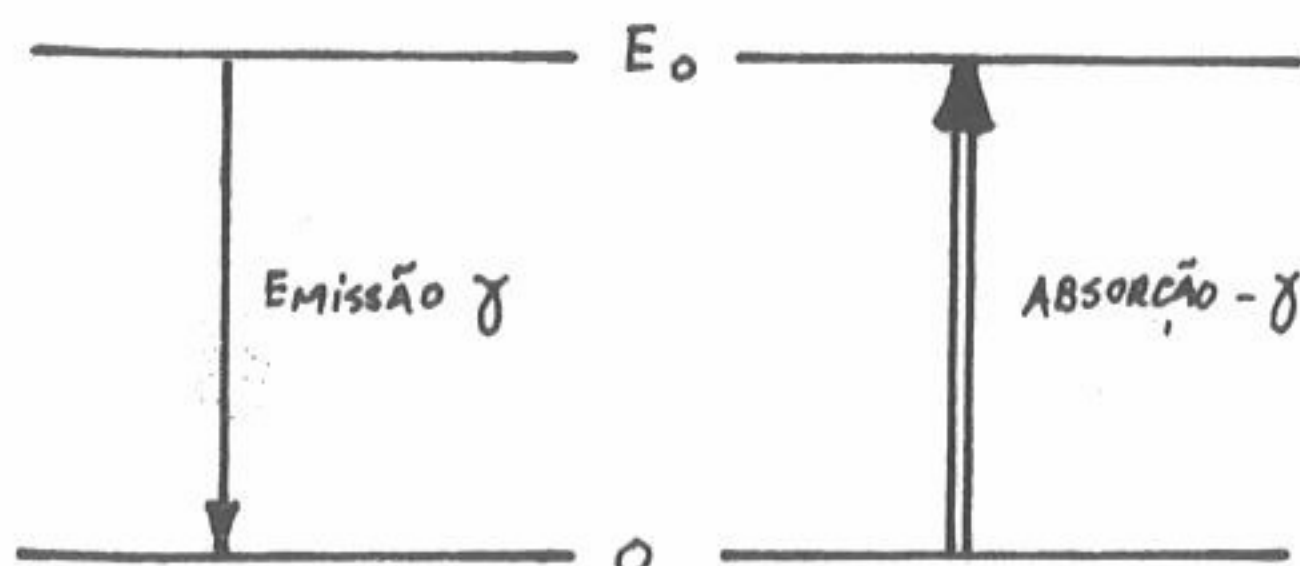


Fig. 104 - Absorção ressonante da radiação gama

emissor. Quere dizer: o fóton emitido por um núcleo num estado excitado tem uma energia mais baixa do que a diferença de energias entre os estados excitados e fundamental. Um processo análogo ocorre quando um núcleo absorve um quantum gama. Há, assim, uma perda de

energia, devida ao recuo, na emissão e um ganho de energia na absorção. Portanto, um quantum gama emitido por um núcleo livre não deverá estar em ressonância com o sistema constituído por um outro núcleo da mesma espécie, visto que a "largura" natural das riscas correspondentes à emissão gama é muito pequena. Na realidade, essa "largura" é, em virtude do princípio de indeterminação de Heisenberg, dada por  $\Gamma_0 = \frac{\hbar}{\tau}$ , em que  $\tau$  é a vida-média do nível emissor. Assim para  $\tau = 10^{-7}$  s,

por exemplo, a "largura" natural é, apenas  $\Gamma_0 = 6,6 \times 10^{-9}$  eV. Nestas condições, qualquer ligeira perturbação que provoque um desvio na energia emitida ou absorvida faz com que as duas riscas se não sobreponham e a ressonância não se observa.

Existem, na realidade, dois efeitos perturbadores que fazem variar a posição das riscas emitidas ou absorvidas, bem como a sua forma. O primeiro é o já anteriormente citado recuo nuclear que desloca as riscas da sua posição correspondente à energia  $E_0$  da transição, para a qual se observaria a ressonância. O segundo é o devido à agitação térmica dos núcleos que, por efeito Doppler, provocam um alargamento das riscas que, da largura  $\Gamma_0$ , passam para uma largura  $\Gamma > \Gamma_0$ .

Consideremos, então, em conjunto estes dois efeitos, ao estudar a emissão da radiação gama por um átomo livre. Suponhamos que um núcleo de massa  $M$  se move com uma velocidade  $v_0$ ; o seu momento linear é, então,  $M \cdot v_0$ . Suponhamos igualmente que o núcleo emite um fóton gama numa direcção que se toma como eixo  $x$  do referencial utilizado (fig.105). O momento linear do fóton emitido é  $E_\gamma / c$  e, portanto, ter-se-á em virtude da conservação do momento linear:

$$M v_x = E_\gamma / c + M (v_x + v_R)$$

$$M v_y = M v_y$$

$$M v_z = M v_z$$

sendo  $v_R$  a velocidade de recuo do núcleo, a qual é então dada por:

$$v_R = - \frac{E_\gamma}{M c} \quad (2.-33)$$

Por outro lado, o núcleo tem, antes da emissão uma energia de excitação  $E_0$  e uma

energia cinética dada por:

$$\frac{1}{2} M (v_x^2 + v_y^2 + v_z^2)$$

Após a emissão, o núcleo tem a energia cinética dada por:

$$\frac{1}{2} M [(v_x + v_R)^2 + v_y^2 + v_z^2]$$

A conservação de energia exige que:

$$E_0 + \frac{1}{2} M (v_x^2 + v_y^2 + v_z^2) =$$

$$= E_\gamma + \frac{1}{2} M [(v_x + v_R)^2 + v_y^2 + v_z^2]$$

de onde vem que:

$$E_0 = E_\gamma + \frac{1}{2} M v_R^2 + M v_x v_R \quad (2.-34)$$

mas, de (2.-33) vem que  $M v_x v_R = -v_x \cdot \frac{E_\gamma}{c}$

$$(2.-35)$$

A variação de energia,  $\delta E = E_0 - E_\gamma$ , é então dada, em virtude de (2.-34) e (2.-35), por:

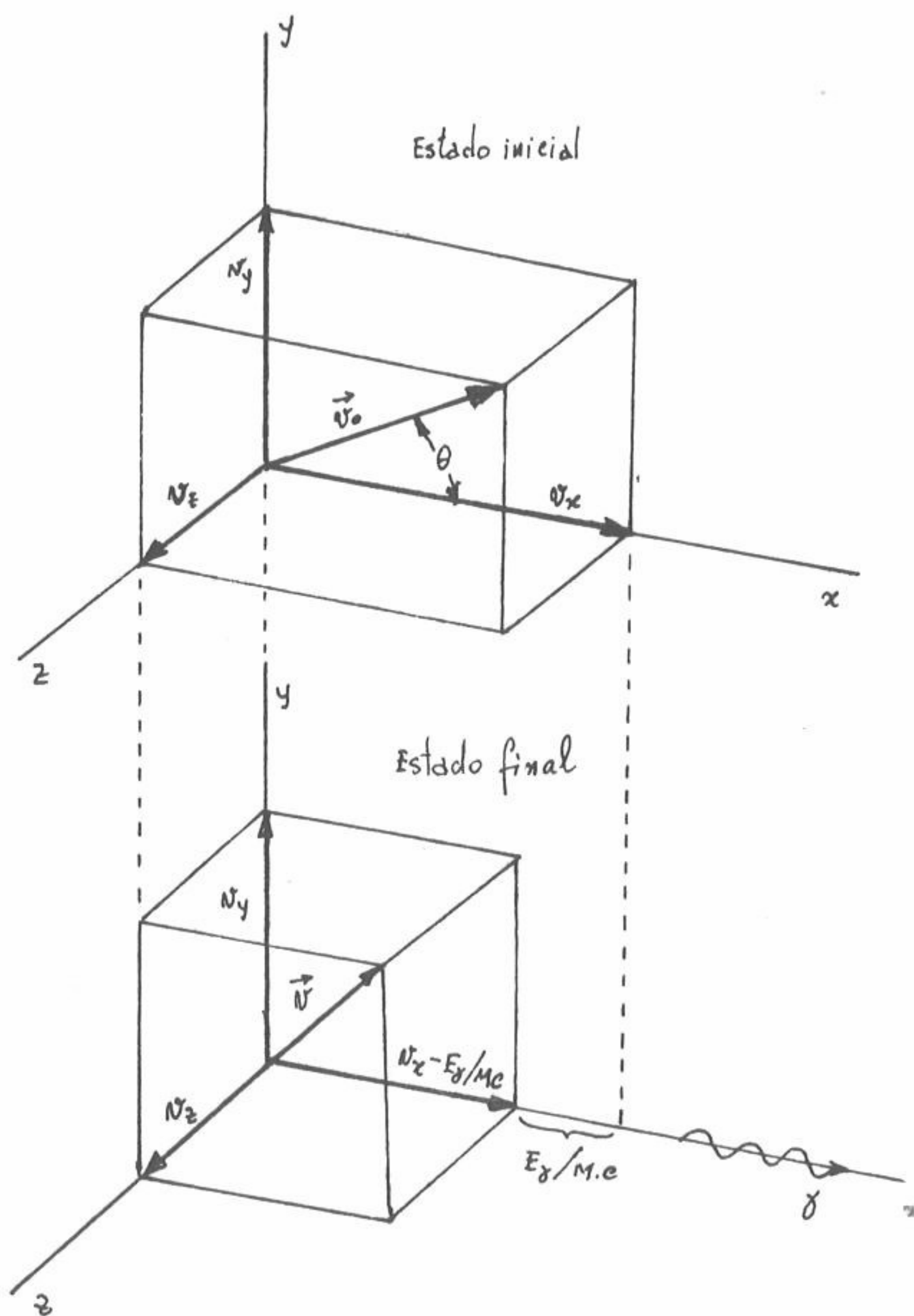


Fig. 105 - Conservação do momento linear na emissão gama



$$\delta E = E_0 - E_\gamma = \frac{1}{2} M v_R^2 - \frac{E_\gamma v_x}{c} \quad (2.-36)$$

em que  $\frac{1}{2} M v_R^2 = E_R$  é a energia de recuo do núcleo e o termo  $\frac{E_\gamma v_x}{c}$ , linear em relação à velocidade inicial deste, é devido ao efeito Doppler. Atendendo a (2.-33) vem para a energia de recuo:

$$E_R = \frac{1}{2} M \left( - \frac{E_\gamma}{Mc} \right)^2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{E_\gamma^2}{Mc^2} \quad (2.-37)$$

De (2.-36) conclui-se que o fóton gama tem, neste caso (núcleo inicialmente em movimento) uma energia  $E_\gamma$  tal que:

$$E_\gamma = E_0 - E_R + \frac{E_\gamma v_x}{c} \quad (2.-38)$$

No último termo de (2.-38)  $v_x$  é a componente segundo o eixo x da velocidade inicial do núcleo; ela é (ver fig.105)

$$v_x = v_0 \cdot \cos\theta = \frac{p_0}{M} \cdot \cos\theta$$

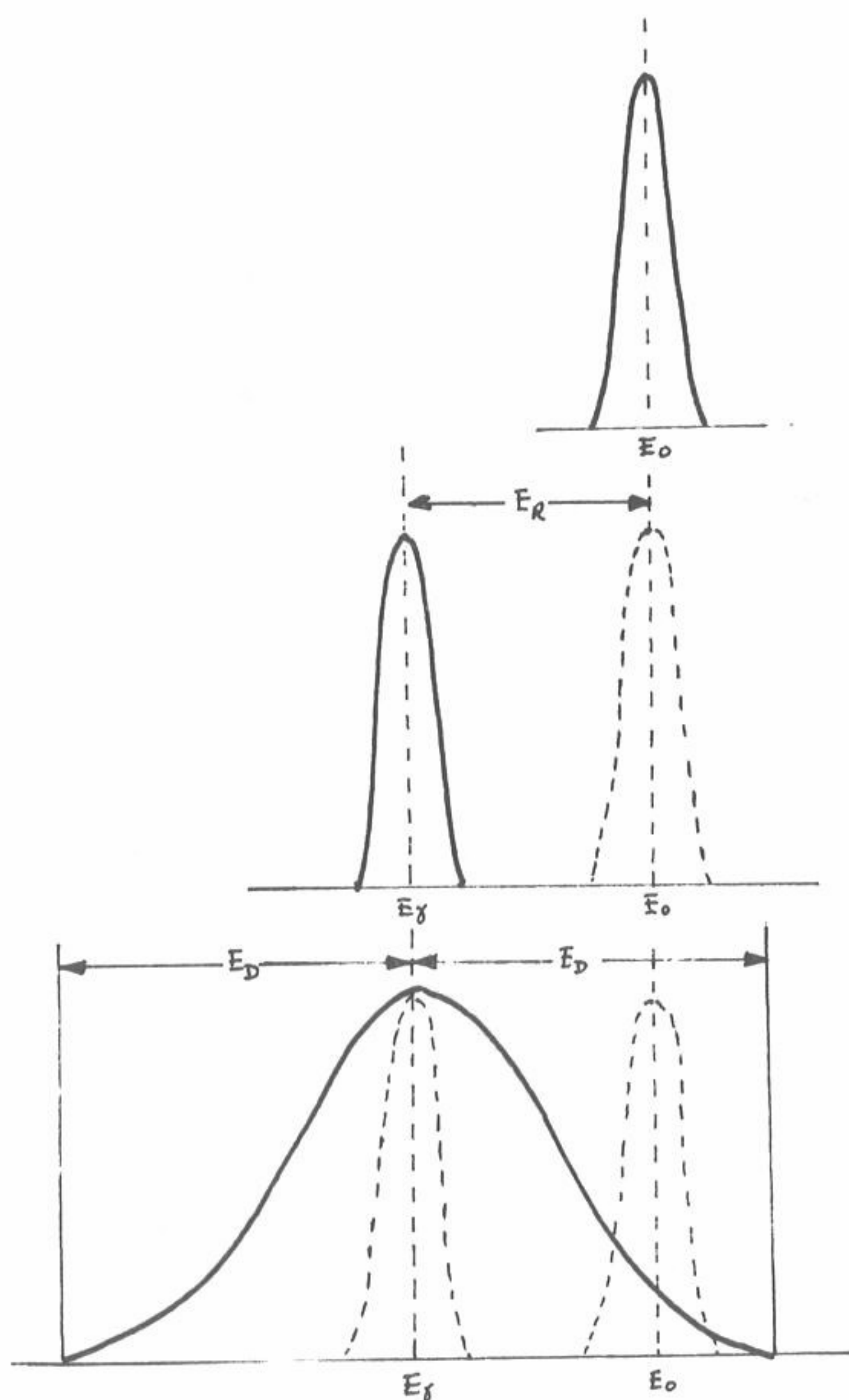
em que  $p_0$  é o módulo do momento linear do núcleo antes da emissão do fóton. Como  $\theta$  varia entre 0 e  $\pi$ ,  $v_x$  varia entre os valores extremos  $\pm \frac{p_0}{M}$ . Por outro lado,  $E_\gamma / c$  é o momento linear do fóton emitido igual, em valor absoluto, ao correspondente ao recuo do núcleo; designemo-lo por  $p_R$ . Podemos, então escrever, a partir de (2.-38), para valores extremos de  $E_\gamma$ :

$$E_\gamma = E_0 - E_R \pm E_D \quad (2.-39)$$

sendo  $E_D = \frac{p_R \cdot p_0}{M}$ . A representação esquemática das situações analisadas encontra-se na figura 106.

## FÍSICA NUCLEAR

A fracção de energia perdida no recuo,  $E_R$ , é muito pequena: para um fóton de 100 keV e para um núcleo de número de massa  $A=100$ , ela é apenas de cerca de  $5 \times 10^{-2}$  eV. Esta energia é, contudo, muito grande quando comparada com a "largura" natural da "risca" que, como anteriormente se referiu, é da ordem de grandeza de  $10^{-9}$  eV. A situação é, portanto, a que se representa na figura 107. Nestas condições, a risca de emissão gama não se sobrepõe à risca de absorção e a ressonância não se observa.



I: A ressonância perfeita corresponde a uma sobreposição total das "riscas" de emissão e absorção com uma energia  $E_0$  (energia da transição nuclear).

II: Devido ao recuo do núcleo, a "risca" correspondente à emissão encontra-se deslocada em relação à energia de ressonância,  $E_0$ , de uma quantidade  $E_R = E_\gamma^2 / 2Mc^2$ .

III: O movimento dos núcleos emissores, por exemplo devido à agitação térmica, provocam um alargamento da "risca" correspondente à radiação  $\gamma$  emitida, devido à variação de energia por efeito Doppler.

Fig. 106 - Emissão gama e recuo do núcleo

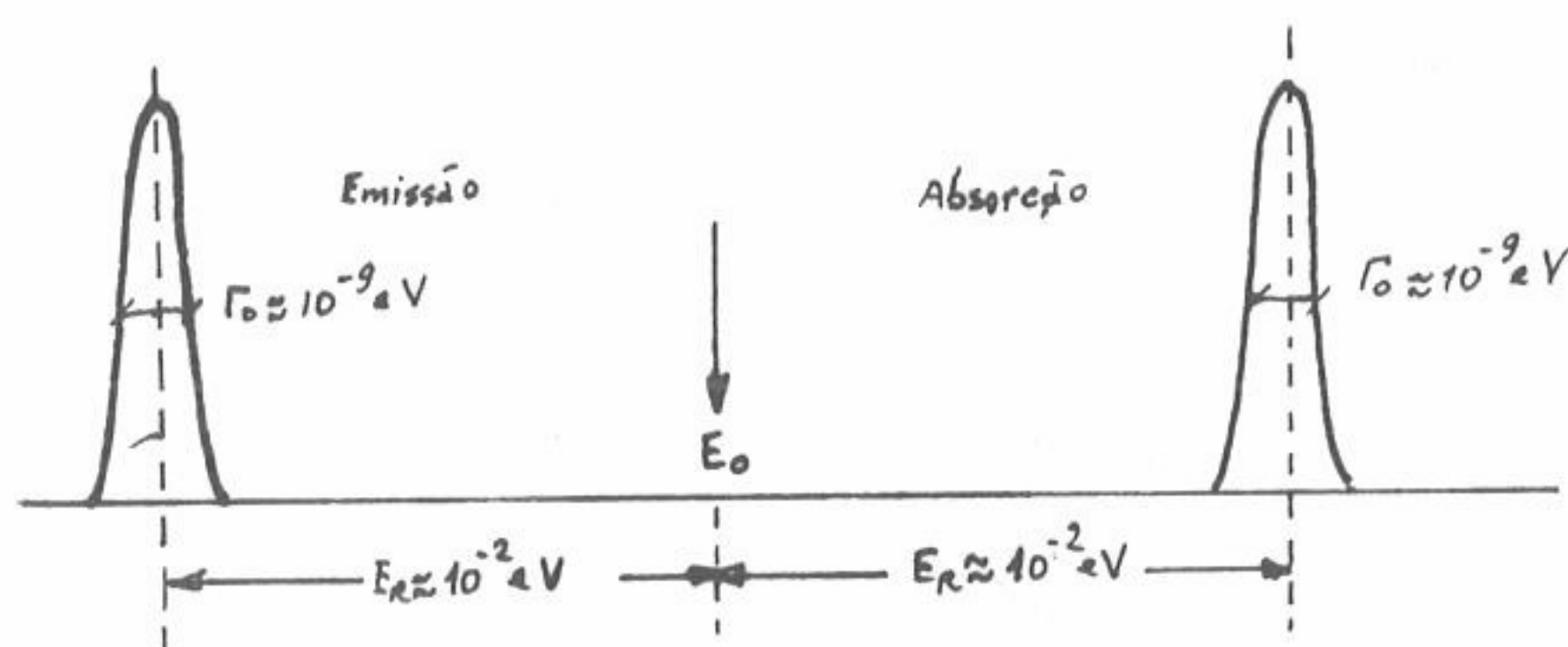


Fig. 107 - Não observação da absorção por ressonância da radiação gama devido ao recuo dos núcleos

Para que a radiação emitida possa ser absorvida em ressonância por um núcleo idêntico é necessário que:

$$E_Y \text{ (emitido)} = E_Y \text{ (absorvido)}$$

A partir de (2.-38) ter-se-á (admitindo que o núcleo absorvedor está em repouso):

$$E_0 - E_R + \frac{E_Y v_x}{c} = E_0 + E_R$$

de onde vem, atendendo a (2.-37) e (2.-33):

$$v_x = \frac{E_Y}{Mc} = -v_R$$

Quere dizer: poder-se-á observar a absorção por ressonância da radiação gama desde que imprima à fonte emissora uma velocidade suficiente para compensar, por efeito Doppler, a energia de recuo na emissão e na observação.

Se os núcleos de ambos- emissor e absorvente- estiverem animados de movimento, observar-se-á um alargamento das duas riscas devido ao efeito Doppler, como se indica no esquema da figura 108. O alargamento das "riscas" de emissão e absorção,



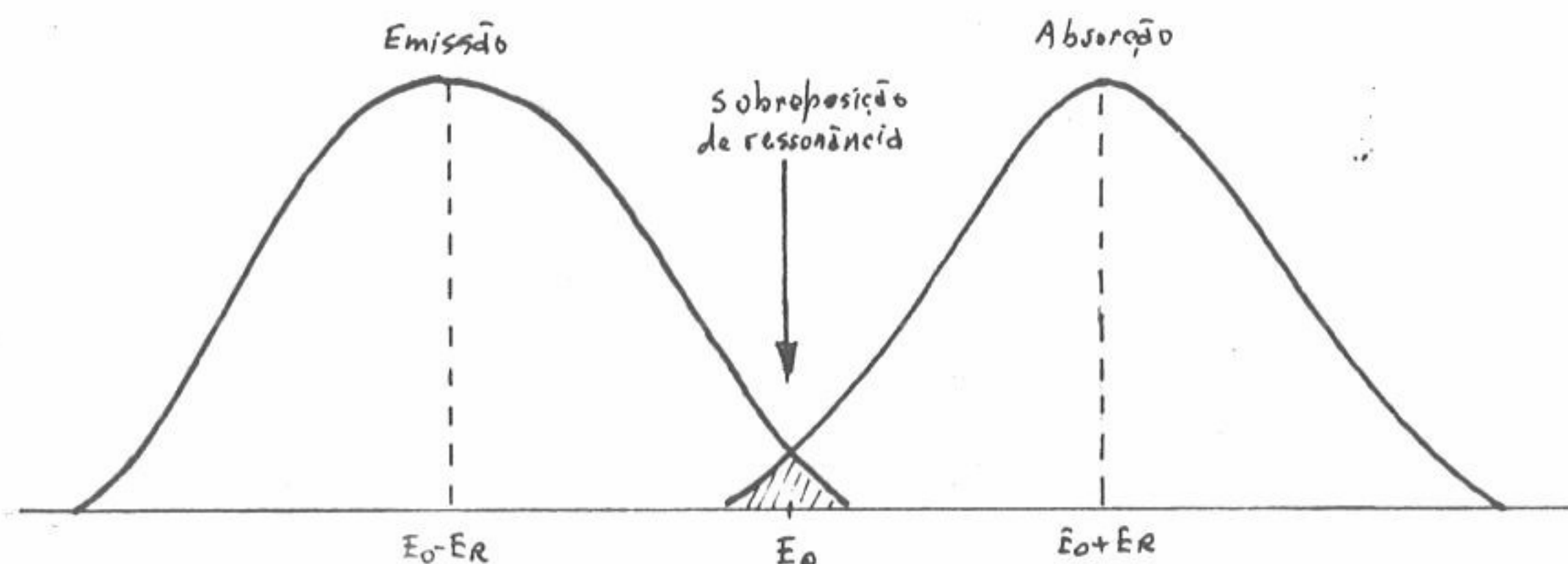


Fig. 108 - Observação da absorção por ressonância da radiação por efeito Doppler.

devido ao efeito Doppler faz com que elas tenham uma zona de sobreposição em que se observa a ressonância. Vê-se, assim, que um outro meio de obter a absorção por ressonância da radiação gama consiste em usar a agitação térmica dos átomos da fonte e do absorvedor. Este método é, contudo, pouco selectivo, devido à considerável largura das riscas.

### 2.7.2. - Efeito Mössbauer

Em 1958, R. L. Mössbauer descobriu que um núcleo atômico situado numa rede cristalina têm uma certa probabilidade de emitir um quantum gama sem uma perda de energia significativa. A probabilidade de um tal processo depende fortemente da energia do quantum emitido, das propriedades da rede em que o núcleo emissor se encontra situado e da temperatura.

Designa-se por efeito Mössbauer a emissão e absorção sem recuo de um quantum gama por um núcleo atômico.

Mössbauer descobriu este efeito quando estudava experimentalmente a variação de secção eficaz de absorção por ressonância da radiação gama em função da temperatura. Com esse fim, utilizou uma fonte  $^{191}\text{Os}$  incluída num cristal. O  $^{191}\text{Os}$  decai, por decaimento  $\beta^-$ , para estados excitados do  $^{191}\text{Ir}$ , segundo o esquema da figura 109. Utilizando a radiação gama emitida pelo  $^{191}\text{Ir}$  a partir do estado  $5/2^+$ , a "largura" natural da risca,  $\Gamma_0 = \hbar/\tau$ , é neste caso  $\Gamma_0 = 5 \times 10^{-6} \text{ eV}$ . Por outro lado, com uma energia  $E_\gamma = 129 \text{ keV}$ , a energia de recuo do núcleo (expressão

(2.-37) é  $E_R = 0,047$  eV. Para átomos livres, em repouso não há, assim, de modo algum, sobreposição entre as riscas de emissão e de absorção, não se observando, portanto, a ressonância. Contudo, utilizando o efeito citado no fim do parágrafo anterior, poder-se-á observar esse fenômeno a partir do alargamento das riscas por efeito Doppler. Foi justamente a variação da secção eficaz da absorção por ressonância com a temperatura que Mössbauer se propôs estudar. Pelo que se viu no parágrafo anterior, seria de esperar que, ao diminuir a temperatura, também diminuísse aquela secção eficaz. Foi justamente o contrário que Mössbauer observou, como mostra o gráfico da figura 110.

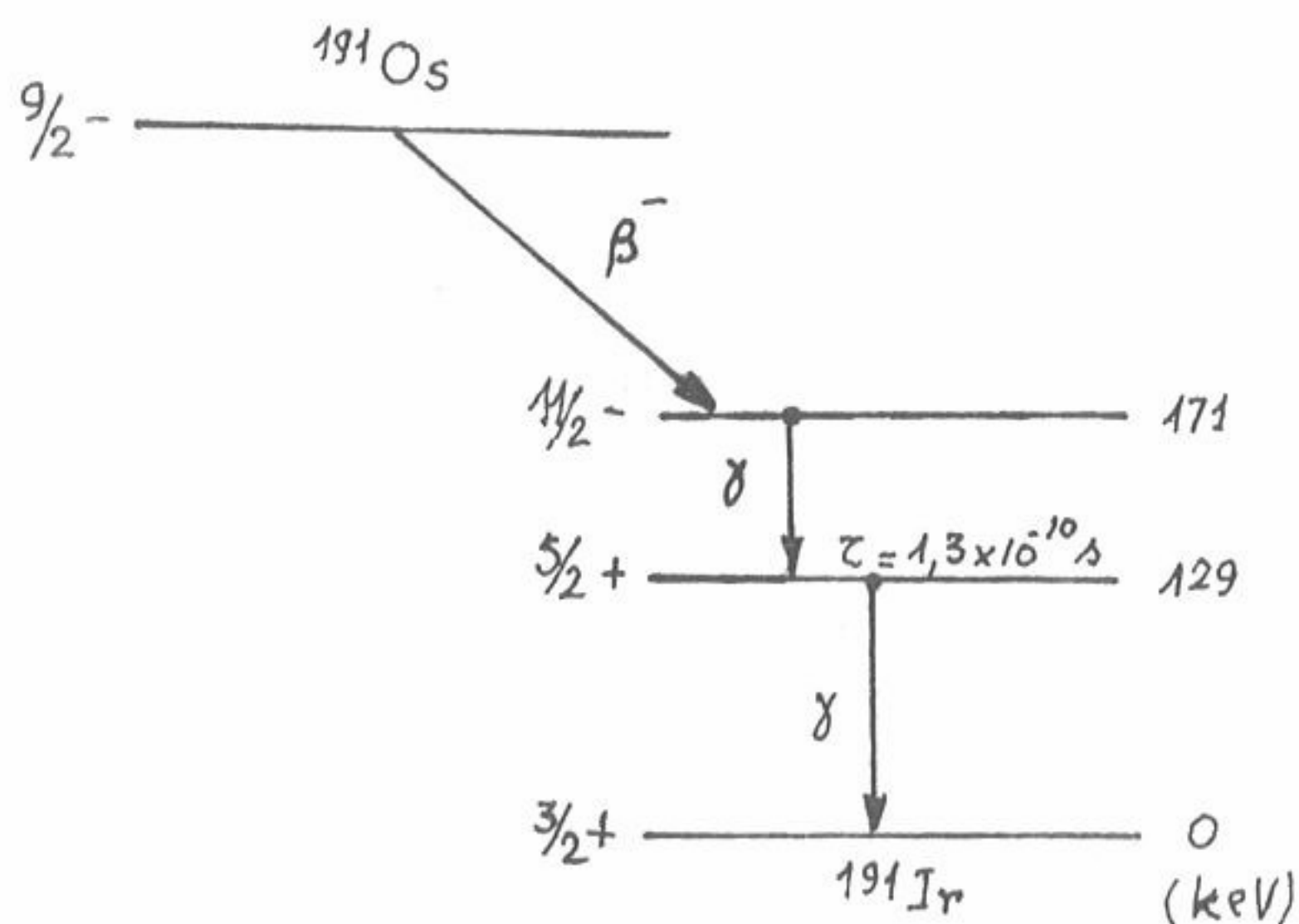


Fig.109- Esquema de decaimento do  $^{191}\text{Os}$

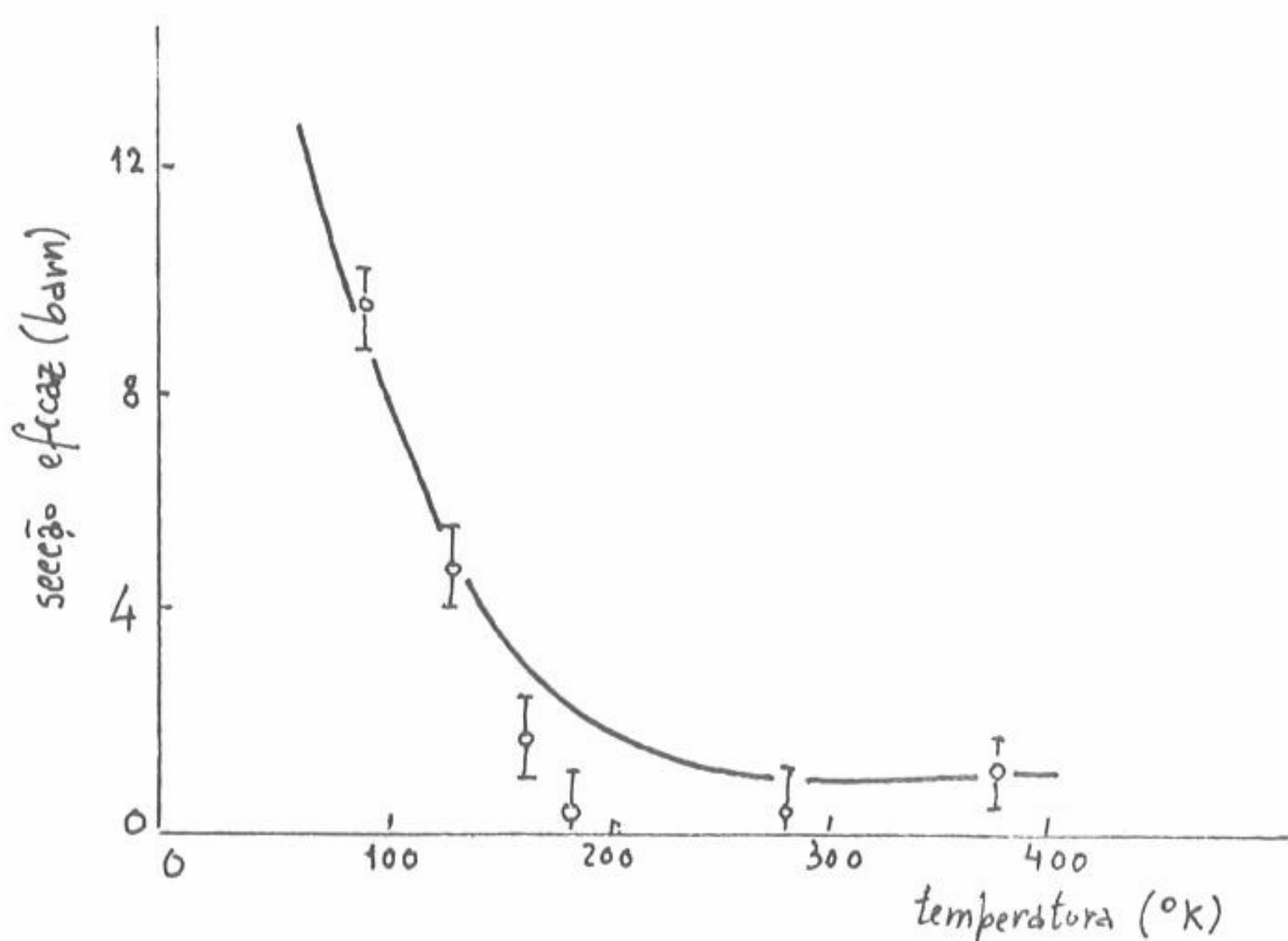


Fig.110 - Variação da secção eficaz de ressonância com a temperatura na experiência original de R.L. Mössbauer



Quere dizer: ao contrário do que se esperava, o fenómeno da ressonância, nas condições experimentais utilizadas, tem uma maior probabilidade de ocorrer à medida que a temperatura diminui. Este facto deve-se, como foi mostrado por Mössbauer, a que a emissão se faz aqui com uma energia de recuo praticamente nula.

Suponhamos, então, que o átomo emissor da radiação gama se encontra fazendo parte de uma rede cristalina e consideremos os três casos seguintes:

1º) - A energia de recuo do átomo livre é grande quando comparada com a energia de ligação do átomo à rede; nestas condições, o átomo desloca-se da sua posição dentro do cristal, sendo aplicável a análise anteriormente feita deste problema.

2º) - Se a energia de recuo do átomo livre é inferior à energia de ligação deste na rede mas superior à energia característica das vibrações da rede (energia do fonão) o átomo permanece na sua posição e dissipa a energia de recuo aquecendo a rede.

3º) - Se a energia de recuo é inferior à energia de vibração da rede (energia do fonão), surge um novo efeito, visto que a rede é um sistema quantificado que não pode ser excitado de uma forma arbitrária.

Procuremos compreender este fenómeno no caso de um "sólido de Einstein", isto é, uma rede cristalina caracterizada por  $3N$  modos de vibração, todos com a mesma frequência  $\omega$ , sendo  $N$  o número de átomos da rede. Num dado instante o estado do sólido é definido pelos números quânticos dos seus osciladores. As únicas variações possíveis no seu estado são um aumento (ou diminuição) em um (ou mais) dos seus números quânticos. Isto corresponde à absorção ou emissão de quanta de energia  $\hbar\omega$ , a qual, nos sólidos reais, é da ordem de grandeza de  $10^{-2}$  eV. A emissão de um fotão gama por um átomo da rede é acompanhada pela transferência de múltiplos inteiros da energia do fonão ( $0, \pm\hbar\omega, \pm 2\hbar\omega, \dots$ ) para a rede, como se mostra esquematicamente na figura 111. Uma fracção  $f$  dos acontecimentos ocorridos não produz qualquer modificação no estado quântico da rede; a fracção restante,  $1-f$ , transferiu para a rede uma energia  $\hbar\omega$ .

Tomando a média sobre muitos processos de emissão, a energia transferida por cada acontecimento é, como foi mostrado por Lipkin\*, igual à energia de recuo do átomo livre,  $E_R$  dada pela expressão (2.-37). Ter-se-á, assim:

$$(1-f)\hbar\omega = E_R$$

\* H. Lipkin - Ann. Phys., 9, 332 (1960); 18, 182 (1962)



Então, a fracção  $f$  de acontecimentos que tem lugar sem excitação de rede é dada por

$$f = 1 - \frac{E_R}{\hbar \omega} \quad (2.-40)$$

Apenas a fracção  $f$  de acontecimentos dão origem ao efeito Mössbauer. Por este facto o coeficiente  $f$  é designado por coeficiente de Mössbauer.

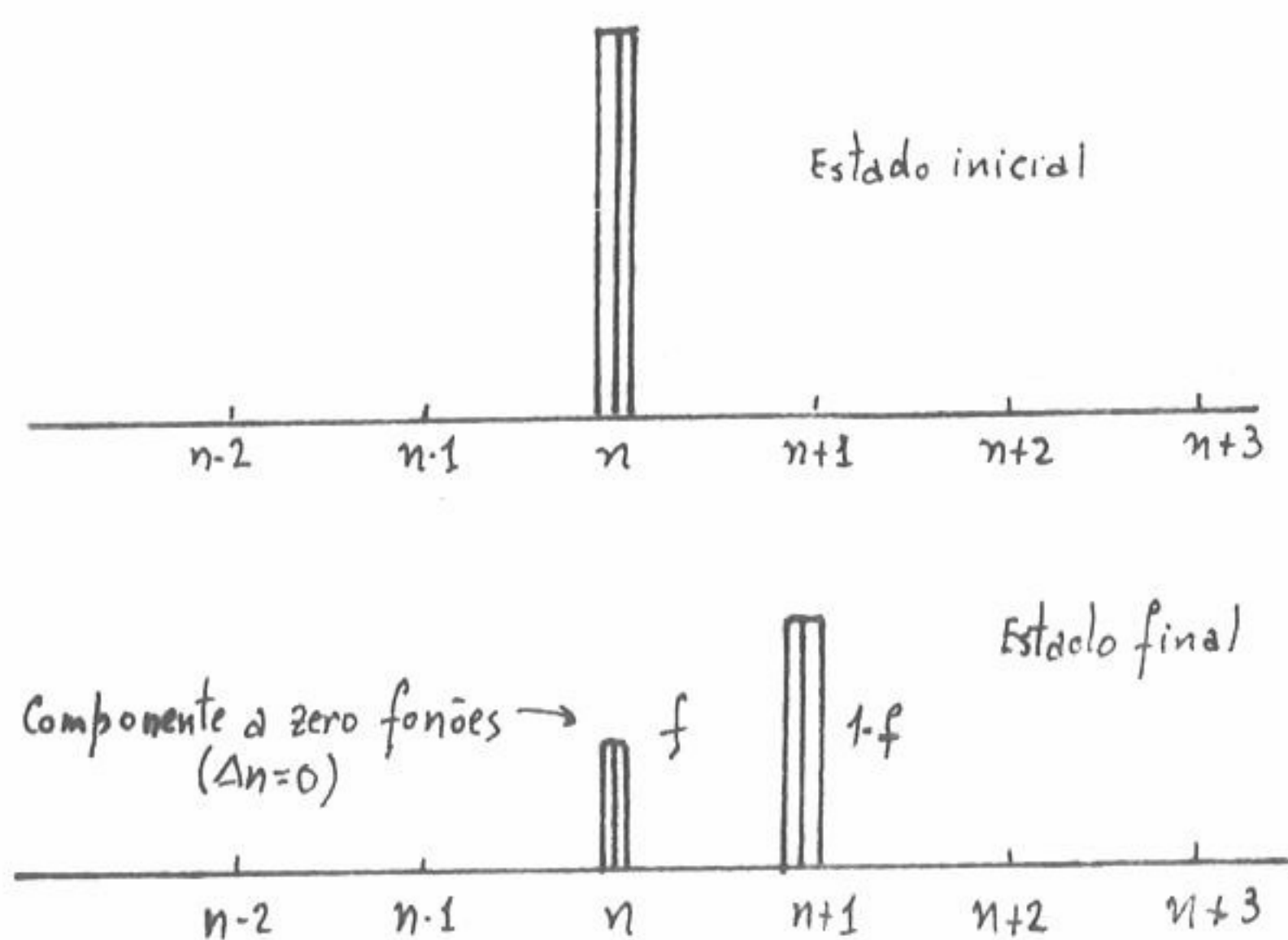


Fig. 111 - Representação esquemática da absorção de energia por uma rede cristalina.

Como  $E_R$  é proporcional a  $E_\gamma^2$  (expressão 2.-37), conclui-se que, de facto quanto maior for a energia do fóton, menor é a probabilidade de se observar o efeito Mössbauer.

Podemos generalizar o resultado traduzido pela expressão (2.-40) recorrendo à teoria da dispersão. Nos fenómenos de dispersão, distinguem-se dois tipos: elástica e inelástica, em que a primeira não provoca uma excitação da rede cristalina. Da teoria da dispersão sabe-se que a fracção  $f$  do processo elástico, ou seja a zero fonões, é dada por

$$f = e^{-\frac{4\pi \langle x^2 \rangle}{\lambda^2}} = e^{-K^2 \langle x^2 \rangle} \quad (2.-41)$$

em que  $\lambda$  é o comprimento de onda da radiação perturbadora, neste caso a radiação  $\gamma$  emitida, e  $\langle x^2 \rangle$  é o valor médio do quadrado da amplitude de vibração;  $K$  é, como habitualmente, o módulo do vector de onda, dado por

$$K = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{E_\gamma}{\hbar c}$$

Comparemos a expressão de  $f$  dada por (2.-41) com a que obteve a partir do "sólido de Einstein". Desenvolvendo  $f$  em série e retendo apenas os primeiros termos (o que fisicamente significa que se supõe  $K^2 \langle x^2 \rangle \ll 1$ , isto é, que o valor médio da amplitude de vibração é pequeno em comparação com o comprimento de onda da radiação emitida), vem:

$$f \approx 1 - K^2 \langle x^2 \rangle = 1 - \frac{E_\gamma^2}{\hbar^2 c^2} \langle x^2 \rangle$$

como  $E_R = \frac{E_\gamma^2}{2Mc^2}$ , vem:

$$f \approx 1 - \frac{2 M E_R}{\hbar^2} \langle x^2 \rangle \quad (2.-42)$$

Vejamos como podemos avaliar  $\langle x^2 \rangle$ .

Para o oscilador harmônico, sabe-se que a energia é dada por

$$E = \left( n + \frac{1}{2} \right) \hbar \omega$$

em que  $\omega$  é a frequência de oscilação.

Ter-se-á, então :

$$\Delta E = \left( n + \frac{1}{2} \right) \hbar \Delta \omega \quad (2.-43)$$

Pelo princípio de indeterminação de Heisenberg sabe-se que:

$$(\Delta E) \cdot (\Delta t) = (\Delta p) \cdot (\Delta x) \gg \hbar$$

tomando  $\Delta t = \frac{1}{\Delta \omega}$  ,

a expressão (2.-43) conduz a :

$$(\Delta E) \cdot (\Delta t) = \left(n + \frac{1}{2}\right) \hbar$$

e, portanto :  $(\Delta p) \cdot (\Delta x) = \left(n + \frac{1}{2}\right) \hbar$

Fazendo  $(\Delta p)^2 = \langle p^2 \rangle$  e  $(\Delta x)^2 = \langle x^2 \rangle$  , vem:

$$\langle p^2 \rangle \cdot \langle x^2 \rangle = \left(n + \frac{1}{2}\right)^2 \hbar^2 \quad (2.-44)$$

Admitindo que a energia total do oscilador se encontra igualmente distribuída entre as suas energias cinética e potencial, vem:

$$E_{\text{cinética}} = \frac{\langle p^2 \rangle}{2M} = \frac{1}{2} E_{\text{total}} = \frac{1}{2} \left(n + \frac{1}{2}\right) \hbar \omega$$

Mas, pela expressão (2.-44), temos que:

$$\langle x^2 \rangle = \frac{1}{\langle p^2 \rangle} \left(n + \frac{1}{2}\right)^2 \hbar^2 = \frac{1}{M \left(n + \frac{1}{2}\right) \hbar \omega} \cdot \left(n + \frac{1}{2}\right)^2 \hbar^2 = \frac{\left(n + \frac{1}{2}\right) \hbar}{M \omega}$$

Como o factor de Mössbauer,  $f$ , é dado por (expressão 2.-42):

$$f \approx 1 - \frac{2M E_R}{\hbar^2} \langle x^2 \rangle$$

vem:

$$f = 1 - \frac{2M E_R}{\hbar^2} \cdot \frac{\left(n + \frac{1}{2}\right) \hbar}{M \omega} = 1 - \frac{E_R}{\hbar \omega} (2n + 1) \quad (2.-45)$$



No limite das baixas temperaturas, quando  $n=0$ , as expressões do factor  $f$  dadas por (2.-40) ("sólido de Einstein") e (2.-45) (teoria de dispersão) coincidem. Contudo, à medida que a temperatura,  $T$ , aumenta o mesmo acontece com a energia total, visto que  $E_{\text{Total}} = 3/2 \cdot KT$ , em que  $K$  é a constante de Boltzman. Crescendo a energia total, aumenta o valor de  $n$ , o que provoca uma diminuição do factor de Mössbauer,  $f$ . Quere dizer: a expressão de  $f$  (2.-45) é mais geral do que a (2.-40); nesta apenas está considerada a dependência do efeito Mössbauer em relação à energia de recuo do núcleo, enquanto naquela encontra-se também presente a dependência da temperatura. Além destas duas dependências do efeito Mössbauer, verificou-se experimentalmente que este efeito depende também das características da rede cristalina em que a fonte emissora de radiação se encontra incluída. Uma análise teórica mais profunda do efeito Mössbauer, utilizando a teoria de Debye da capacidade calorífica dos sólidos, permite incluir esta última dependência na expressão do factor de Mössbauer que, de acordo com esta análise teórica, é dado por:

$$f \approx e^{-\frac{3}{2} \cdot \frac{E_R}{K\theta} \left[ 1 + \frac{2}{3} \frac{\pi T}{\theta} \right]^2} \quad (2.-46)$$

em que  $\theta$  é a temperatura de Debye do sólido\*.

Da expressão (2.-46) conclui-se que  $f$  é tanto maior quanto menor fôr  $E_R$  e  $T$  (o que está de acordo com as conclusões obtidas anteriormente) e quanto maior fôr  $\theta$ . Podemos, então, finalmente, concluir que:

A probabilidade de emissão gama sem recuo (efeito Mössbauer) é tanto mais elevada quanto menor fôr a energia da radiação emitida e a temperatura do cristal em que a fonte se encontra incluída e quanto maior fôr a temperatura de Debye do sólido que constitui o cristal.

Como vimos, uma emissão sem recuo significa que a energia do quantum gama emitido é igual à do nível nuclear excitado o que permitirá a sua absorção, por ressonância, num outro núcleo da mesma espécie. A existência da emissão sem recuo

---

\* Na teoria de Debye dos sólidos estes são considerados como meios homogêneos, isotropos e elásticos em que a energia calorífica é equivalente à energia de  $n$  ondas elásticas, sendo  $n$  o número de graus de liberdade das partículas que constituem o sólido. A frequência dessas ondas varia desde zero até uma frequência máxima  $\omega_m$ ; a temperatura de Debye do sólido é dada por  $\theta = \hbar\omega_m / K$ .

foi mostrada por Mössbauer imprimindo à fonte um movimento em relação ao absorvedor e mostrando que a absorção da radiação é máxima para uma velocidade nula.

A fonte é montada numa plataforma móvel - o "transdutor" - tendo uma velocidade  $v$ , relativamente ao absorvedor (fig.112).

Viu-se anteriormente (expressão 2.-38) que

$$E_{\gamma} = E_0 - E_R + \frac{E_{\gamma} v}{c}$$

Se a emissão se faz sem recuo ter-se-ã, evidentemente

$$E_{\gamma} = E_0 + \frac{E_{\gamma} v}{c}$$

ou seja :

$$E_{\gamma} = \frac{E_0}{1 - v/c} \approx E_0 (1 + v/c) \quad (\text{para } v \ll c) \quad (2.-47)$$

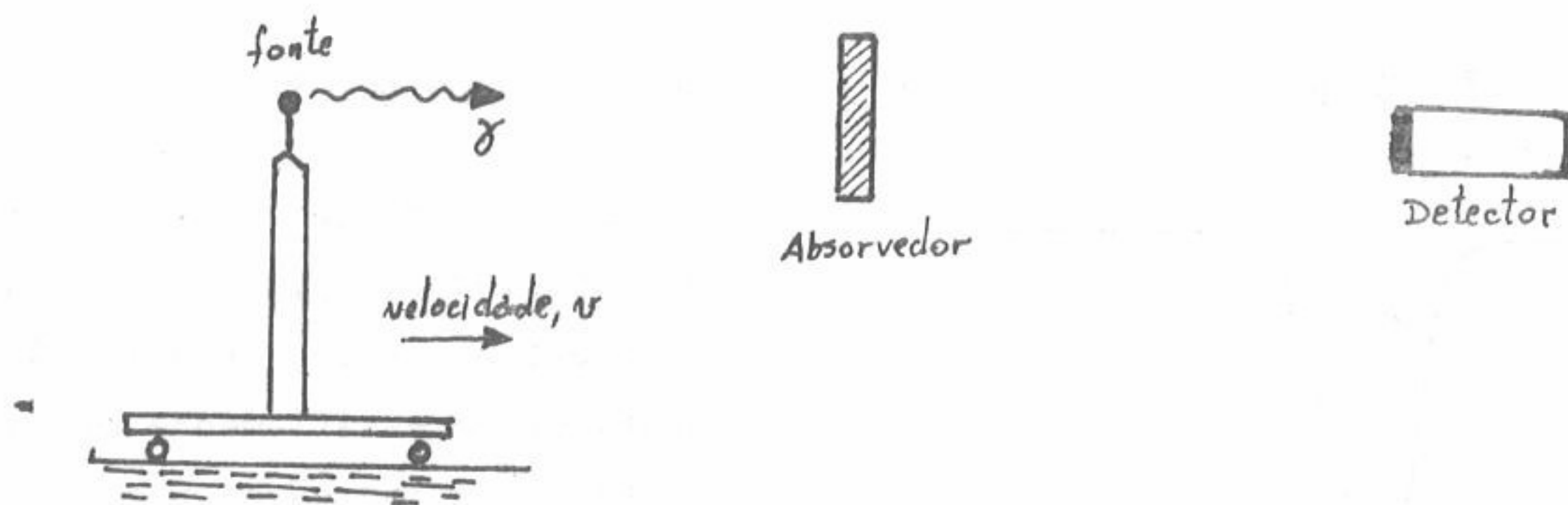


Fig.112 - Disposição esquemática para absorção da emissão gama sem recuo.

A expressão (2.-47) mostra que, não havendo recuo, depende do valor da velocidade  $v$ , da fonte o maior ou menor afastamento da energia do fóton emitido em relação



à energia da transição a que corresponde a absorção por ressonância. O dispositivo experimental usado por Mössbauer encontra-se esquematizado na fig.113. Inprimindo diferentes velocidades à fonte, através de um sistema rotativo, e determinando as taxas de contagem correspondentes para as radiações que atravessaram o absorvedor, Mössbauer verificou que a absorção por ressonância aumenta quando a temperatura diminui, sendo essa ressonância máxima para uma velocidade nula da fonte, como se mostra no espectro da figura 114. Quando a velocidade,  $v$ , da fonte é suficientemente grande, o desvio de energia por efeito Döppler destrói qualquer possibilidade de absorção por ressonância. O detector conta então o número

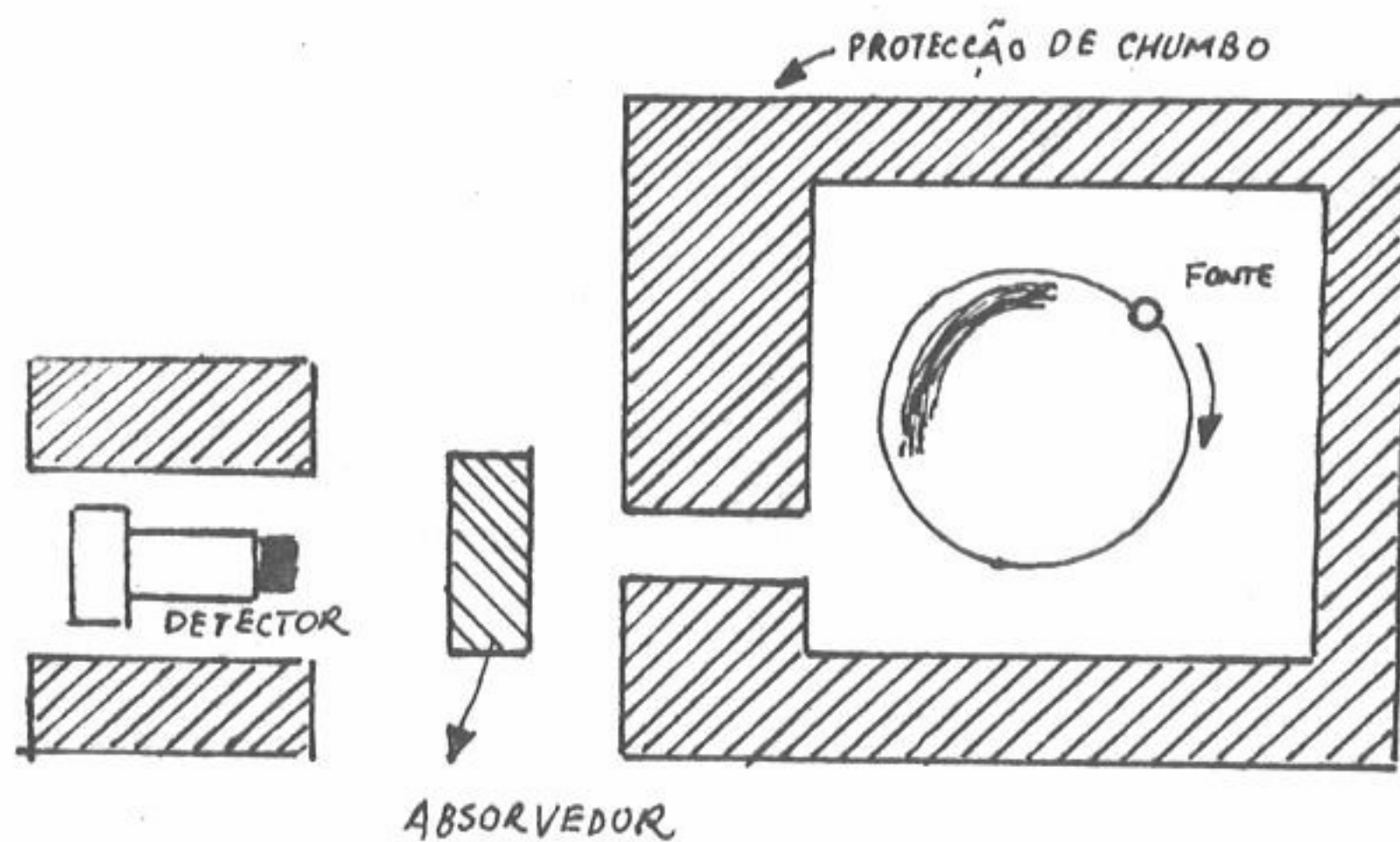


Fig.113 - Esquema do dispositivo experimental usado por R.L. Mössbauer

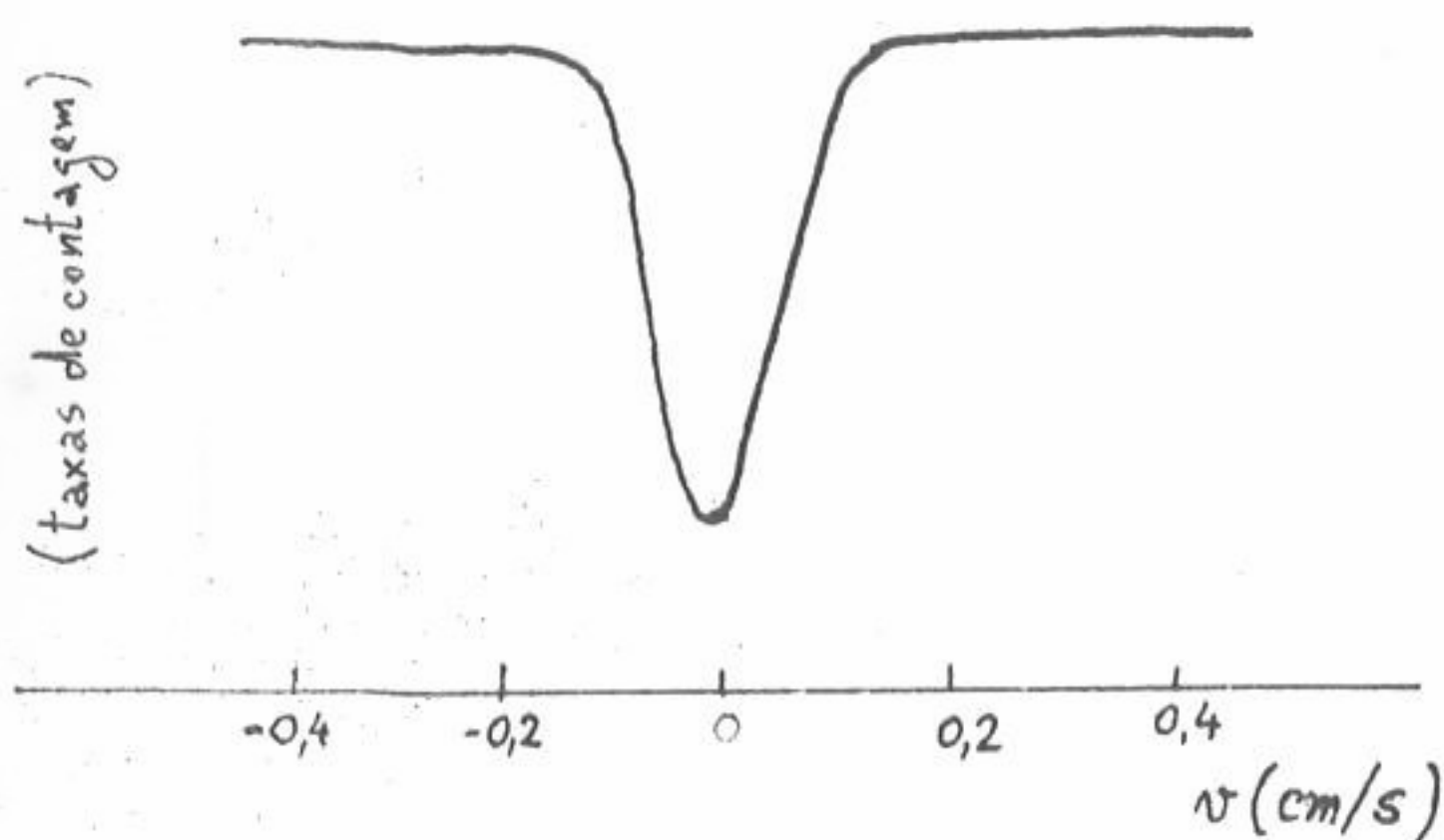


Fig. 114 - um exemplo de espectro Mössbauer

de fótons gama que passam através do absorvedor. Havendo ressonância a absorção é superior e a taxa de contagem necessariamente decresce, conforme se indica na fig.114. Esta situação corresponde a uma igualdade das energias de emissão e de absorção. Qualquer destas energias tem uma "largura" natural,  $\Gamma_0$ ; dando-se a sobreposição das duas riscas correspondentes, a "largura" de risca resultante será, então, igual a  $2 \times \Gamma_0$ , como se indica num



dos esquemas da fig.115. O efeito Mössbauer pode, assim, ser utilizado em determinações de "larguras" de níveis e, portanto, de vidas-médias de estados nucleares excitados.

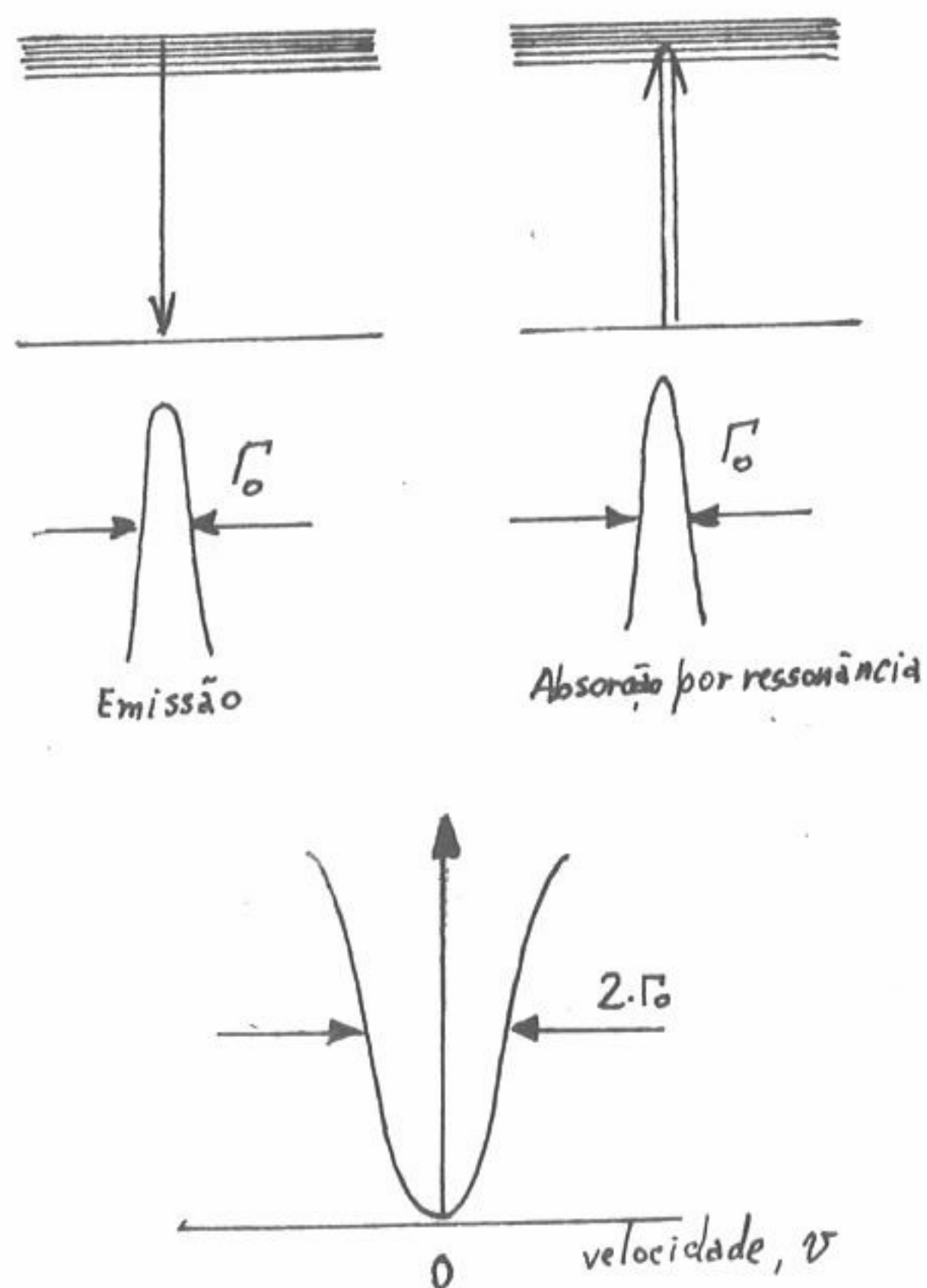


Fig.115 - "largura" natural de riscas determinadas por efeito Mössbauer

Por outro lado, aquelas "larguras" são pequenas quando comparadas com as energias características de interação do núcleo com campos exteriores, isto é, aquelas que permitem, como vimos, determinar os momentos dipolar magnético e quadripolar elétrico do núcleo. O efeito Mössbauer encontrou, assim, uma larga aplicação neste domínio constituindo, juntamente com o estudo das correlações angulares perturbadas, dois poderosos métodos de investigação no campo das Interações Hiperfinas.

Estas são definidas como as interações electromagnéticas entre os multipolos electromagnéticos do núcleo e os campos electromagnéticos dos electrões circundantes, os campos criados no interior de uma rede cristalina em que a fonte se encontra localizada ou, ainda, os campos electromagnéticos aplicados do exterior.

O efeito Mössbauer tem, assim, uma larga aplicação em determinações experimentais em Física Nuclear e Física do Estado Sólido. A sua utilização em domínios científicos e técnicos exteriores à Física não cessa, igualmente de crescer.

### 3. - CONVERSÃO INTERNA

#### 3.1 - Definição

Designa-se por conversão interna o processo de desexcitação nuclear em que o excesso de energia do núcleo, num dado estado, é dissipado através de uma emissão

## FÍSICA NUCLEAR

de electrões do cortejo electrónico do átomo. Trata-se de uma interacção directa entre o núcleo e os electrões periféricos que se produz através do campo de radiação criado pelo núcleo. O processo de conversão interna é, assim, um processo de desexcitação nuclear em competição com a emissão gama.

Insista-se no facto de que esta emissão de electrões do cortejo electrónico do átomo é um processo directo, não havendo aqui uma emissão de fotões que, posteriormente, entrariam em interacção com os electrões por meio de um efeito fotoeléctrico interno. Para mostrar que assim é, basta ter em atenção o facto de que uma emissão de fotões é estritamente proibida entre dois estados de momento angular total nulo (transição  $0^+ \rightarrow 0^+$ ) e, no entanto, essas transições observam-se através da emissão de electrões de conversão interna.

Quando se dá uma desexcitação nuclear por conversão interna, um electrão é emitido, tendo uma energia bem definida, igual à energia disponível na transição nuclear,  $E(\gamma)$ , diminuída da energia de ligação do electrão ao átomo  $E(I)$ :

$$E(e^-) = E(\gamma) - E(I)$$

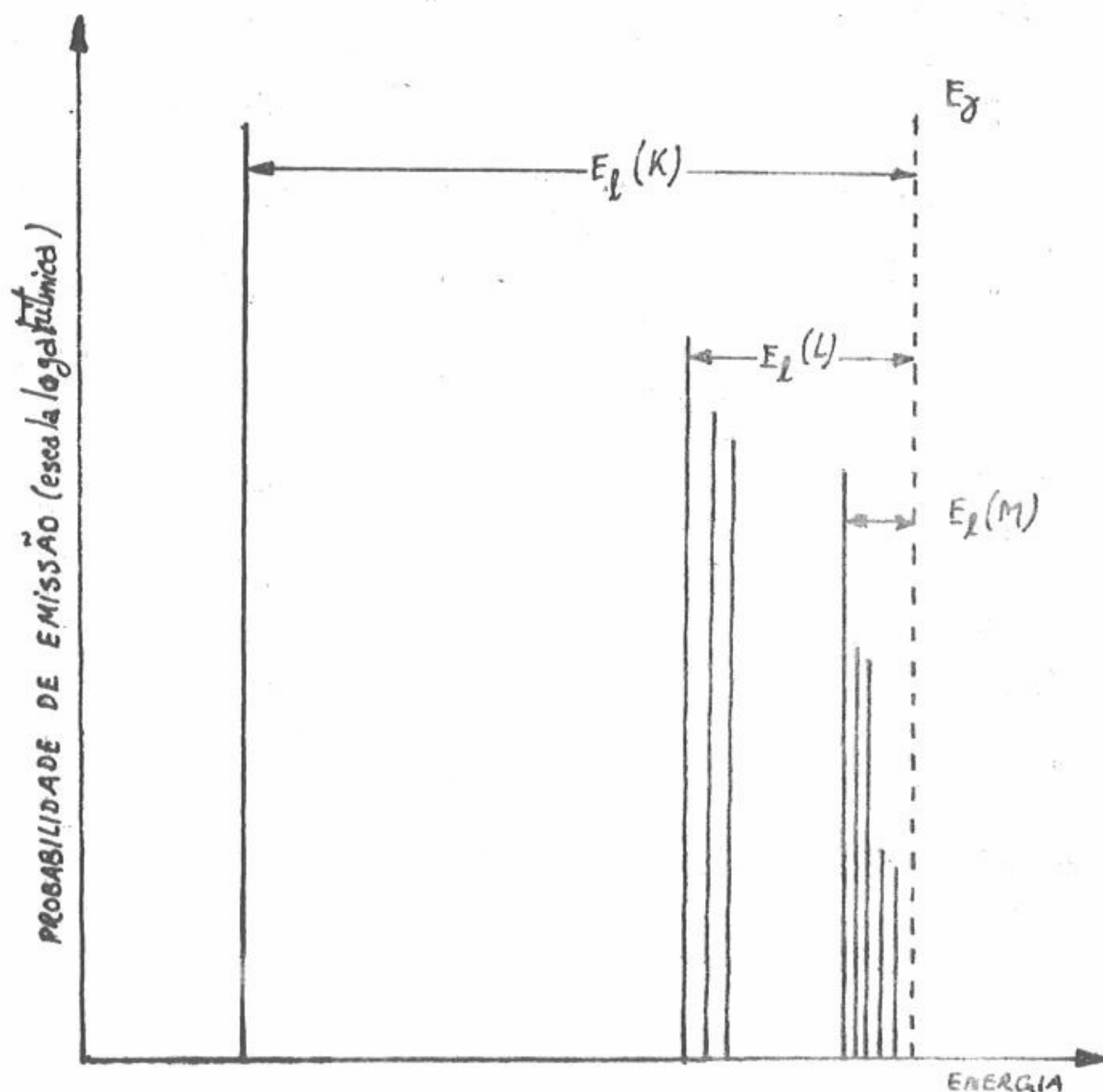


Fig.116 - Representação esquemática da emissão de electrões de conversão interna e respectivas probabilidades.  $E_L(K)$ ,  $E_L(L)$ ,  $E_L(M)$  representam as energias de ligação nos níveis K, L e M respectivamente. No nível L existe um multiplete e no M um quintuplete.



Os electrões poderão ser extraídos dos diferentes níveis e subníveis atômicos. Como as energias de ligação dos electrões são sucessivamente decrescentes, obtêm-se electrões de conversão interna com energias sucessivamente crescentes, conforme a conversão interna se produz no nível K ou nos subníveis L, L<sub>I</sub>, L<sub>II</sub>, L<sub>III</sub>, M, M<sub>I</sub>, M<sub>II</sub>, M<sub>III</sub>, M<sub>IV</sub>, M<sub>V</sub>, ..... (fig.116)

### 3.2 - Coefficientes de conversão interna

Como a desexcitação nuclear por emissão de electrões de conversão interna é um processo em competição com a emissão de radiação gama, pode definir-se uma probabilidade relativa de emissão, numa dada transição nuclear através de um parâmetro,  $\alpha$ , designado por coeficiente de conversão interna definido pela relação:

$$\alpha = \frac{\text{Probabilidade de desexcitação por conversão interna}}{\text{Probabilidade de emissão gama}} = \frac{\lambda_e}{\lambda_\gamma} = \frac{N_e}{N_\gamma} \quad (3.-1)$$

em que  $\lambda_e$  e  $\lambda_\gamma$  são as constantes de declínio parciais para cada um dos processos de desexcitação nuclear, respectivamente, sendo  $N_e$  e  $N_\gamma$  o número de electrões de conversão e de fotões, observados no mesmo intervalo de tempo.

O coeficiente de conversão interna total, definido por (3.-1) pode ser decomposto em coeficientes de conversão interna parciais respeitantes a cada um dos níveis e subníveis de onde o electrão foi extraído no processo de conversão interna. Ter-se-á, assim, por exemplo:

$$\text{coeficiente de conversão no nível K : } \alpha_K = \frac{N_e(K)}{N_\gamma}$$

$$\text{coeficiente de conversão no nível L : } \alpha_L = \frac{N_e(L)}{N_\gamma}$$

em que  $N_e(K)$  e  $N_e(L)$  têm significados óbvios. A partir destas definições, obtêm-se:

$$\alpha_K + \alpha_L + \alpha_n + \dots = \frac{N_e(K)}{N_\gamma} + \frac{N_e(L)}{N_\gamma} + \frac{N_e(n)}{N_\gamma} + \dots = \frac{N_e}{N_\gamma} = \alpha$$





podem ser calculadas a partir dos modelos nucleares, como anteriormente se estudou. Nestas condições, é importante poder determinar os seus valores experimentais de modo a comparar as previsões teóricas com os resultados experimentais.

Suponha-se, então, para concretizar, que a transição nuclear em causa, parcialmente convertida, se dá através de uma mistura de radiações E1+M2. Sabe-se que (equação 2.-15), a razão de mistura,  $\delta^2$ , é dada por:

$$\delta^2 = \frac{N_{\gamma}(E2)}{N_{\gamma}(M1)} = \frac{\lambda_{\gamma}(E2)}{\lambda_{\gamma}(M1)} \quad (3.-4)$$

em que  $N_{\gamma}$  representa números de fótons emitidos por unidade de tempo e  $\lambda_{\gamma}$  representa constantes de declínio parciais. A probabilidade de emissão da radiação gama, por unidade de tempo,  $\lambda_{\gamma}$ , é então dada por:

$$\lambda_{\gamma} = \lambda_{\gamma}(M1) + \lambda_{\gamma}(E2) \quad (3.-5)$$

Utilizando as equações (3.-3), (3.-4) e (3.-5), vem então para constantes de declínio parciais das duas radiações presentes na mistura:

$$\left. \begin{aligned} \lambda_{\gamma}(M1) &= \frac{1}{1 + \delta^2} \cdot \frac{1}{1 + \alpha} \cdot \lambda \\ \lambda_{\gamma}(E2) &= \frac{\delta^2}{1 + \delta^2} \cdot \frac{1}{1 + \alpha} \cdot \lambda \end{aligned} \right\} (3.-6)$$

No caso de haver diversos modos de desexcitação para o nível  $i$ , (cf. fig.117) é necessário introduzir no cálculo da probabilidade de emissão de cada radiação a razão de bifurcação, isto é, a razão entre a intensidade da transição em estudo (transição  $i \rightarrow f$  no exemplo da fig. 117) e a intensidade de todas as transições que permitem a desexcitação do estado inicial. Designando, respectivamente, por  $I_{i \rightarrow f}$  e  $I_T$  aquelas intensidades e atendendo a que  $\lambda = \frac{1}{T_i}$



( em que  $\tau_i$  é a vida-média do nível  $i$  ) vem, finalmente, em substituição das expressões (3.-6) as seguintes:

$$\lambda_Y(M1) = \frac{1}{1 + \delta^2} \cdot \frac{1}{1 + \alpha} \cdot \frac{I_{i \rightarrow f}}{I_T} \cdot \frac{1}{\tau_i} \quad \left. \vphantom{\lambda_Y(M1)} \right\} \quad (3.-7)$$

$$\lambda_Y(E2) = \frac{\delta^2}{1 + \delta^2} \cdot \frac{1}{1 + \alpha} \cdot \frac{I_{i \rightarrow f}}{I_T} \cdot \frac{1}{\tau_i}$$

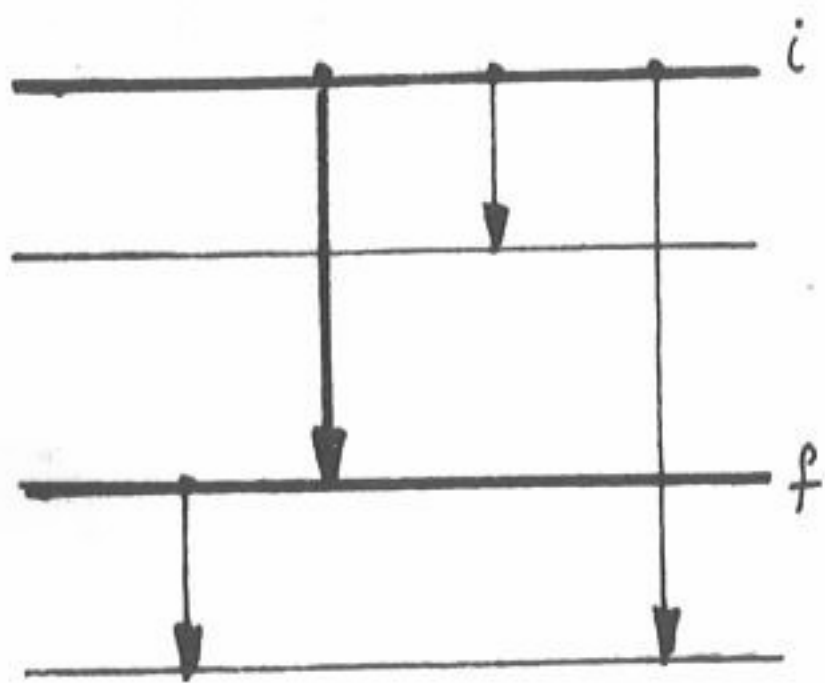


Fig. 117 - desexcitação do nível  $i$  por diversas vias

Pode, assim, calcular-se a probabilidade de emissão por unidade de tempo, de uma dada radiação, a partir da determinação experimental da vida-média do nível, do coeficiente de conversão interna da transição, da razão de mistura e da razão de bifurcação.

Os valores teóricos dos coeficientes de conversão interna foram inicialmente calculados por Rose, supondo o núcleo pontual. Os resultados obtidos mostraram-se grosseiros quando comparados com os valores experimentais. Nos cálculos foram efectuados, por esse investigador e, independentemente, por Sliv e Band, considerando as dimensões finitas do núcleo. Os dois conjuntos de valores, que se encontram tabelados\* apresentam algumas diferenças; eles foram, na realidade, calculados a partir de modelos nucleares diferentes. Enquanto Sliv e Band consideraram a existência de correntes (localizadas na superfície do núcleo), os valores de Rose não foram corrigidos para os efeitos dinâmicos.

Como exemplo da importância das dimensões finitas do núcleo no cálculo dos coeficientes de conversão interna cite-se, entre muitos outros, o incluído no quadro VIII-3, em que se compara um valor experimental do coeficiente de conversão no sub-nível  $L_I(\alpha_{L_I})$  da transição magnética de 40 keV emitida na desexcitação do  $^{208}\text{Tl}$ , com

\* M.E. Rose- "Internal Conversion Coefficients" (North-Holland Publ.Co., Amsterdão 1958). L.A. Sliv e I.M. Band- in "  $\alpha$ - $\beta$ - and  $\gamma$ - ray spectroscopy," Ed. K. Siegbahn, (Amsterdão, 1965).



os valores teóricos calculados, supondo o núcleo pontual ou considerando as suas dimensões.

Quadro VIII-3

Valores experimental e teóricos de um coeficiente de conversão interna

Valor experimental	Valores Teóricos	
	Núcleo pontual	Núcleo com dimensões finitas
$\alpha_{L_I} = 14 \pm 1,5$	$\alpha_{L_I} = 21,5$	$\alpha_{L_I} = 14,5$

No quadro VIII-4 inclui-se uma comparação entre razões de valores experimentais de coeficientes de conversão interna nos subníveis  $L_I$ ,  $L_{II}$  e  $L_{III}$  para a transição dipolar magnética de 46,5 keV de desexcitação do  $^{214}\text{Bi}$  e os valores teóricos correspondentes nas três situações seguintes: núcleo pontual, núcleo com dimensões finitas (cálculo de Rose) e cálculo de Sliv e Band. Como se vê, tomando em consideração as dimensões do núcleo no cálculo dos coeficientes de conversão interna, os valores teóricos destes estão em bom acordo com os resultados experimentais. Todavia, continuaram a persistir algumas anomalias, particularmente para certas transições dipolares eléctricas e magnéticas.

Uma explicação daquele tipo de anomalias foi dada por Church e Weneser\* ao mostrarem que os coeficientes de conversão interna podem depender da estrutura do núcleo. Com efeito a interacção entre o núcleo e os electrões periféricos produz-se através do campo de radiação criado pelo núcleo. Segundo Church e Weneser,

\* E.L. Church e J. Weneser - Phys. Rev., 104, 1382 (1956)

Quadro VIII-4

Razões de coeficientes de conversão interna

	Razões experimentais (determinadas em trabalhos distintos)		Razões Teóricas		
			Núcleo Pontual	Núcleo não pontual	
				Rose	Sliv e Band
$\alpha_{L_I} / \alpha_{L_{II}}$	9,5 $\pm$ 0,4	9,4 $\pm$ 0,2	11,2	10,2	9,3
$\alpha_{L_{II}} / \alpha_{L_{III}}$	10,5 $\pm$ 0,9	11,4 $\pm$ 0,6	14,7	10,9	11,7

0.

efeitos devidos à estrutura do núcleo não intervêm desde que a interacção tenha lugar no exterior do núcleo. Mas, se essa interacção ocorre na matéria nuclear, a estrutura nuclear pode desempenhar um papel importante no cálculo dos coeficientes de conversão interna. Novos valores teóricos foram posteriormente calculados para estes tendo em consideração os efeitos previstos por Church e Weneser, constituindo novas tabelas de coeficientes de conversão interna \*. Contudo, determinações experimentais sucessivamente mais precisas destas grandezas, permitem suspeitar que ainda subsistem ligeiras discrepâncias entre os valores teóricos e experimentais das transições octopolares eléctricas (E3) e hexadecapolares magnéticas (M4).

Os coeficientes de conversão interna dependem de diversos parâmetros:

- Número atômico (z);
- Ordem do nível ou subnível electrónico (K, L<sub>I</sub>, L<sub>II</sub>, L<sub>III</sub>, M<sub>I</sub>, .....);

\* R.S. Hager E.C. Seltzer- NucI. Data A4, 74 (1968) e A9, 119 (1971)



- Energia da transição;
- Ordem multipolar da radiação emitida;
- Paridade relativa dos dois níveis nucleares

Na, realidade, a teoria prevê e a experiência confirma que:

1º) Os coeficientes de conversão interna aumentam muito rapidamente com a ordem multipolar da radiação emitida, para todos os valores do número atômico e da energia da transição ;

2º) Em geral, às transições de natureza magnética correspondem coeficientes de conversão interna mais elevados que às transições elétricas, para as mesmas ordens multipolares, energias e números atômicos;

3º) Os coeficientes de conversão interna aumentam rapidamente com o número atômico e decrescem à medida que a energia da transição aumenta.

Vê-se, assim, que a conversão interna é um fenômeno importante para os núcleos " pesados " , as transições de baixa energia e as ordens multipolares elevadas.

Como os coeficientes de conversão interna dependem da multipolaridade das radiações emitidas entre dois estados nucleares, podem obter-se informações sobre essas multipolaridades e determinar razões de mistura a partir da comparação entre valores experimentais e teóricos uma vez que estes são hoje conhecidos, na maior parte dos casos, com precisão suficiente. Seja, por exemplo, uma mistura  $ML + EL'$ , com  $L' = L+1$  , cujo coeficiente de conversão interna experimentalmente medido é  $\alpha$  . Designando por  $\alpha(ML)$  e  $\alpha(EL')$  os coeficientes de conversão interna correspondentes às transições puras  $ML$  e  $EL'$  para uma determinada energia e número atômico, respectivamente, ter-se-á necessariamente:

$$\alpha = I_{ML} \cdot \alpha(ML) + I_{EL'} \cdot \alpha(EL')$$

em que  $I_{ML}$  e  $I_{EL'}$  são as intensidades relativas das radiações de multipolaridade  $L$  e  $L'$  presentes na mistura que constitui a radiação emitida. Introduzindo



a razão de mistura  $\delta^2$ , dada pela equação (2.-15), vem:

$$\alpha = \frac{\alpha(\text{ML}) + \delta^2 \cdot \alpha(\text{EL}')}{1 + \delta^2} \quad (3.-8)$$

A introdução em (3.-8) do valor determinado para  $\alpha$  e dos valores  $\alpha(\text{ML})$  e  $\alpha(\text{EL}')$  permite assim o conhecimento da razão de mistura. Este método da determinação de  $\delta^2$  é contudo, menos sensível que o das correlações angulares, como já anteriormente fizemos notar.

A determinação experimental directa de um coeficiente de conversão interna implica a medição de duas grandezas: o número de fotões,  $N_\gamma$ , emitidos num certo intervalo de tempo e o número de electrões de conversão interna,  $N_e$ , correspondentes à mesma transição, emitidos no mesmo intervalo de tempo. A grande diferença entre electrões e fotões, no que respeita à interacção com a matéria, não permite a medida simultânea e directa das duas grandezas com razoável precisão. Utilizando espectómetros magnéticos poder-se-à medir a taxa de electrões directamente mas então a taxa de fotões gama terá que ser medida a partir da intensidade de electrões extraídos, por efeito fotoeléctrico, de um radiador apropriado. Esta determinação da taxa de fotões por meio indirectos introduz vários erros, sobretudo na região de baixas energias, o que torna difícil a determinação absoluta dos coeficientes de conversão interna com boa precisão.

Recorre-se também a um método complementar daquele, em que se determina o número de fotões,  $N_\gamma$ , directamente e o número de electrões,  $N_e$ , indirectamente. Na realidade, como a extracção de um electrão do cortejo do átomo conduz à emissão de radiação X, devido à reorganização dele, poder-se-à medir, por meio de um espectómetro para fotões- por exemplo de semicondutores- as taxas de emissão das radiações gama e X emitidas pela mesma fonte. Sejam, respectivamente,  $N_\gamma$  e  $N_X$  as intensidades das emissões gama e X corrigidas da eficiência do detector para as duas energias consideradas. O coeficiente de conversão interna poderá então ser calculado, desde que se conheça o rendimento de fluorescência do nível atómico respectivo, isto é, o número de fotões X emitidos por cada lacuna criada nesse nível. Assim, por exemplo para o nível K, designando por  $\omega_K$  o rendimento de fluorescência nesse nível, o coeficiente de conversão interna  $\alpha_K$  virá então dado por:

$$\alpha_K = \frac{N_e}{N_\gamma} = \frac{1}{\omega_K} \cdot \frac{N_{X_K}}{N_\gamma}$$

em que  $N_{X_K}$  é a intensidade de emissão da radiação  $X_K$  corrigida da eficiência do detector. Este método de determinação dos coeficientes de conversão interna enfrenta o inconveniente de que os rendimentos de fluorescência nem sempre são conhecidos com um elevado grau de precisão, sobretudo para o nível L e seguintes.

Estes factos mostram como se torna, por vezes, difícil o estudo comparativo entre os valores experimentais e teóricos dos coeficientes de conversão interna sobretudo na região de baixas energias em que a variação dos coeficientes de conversão interna com a energia é extremamente brusca.

Há, contudo, casos particulares em que as determinações podem ser efectuadas facilmente, com boa precisão.

Suponhamos que o esquema de decaimento é do tipo indicado na figura 118.

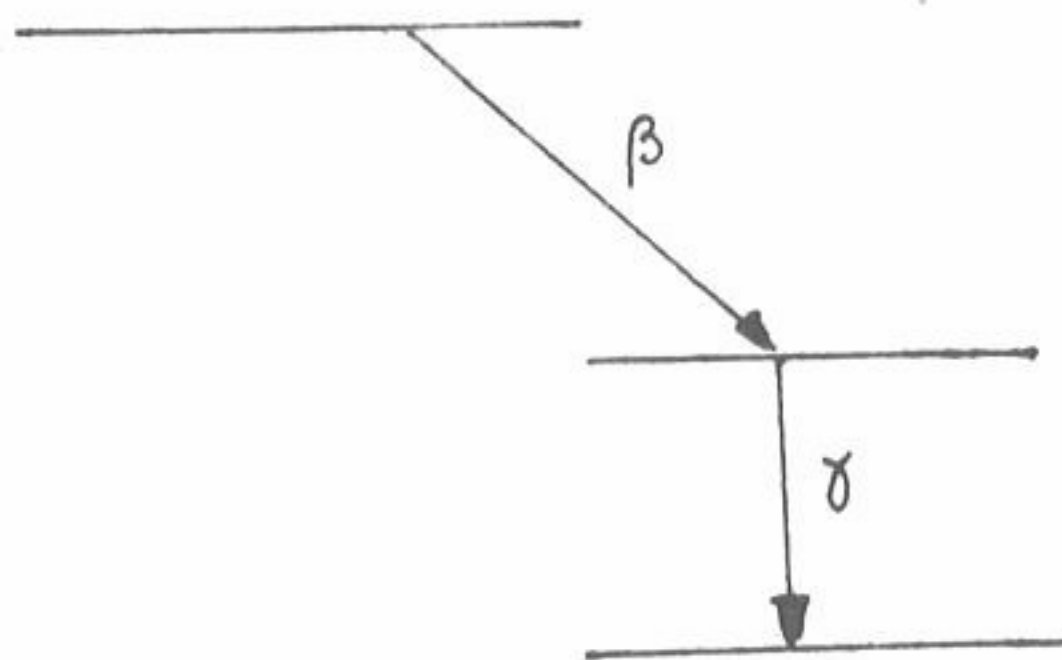


Fig. 118- Esquema de decaimento do tipo  $\beta$ - $\gamma$

A desexcitação do núcleo descendente para o seu estado fundamental é feita através da emissão de fotões ou de electrões de conversão interna. Nestas condições ter-se-á:

$$N_{\beta} = N_{\gamma} + N_e$$

em que  $N_{\beta}$ ,  $N_{\gamma}$  e  $N_e$  são as taxas de emissão de partículas beta, fotões gama e electrões de conversão, respectivamente.

Num espectómetro magnético obtem-se um espectro como o indicado na figura 119, em que as riscas correspondentes aos electrões de conversão se sobrepõem ao espectro contínuo devido às partículas beta.

Nestas condições, poder-se-á escrever:

$$\frac{S_e}{S_{\beta}} = \frac{N_e}{N_e + N_{\gamma}} = \frac{1}{1 + N_{\gamma}/N_e}$$

Como  $\alpha = \frac{N_e}{N_{\gamma}}$ , vem:

$$\alpha = \frac{S_e}{S_{\beta} - S_e}$$



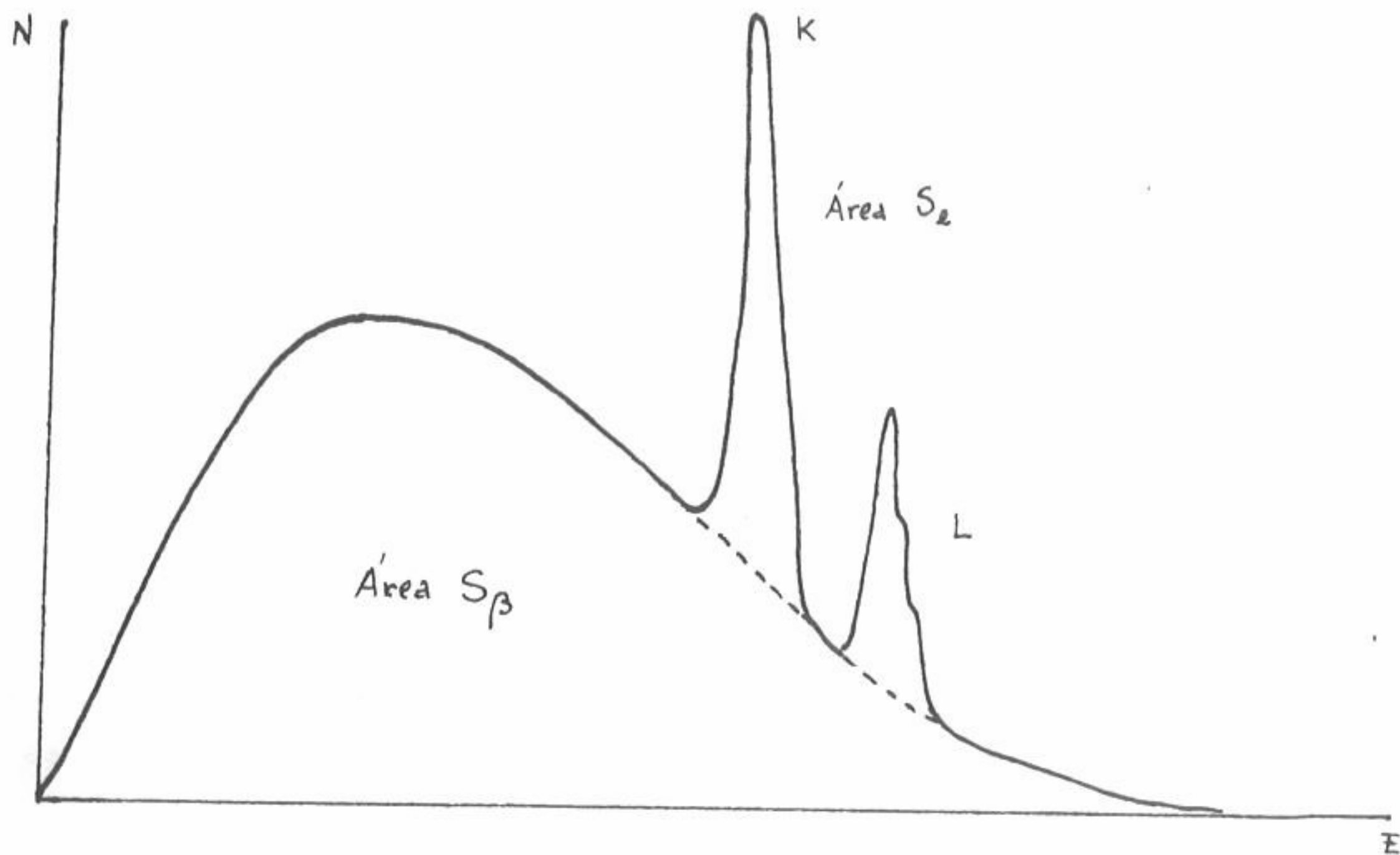


Fig. 119 - Espectro de partículas beta e electrões de conversão interna

Este método tem a vantagem de se medirem apenas taxas de electrões e de não necessitar de quaisquer calibrações absolutas. Ele permite ainda determinar separadamente os coeficientes  $\alpha_K$  e  $\alpha_L$  e, se a resolução do espectômetro for muito boa, permite mesmo obter os valores de  $\alpha_{L_I}$ ,  $\alpha_{L_{II}}$  e  $\alpha_{L_{III}}$ , correspondentes aos três subníveis do nível L.

Devemos ainda fazer uma referência à determinação dos coeficientes de conversão interna utilizando o método de coincidências.

Seja, por exemplo, para concretizar, a determinação desse coeficiente para a transição de 187 keV do  $^{222}\text{Rn}$ , cujo esquema de decaimento consta da figura 120.

As partículas alfa, que deixam o núcleo descendente no estado excitado de 187 keV estão em coincidência com os fótons e electrões de conversão que desexcitam esse estado.

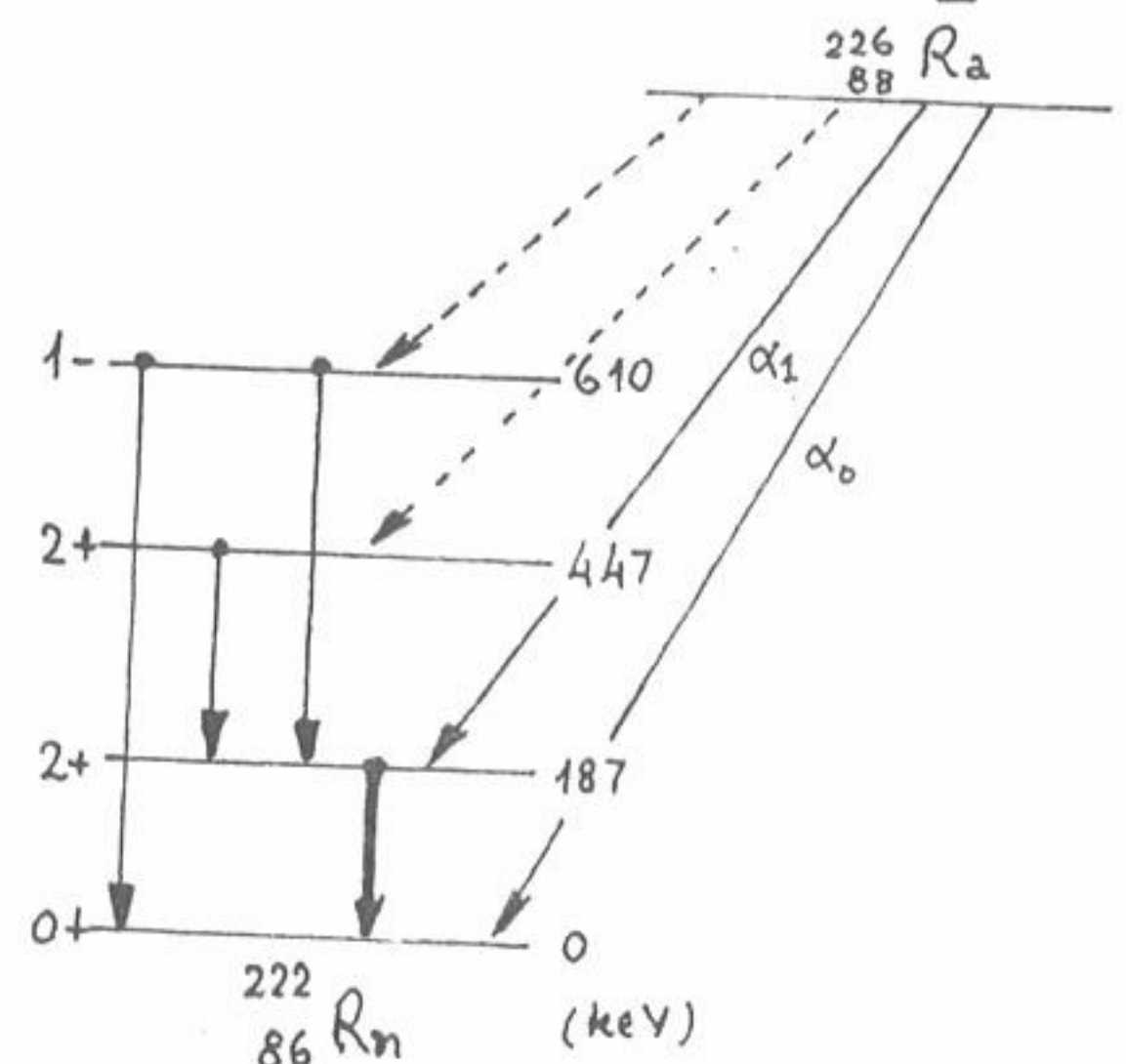


Fig. 120 - Esquema de decaimento do  $^{222}\text{Rn}$



Nestas condições, dispendo de um espectómetro para partículas alfa e de um espectómetro para radiação gama ligados a um circuito de coincidências, a taxa que se observa para estas é dada por:

$$N_c = N_{\alpha_1} \cdot \frac{N_\gamma}{N_\gamma + N_{e^-}} \cdot \epsilon \cdot W(\theta)$$

em que  $N_c$ ,  $N_{\alpha_1}$ ,  $N_\gamma$  e  $N_{e^-}$  são as taxas de contagem indicadas nos respectivos índices,  $\epsilon$  é um factor que inclui a eficiência de detenção dos fotões gama, o ângulo sólido de detecção e a taxa de transmissão da radiação gama através do meio que se interpõe entre a fonte e o detector e  $W(\theta)$  é o valor da função de correlação angular  $\alpha$ - $\gamma$  para o ângulo  $\theta$  entre os eixos dos dois detectores.

Ter-se-á então:

$$N_c = N_{\alpha_1} \cdot \frac{1}{1 + \alpha} \cdot \epsilon \cdot W(\theta)$$

o que permite determinar o coeficiente de conversão interna,  $\alpha$ .

Neste tipo de determinação o maior factor de erro provem da imprecisão na determinação de  $\epsilon$ .

Contudo, se a determinação dos valores absolutos dos coeficientes de conversão interna se torna difícil, sobretudo se se pretende dispor de determinações experimentais de grande precisão, o mesmo não sucede com as razões desses coeficientes, pois tais razões podem ser realizadas a partir de determinações directas por meio de um espectómetro magnético, exigindo apenas medições de intensidades relativas de electrões. Assim, por exemplo, a razão  $\alpha_K / \alpha_L$  é igual à razão das superfícies das riscas de conversão correspondentes do espectro de electrões. Por outro lado, as razões dos coeficientes de conversão interna são muito menos sensíveis às variações com a energia da transição do que os seus valores absolutos.



APÊNDICE 1ALGUMAS CONSTANTES

- Constante dielétrica no vácuo

$$\begin{aligned}\epsilon_0 &= \frac{10^7}{4\pi c^2} \text{ farad/m} \\ &= 8,85434 \times 10^{-12} \text{ farad/m}\end{aligned}$$

- Permeabilidade magnética no vácuo

$$\begin{aligned}\mu_0 &= 4\pi \times 10^{-7} \text{ henry/m} \\ &= 1,25664 \times 10^{-6} \text{ henry/m}\end{aligned}$$

- Velocidade da luz no vácuo

$$c = 2,99792 \times 10^8 \text{ m.s}^{-1}$$

- Número de Avogadro

$$N = 6,022 \times 10^{26} \text{ K mol}^{-1}$$

- Constante de Boltzmann

$$\begin{aligned}K &= 1,3806 \times 10^{-23} \text{ J.K}^{-1} \\ &= 8,6171 \times 10^{-11} \text{ MeV.K}^{-1}\end{aligned}$$

- Constante de Planck

$$h = 6,6262 \times 10^{-34} \text{ J.s}$$

$$\hbar = 1,0546 \times 10^{-34} \text{ J.s}$$

- Constante de estrutura fina

$$\alpha = 7,297 \times 10^{-3} = \frac{1}{137,036}$$

- Carga do próton

$$e = 1,6022 \times 10^{-19} \text{ C}$$

- Massa do electrão

$$m_e = 9,109 \times 10^{-31} \text{ Kg}$$

- Unidade de massa atômica

$$1 \text{ u.m.a.} = 1,66043 \times 10^{-27} \text{ Kg}$$

- Massa do próton

$$\begin{aligned}m_p &= 1,00728 \text{ u.m.a.} \\ &= 1836,09 \cdot m_e\end{aligned}$$

- Massa do neutrão

$$m_n = 1,00867 \text{ u.m.a.}$$

- Massa do átomo de hidrogéneo

$$M_H = 1,00783 \text{ u.m.a.}$$

- Massa da partícula alfa

$$m_\alpha = 4,00260 \text{ u.m.a.}$$

- Massa do átomo de  $^{13}\text{C}$

$$M(^{13}\text{C}) = 13,003354 \text{ u.m.a.}$$



- Massa do átomo de $^{13}\text{N}$	$M(^{13}\text{N}) = 13,005738 \text{ u.m.a.}$
- Energia em repouso do electrão	$m_e c^2 = 0,511 \text{ MeV}$
- Energia correspondente à unidade de massa atómica	$931,48 \text{ MeV}$
- Magnetão de Bohr	$\begin{aligned} \mu_B &= 9,274 \times 10^{-28} \text{ J.G}^{-1} \\ &= 9,274 \times 10^{-24} \text{ A.m}^2 \\ &= 0,5788 \times 10^{-14} \text{ MeV.G}^{-1} \end{aligned}$
- Magnetão nuclear	$\begin{aligned} \mu_N &= 5,051 \times 10^{-31} \text{ J.G}^{-1} \\ &= 5,051 \times 10^{-27} \text{ A.m}^2 \\ &= 3,152 \times 10^{-18} \text{ MeV.G}^{-1} \end{aligned}$
- Momento magnético do protão	$\mu_p = + 2,79 \mu_N$
- Momento magnético do neutrão	$\mu_n = - 1,91 \mu_N$
- Momento magnético do deuterão	$\mu_d = + 0,86 \mu_N$

\*

\*

\*

APÊNDICE 2ALGUMAS UNIDADES ÚTEIS

Femi:  $1\text{F} = 10^{-15} \text{ m} = 10^{-5} \text{ \AA}$

Barn:  $1\text{b} = 10^{-28} \text{ m}^2 = 10^{-28} \text{ F}^2$

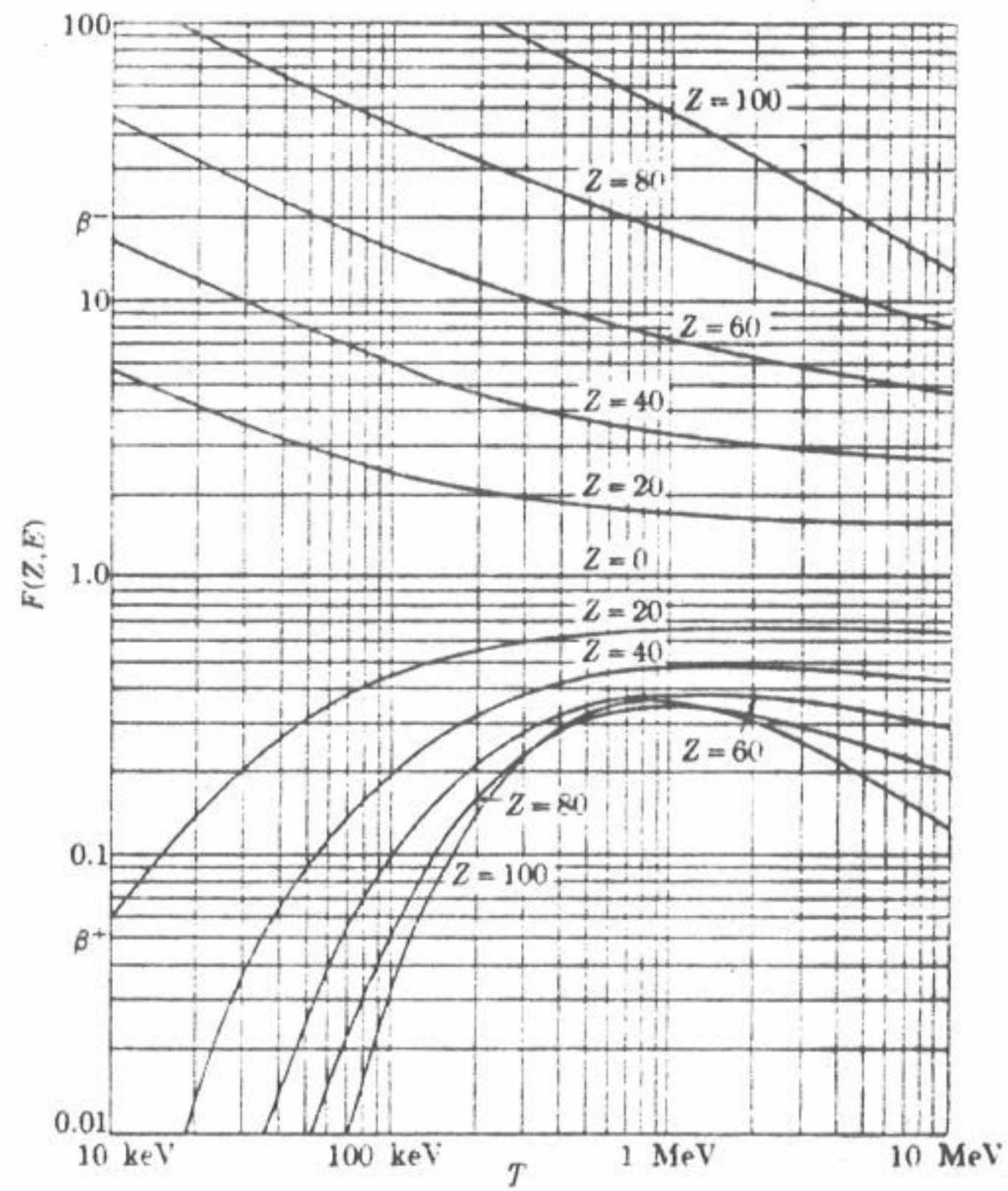
Megaelectrão -volt  $1 \text{ MeV} = 1,6022 \times 10^{-13} \text{ J}$   
 $= 1,07356 \times 10^{-3} \text{ u.m.a.}$

Curie:  $1 \text{ Ci} = 3,7 \times 10^{10} \text{ desintegrações/segundo}$

## APÊNDICE 3

FUNÇÃO DE FERMI  $F(Z, E)$ 

( $T$ : energia cinética dos electrões ou positões)  
(ver página 173)



(Gráfico extraído de Enge, 1969)



APÊNDICE 4

TÁBUA DE VALORES DA FUNÇÃO DE FERMI MODIFICADA G(Z,η) PARA ELECTRÕES

(ver páginas 180 a 182)

(Tábuas de dupla entrada em que a primeira linha indica o número atômico, Z, e a primeira coluna o momento linear do electrão, η, expresso em unidades m\_e c. O número inteiro que se encontra em cada valor da função de Fermi, G(Z,η), corresponde ao expoente de uma potência de base 10. Note-se que os valores de G(Z,η) a obter num determinado declínio beta referem-se ao núcleo descendente).

Table with columns for Z (2-15) and η (0.0-15.0) and values for G(Z,η). The table is organized into four blocks of 10 columns each. Each block has a header row for Z and a header row for η. The values are presented in a grid format.



APÊNDICE 4

(continuação)

p/Z	32 (79)	33 (77)	34 (78)	35 (83)	36 (85)	37 (89)	38 (90)	39 (91)	40 (93)	41 (96)
0	.2104	.2214	.2331	.2450	.2577	.2709	.2848	.2994	.3147	.3306
1	.2102	.2212	.2328	.2448	.2574	.2705	.2845	.2991	.3143	.3302
2	.2096	.2205	.2321	.2440	.2566	.2698	.2835	.2981	.3132	.3290
3	.2098	.2208	.2317	.2434	.2559	.2687	.2825	.2968	.3118	.3275
4	.2109	.2214	.2325	.2440	.2561	.2687	.2822	.2968	.3110	.3264
5	.2134	.2236	.2345	.2456	.2575	.2698	.2830	.2968	.3112	.3262
6	.2164	.2264	.2370	.2479	.2595	.2716	.2844	.2980	.3121	.3268
7	.2196	.2294	.2398	.2505	.2619	.2736	.2862	.2995	.3138	.3277
8	.2227	.2323	.2425	.2530	.2642	.2757	.2881	.3011	.3147	.3288
9	.2255	.2349	.2450	.2553	.2663	.2777	.2908	.3020	.3159	.3298
10	.2279	.2372	.2472	.2573	.2681	.2794	.2913	.3039	.3171	.3307
1.2	.2318	.2409	.2506	.2605	.2711	.2820	.2937	.3059	.3187	.3319
1.4	.2346	.2435	.2530	.2627	.2730	.2837	.2951	.3070	.3195	.3324
1.6	.2365	.2452	.2545	.2640	.2742	.2846	.2958	.3075	.3198	.3323
1.8	.2377	.2463	.2555	.2648	.2748	.2850	.2960	.3074	.3193	.3317
2.0	.2385	.2470	.2560	.2652	.2750	.2850	.2958	.3071	.3187	.3309
2.2	.2390	.2473	.2562	.2653	.2749	.2848	.2954	.3065	.3179	.3288
2.4	.2392	.2474	.2562	.2651	.2748	.2844	.2948	.3057	.3170	.3287
2.6	.2392	.2474	.2561	.2648	.2742	.2838	.2941	.3048	.3160	.3275
2.8	.2392	.2472	.2558	.2645	.2737	.2832	.2933	.3039	.3149	.3262
3.0	.2390	.2471	.2554	.2640	.2732	.2825	.2925	.3030	.3138	.3250
3.5	.2383	.2461	.2544	.2627	.2716	.2807	.2904	.3006	.3111	.3219
4.0	.2375	.2451	.2532	.2613	.2700	.2789	.2884	.2982	.3084	.3189
4.5	.2366	.2440	.2520	.2600	.2684	.2771	.2864	.2960	.3060	.3162
5.0	.2357	.2430	.2508	.2580	.2660	.2744	.2845	.2939	.3036	.3136
6.0	.2339	.2410	.2486	.2561	.2642	.2723	.2811	.2902	.2995	.3091
7.0	.2323	.2392	.2465	.2539	.2617	.2696	.2781	.2869	.2959	.3051
8.0	.2308	.2376	.2447	.2519	.2595	.2672	.2754	.2840	.2927	.3017
9.0	.2295	.2361	.2431	.2501	.2575	.2650	.2731	.2814	.2899	.2986
13.0	.2252	.2314	.2379	.2444	.2513	.2582	.2650	.2733	.2811	.2890
15.0	.2235	.2295	.2359	.2421	.2488	.2550	.2627	.2701	.2777	.2854

p/Z	42 (97)	43 (101)	44 (102)	45 (107)	46 (107)	47 (112)	48 (113)	49 (120)	50 (122)	51 (124)
0	.3475	.3649	.3833	.4025	.4231	.4441	.4668	.4906	.5145	.5408
1	.3471	.3644	.3830	.4020	.4226	.4435	.4662	.4900	.5139	.5400
2	.3458	.3631	.3816	.4005	.4210	.4418	.4644	.4870	.5108	.5378
3	.3441	.3612	.3795	.3982	.4185	.4392	.4615	.4839	.5064	.5343
4	.3427	.3595	.3776	.3960	.4160	.4363	.4584	.4805	.5026	.5301
5	.3422	.3587	.3764	.3944	.4141	.4340	.4556	.4773	.5000	.5260
6	.3424	.3586	.3759	.3935	.4128	.4323	.4535	.4748	.4980	.5225
7	.3431	.3589	.3758	.3931	.4120	.4311	.4519	.4727	.4954	.5194
8	.3439	.3594	.3760	.3929	.4115	.4302	.4505	.4709	.4932	.5167
9	.3440	.3599	.3762	.3928	.4110	.4294	.4493	.4693	.4911	.5142
10	.3453	.3602	.3763	.3926	.4105	.4286	.4481	.4677	.4892	.5117
1.2	.3461	.3606	.3761	.3920	.4093	.4267	.4450	.4645	.4852	.5070
1.4	.3462	.3603	.3754	.3908	.4076	.4245	.4428	.4611	.4812	.5022
1.6	.3457	.3595	.3742	.3892	.4058	.4220	.4398	.4576	.4770	.4975
1.8	.3449	.3583	.3727	.3873	.4033	.4193	.4367	.4540	.4729	.4928
2.0	.3438	.3569	.3710	.3853	.4009	.4160	.4336	.4504	.4688	.4882
2.2	.3425	.3554	.3692	.3832	.3985	.4138	.4304	.4468	.4648	.4837
2.4	.3411	.3538	.3674	.3811	.3951	.4101	.4273	.4434	.4610	.4795
2.6	.3397	.3522	.3655	.3790	.3927	.4084	.4243	.4401	.4578	.4764
2.8	.3383	.3505	.3637	.3769	.3904	.4058	.4214	.4369	.4538	.4715
3.0	.3368	.3489	.3618	.3748	.3891	.4033	.4187	.4338	.4504	.4678
3.5	.3334	.3450	.3575	.3700	.3838	.3974	.4122	.4267	.4428	.4592
4.0	.3301	.3414	.3535	.3650	.3789	.3929	.4063	.4203	.4346	.4516
4.5	.3271	.3380	.3498	.3616	.3745	.3872	.4010	.4145	.4294	.4448
5.0	.3248	.3350	.3464	.3579	.3704	.3828	.3963	.4093	.4237	.4387
6.0	.3193	.3295	.3405	.3514	.3633	.3751	.3879	.4003	.4139	.4281
7.0	.3149	.3248	.3353	.3458	.3573	.3686	.3808	.3926	.4056	.4191
8.0	.3112	.3207	.3309	.3410	.3521	.3629	.3747	.3860	.3985	.4115
9.0	.3078	.3171	.3270	.3367	.3475	.3579	.3693	.3802	.3923	.4047
13.0	.2975	.3058	.3148	.3236	.3333	.3427	.3528	.3625	.3732	.3843
15.0	.2935	.3015	.3102	.3186	.3279	.3368	.3460	.3558	.3650	.3765

p/Z	52 (131)	53 (133)	54 (135)	55 (139)	56 (140)	57 (142)	58 (144)	59 (148)	60 (148)	61 (150)
0	.5674	.5964	.6270	.6591	.6933	.7293	.7673	.8076	.8501	.8951
1	.5665	.5956	.6261	.6582	.6922	.7282	.7661	.8063	.8487	.8936
2	.5641	.5930	.6234	.6552	.6891	.7248	.7626	.8025	.8448	.8893
3	.5604	.5889	.6191	.6500	.6841	.7195	.7569	.7964	.8381	.8823
4	.5558	.5840	.6137	.6448	.6778	.7127	.7496	.7885	.8297	.8732
5	.5513	.5790	.6082	.6387	.6712	.7055	.7417	.7790	.8203	.8631
6	.5472	.5744	.6030	.6329	.6647	.6983	.7337	.7712	.8108	.8527
7	.5436	.5702	.6002	.6275	.6586	.6915	.7262	.7628	.8016	.8425
8	.5404	.5664	.5938	.6224	.6529	.6850	.7190	.7548	.7927	.8327
9	.5374	.5628	.5897	.6177	.6475	.6790	.7122	.7472	.7842	.8233
10	.5345	.5594	.5857	.6132	.6424	.6732	.7056	.7399	.7761	.8148
1.2	.5289	.5529	.5782	.6040	.6326	.6622	.6938	.7262	.7608	.7974
1.4	.5233	.5466	.5710	.5964	.6235	.6519	.6819	.7134	.7467	.7818
1.6	.5179	.5404	.5640	.5886	.6147	.6422	.6711	.7016	.7336	.7674
1.8	.5126	.5344	.5574	.5812	.6065	.6331	.6610	.6905	.7214	.7540
2.0	.5075	.5287	.5510	.5742	.5987	.6245	.6510	.6791	.7090	.7415
2.2	.5026	.5233	.5450	.5675	.5914	.6165	.6428	.6704	.6995	.7300
2.4	.4978	.5180	.5392	.5612	.5845	.6089	.6345	.6614	.6896	.7193
2.6	.4934	.5131	.5338	.5553	.5780	.6018	.6268	.6529	.6804	.7093
2.8	.4891	.5084	.5287	.5496	.5718	.5951	.6195	.6450	.6718	.6999
3.0	.4850	.5040	.5238	.5443	.5661	.5883	.6126	.6376	.6637	.6911
3.5	.4757	.4938	.5127	.5323	.5530	.5746	.5972	.6208	.6456	.6715
4.0	.4674	.4848	.5030	.5217	.5415	.5621	.5837	.6063	.6299	.6545
4.5	.4601	.4768	.4943	.5123	.5313	.5512	.5719	.5935	.6161	.6396
5.0	.4534	.4690	.4865	.5039	.5223	.5414	.5613	.5821	.6038	.6264
6.0	.4420	.4572	.4731	.4895	.5067	.5246	.5432	.5626	.5820	.6039
7.0	.4323	.4469	.4619	.4774	.4937	.5108	.5282	.5465	.5650	.5853
8.0	.4241	.4379	.4524	.4671	.4820	.4987	.5154	.5328	.5508	.5695
9.0	.4168	.4302	.4440	.4582	.4730	.4884	.5044	.5209	.5381	.5559
13.0	.3949	.4066	.4187	.4311	.4440	.4573	.4711	.4853	.5000	.5152
15.0	.3869	.3977	.4092	.4209	.4331	.4457	.4587	.4721	.4850	.5001



APÊNDICE 4

(continuação)

$\mu/Z$	62 (152)	63 (154)	64 (158)	65 (161)	66 (163)	67 (166)	68 (168)	69 (171)	70 (173)	71 (176)
.0	.9428	.9932	.1046	.1102	.1162	.1225	.1292	.1363	.1439	.1519
.1	.9412	.9915	.1044	.1100	.1159	.1222	.1289	.1360	.1436	.1516
.2	.9385	.9885	.1038	.1094	.1153	.1216	.1282	.1353	.1428	.1507
.3	.9290	.9784	.1030	.1085	.1143	.1205	.1271	.1340	.1415	.1493
.4	.9193	.9680	.1019	.1073	.1130	.1191	.1256	.1324	.1397	.1474
.5	.9083	.9562	.1006	.1059	.1116	.1175	.1239	.1306	.1377	.1453
.6	.8970	.9438	.9924	.1044	.1100	.1158	.1220	.1286	.1356	.1429
.7	.8858	.9316	.9790	.1030	.1084	.1141	.1202	.1265	.1334	.1406
.8	.8749	.9197	.9660	.1016	.1068	.1124	.1183	.1245	.1312	.1382
.9	.8646	.9082	.9535	.1002	.1053	.1107	.1165	.1226	.1291	.1359
1.0	.8548	.8973	.9414	.9885	.1039	.1092	.1148	.1207	.1270	.1336
1.2	.8360	.8767	.9188	.9638	.1012	.1062	.1116	.1172	.1232	.1294
1.4	.8188	.8578	.8981	.9411	.9869	.1035	.1086	.1139	.1196	.1256
1.6	.8029	.8404	.8791	.9203	.9642	.1010	.1059	.1110	.1164	.1221
1.8	.7883	.8244	.8616	.9012	.9434	.9873	.1034	.1083	.1135	.1190
2.0	.7747	.8098	.8454	.8836	.9242	.9666	.1012	.1059	.1109	.1161
2.2	.7621	.7959	.8306	.8674	.9067	.9475	.9910	.1030	.1084	.1135
2.4	.7504	.7832	.8168	.8525	.8904	.9299	.9719	.1016	.1062	.1111
2.6	.7396	.7714	.8040	.8386	.8754	.9137	.9543	.9966	.1042	.1088
2.8	.7294	.7604	.7921	.8257	.8615	.8986	.9380	.9790	.1023	.1068
3.0	.7199	.7501	.7810	.8137	.8485	.8846	.9229	.9626	.1005	.1049
3.5	.6987	.7271	.7562	.7869	.8196	.8534	.8892	.9264	.9658	.1007
4.0	.6803	.7073	.7343	.7639	.7948	.8267	.8605	.8964	.9325	.9703
4.5	.6643	.6900	.7162	.7439	.7732	.8035	.8355	.8686	.9037	.9399
5.0	.6500	.6747	.6997	.7262	.7542	.7831	.8136	.8451	.8784	.9129
6.0	.6258	.6487	.6718	.6968	.7221	.7486	.7767	.8055	.8359	.8673
7.0	.6059	.6273	.6489	.6717	.6957	.7204	.7464	.7731	.8013	.8302
8.0	.5890	.6092	.6295	.6510	.6736	.6967	.7211	.7460	.7724	.7993
9.0	.5744	.5938	.6129	.6331	.6545	.6763	.6993	.7228	.7476	.7729
10.0	.5609	.5791	.5973	.6163	.6361	.6563	.6771	.6984	.7201	.7421
12.0	.5309	.5471	.5633	.5803	.5981	.6162	.6353	.6548	.6749	.6954
15.0	.5148	.5300	.5450	.5609	.5774	.5942	.6119	.6297	.6484	.6674

$\mu/Z$	72 (178)	73 (181)	74 (183)	75 (187)	76 (189)	77 (193)	78 (195)	79 (199)	80 (200)	81 (204)
.0	.1604	.1696	.1792	.1893	.2003	.2118	.2243	.2373	.2517	.2665
.1	.1601	.1691	.1788	.1889	.1999	.2113	.2238	.2368	.2511	.2659
.2	.1592	.1681	.1777	.1877	.1986	.2099	.2223	.2352	.2494	.2640
.3	.1577	.1665	.1760	.1858	.1966	.2078	.2201	.2326	.2466	.2611
.4	.1557	.1643	.1737	.1834	.1939	.2049	.2169	.2293	.2431	.2572
.5	.1533	.1618	.1710	.1805	.1908	.2015	.2132	.2254	.2388	.2527
.6	.1508	.1591	.1680	.1773	.1874	.1979	.2093	.2211	.2342	.2477
.7	.1483	.1563	.1650	.1740	.1838	.1940	.2051	.2177	.2304	.2425
.8	.1457	.1536	.1620	.1708	.1803	.1902	.2010	.2122	.2245	.2372
.9	.1432	.1509	.1590	.1678	.1773	.1864	.1969	.2078	.2197	.2320
1.0	.1407	.1482	.1562	.1645	.1734	.1828	.1929	.2035	.2151	.2270
1.2	.1382	.1452	.1529	.1606	.1691	.1782	.1875	.1974	.2083	.2175
1.4	.1320	.1387	.1459	.1533	.1613	.1696	.1787	.1880	.1983	.2088
1.6	.1282	.1346	.1414	.1485	.1561	.1640	.1725	.1814	.1911	.2010
1.8	.1243	.1309	.1374	.1441	.1513	.1588	.1670	.1754	.1846	.1940
2.0	.1217	.1275	.1337	.1401	.1471	.1542	.1619	.1699	.1787	.1876
2.2	.1188	.1244	.1304	.1365	.1432	.1500	.1574	.1650	.1734	.1819
2.4	.1162	.1216	.1273	.1332	.1396	.1461	.1532	.1605	.1685	.1767
2.6	.1138	.1190	.1245	.1302	.1363	.1426	.1494	.1564	.1641	.1719
2.8	.1116	.1166	.1219	.1274	.1333	.1394	.1460	.1527	.1601	.1675
3.0	.1095	.1144	.1196	.1248	.1306	.1364	.1427	.1492	.1563	.1635
3.5	.1050	.1095	.1143	.1192	.1243	.1299	.1357	.1416	.1482	.1547
4.0	.1012	.1054	.1098	.1144	.1193	.1243	.1297	.1353	.1413	.1474
4.5	.9783	.1018	.1060	.1103	.1149	.1196	.1247	.1298	.1354	.1411
5.0	.9492	.9887	.1027	.1067	.1111	.1155	.1202	.1251	.1304	.1357
6.0	.9004	.9345	.9706	.1007	.1048	.1093	.1129	.1172	.1220	.1267
7.0	.8608	.8922	.9253	.9587	.9947	.1031	.1070	.1109	.1152	.1195
8.0	.8277	.8566	.8876	.9185	.9517	.9851	.1021	.1057	.1097	.1136
9.0	.7996	.8268	.8556	.8843	.9152	.9463	.9798	.1013	.1050	.1086
10.0	.7711	.7990	.8281	.8571	.8897	.9241	.9604	.9864	.1014	.1048
12.0	.7171	.7390	.7621	.7851	.8097	.8341	.8604	.8864	.9149	.9428
15.0	.6873	.7074	.7285	.7494	.7719	.7941	.8179	.8414	.8671	.8920

$\mu/Z$	82 (207)	83 (211)	84 (212)	85 (215)	86 (217)	87 (220)	88 (223)	89 (226)	90 (228)	91 (232)
.0	.2826	.2995	.3182	.3379	.3591	.3817	.4058	.4317	.4599	.4894
.1	.2819	.2988	.3174	.3370	.3582	.3803	.4047	.4305	.4586	.4880
.2	.2799	.2966	.3151	.3345	.3555	.3777	.4015	.4271	.4548	.4839
.3	.2767	.2932	.3114	.3305	.3511	.3730	.3964	.4215	.4488	.4775
.4	.2725	.2887	.3066	.3252	.3454	.3668	.3898	.4143	.4410	.4690
.5	.2676	.2834	.3008	.3190	.3388	.3593	.3820	.4059	.4318	.4591
.6	.2623	.2776	.2945	.3122	.3314	.3517	.3733	.3966	.4217	.4481
.7	.2566	.2715	.2879	.3051	.3237	.3433	.3643	.3868	.4111	.4366
.8	.2509	.2653	.2813	.2979	.3159	.3348	.3551	.3768	.4003	.4249
.9	.2453	.2593	.2747	.2908	.3081	.3264	.3460	.3670	.3897	.4133
1.0	.2398	.2533	.2682	.2838	.3006	.3183	.3372	.3574	.3792	.4020
1.2	.2295	.2422	.2561	.2707	.2863	.3028	.3204	.3392	.3595	.3807
1.4	.2201	.2320	.2451	.2587	.2734	.2888	.3053	.3228	.3417	.3614
1.6	.2117	.2220	.2352	.2480	.2613	.2762	.2918	.3080	.3257	.3440
1.8	.2041	.2147	.2283	.2414	.2553	.2699	.2849	.2994	.3153	.3325
2.0	.1972	.2072	.2203	.2329	.2459	.2598	.2744	.2889	.3045	.3214
2.2	.1910	.2006	.2130	.2252	.2379	.2515	.2653	.2792	.2940	.3090
2.4	.1854	.1945	.2063	.2181	.2308	.2439	.2574	.2712	.2855	.2990
2.6	.1803	.1889	.1995	.2108	.2223	.2349	.2474	.2602	.2735	.2867
2.8	.1755	.1839	.1930	.2044	.2155	.2272	.2391	.2512	.2635	.2754
3.0	.1712	.1792	.1880	.1970	.2077	.2187	.2294	.2403	.2506	.2603
3.5	.1618	.1690	.1770	.1852	.1940	.2031	.2127	.2228	.2328	.2427
4.0	.1539	.1606	.1679	.1754	.1835	.1918	.2005	.2097	.2196	.2296
4.5	.1471	.1538	.1602	.1671	.1743	.1812	.1887	.1967	.2048	.2129
5.0	.1413	.1471	.1535	.1600	.1669	.1740	.1814	.1893	.1976	.2061
6.0	.1317	.1365	.1425	.1482	.1542	.1605	.1670	.1738	.1811	.1886
7.0	.1240	.1286	.1337	.1388	.1443	.1498	.1556	.1617	.1681	.1746
8.0	.1177	.1219	.1265	.1312	.1361	.1411	.1464	.1519	.1576	.1634
9.0	.1124	.1162	.1203	.1247	.1293	.1339	.1386	.1430	.1483	.1541
10.0	.1071	.1101	.1134	.1168	.1203	.1239	.1276	.1311	.1354	.1401
15.0	.9183	.9446	.9736	.1002	.1032	.1063	.1094	.1126	.1160	.1193

## APÊNDICE 4

(continuação)

$\lambda/\lambda$	92 (234)	93 (238)	94 (240)	95 (242)	96 (245)
.0	.5219	.5561	.5938	.6344	.6777
.1	.5204	.5545	.5920	.6324	.6756
.2	.5180	.5496	.5867	.6267	.6693
.3	.5089	.5420	.5784	.6177	.6595
.4	.4997	.5320	.5676	.6059	.6467
.5	.4890	.5203	.5549	.5920	.6316
.6	.4771	.5074	.5409	.5768	.6151
.7	.4648	.4939	.5262	.5608	.5977
.8	.4519	.4802	.5112	.5446	.5800
.9	.4393	.4665	.4964	.5285	.5625
1.0	.4271	.4532	.4819	.5127	.5454
1.2	.4039	.4281	.4546	.4831	.5132
1.4	.3829	.4053	.4299	.4562	.4840
1.6	.3641	.3849	.4078	.4322	.4580
1.8	.3472	.3667	.3880	.4108	.4347
2.0	.3322	.3504	.3704	.3917	.4140
2.2	.3187	.3359	.3546	.3746	.3955
2.4	.3065	.3227	.3404	.3592	.3789
2.6	.2955	.3109	.3276	.3453	.3639
2.8	.2856	.3001	.3159	.3328	.3504
3.0	.2764	.2903	.3058	.3218	.3380
3.5	.2567	.2691	.2825	.2967	.3115
4.0	.2405	.2517	.2638	.2766	.2899
4.5	.2269	.2371	.2481	.2597	.2718
5.0	.2155	.2246	.2348	.2454	.2564
6.0	.1964	.2044	.2132	.2223	.2317
7.0	.1816	.1887	.1963	.2043	.2125
8.0	.1697	.1759	.1827	.1898	.1971
9.0	.1597	.1654	.1715	.1779	.1843
10.0	.1522	.1562	.1606	.1651	.1696
15.0	.1228	.1263	.1301	.1340	.1378

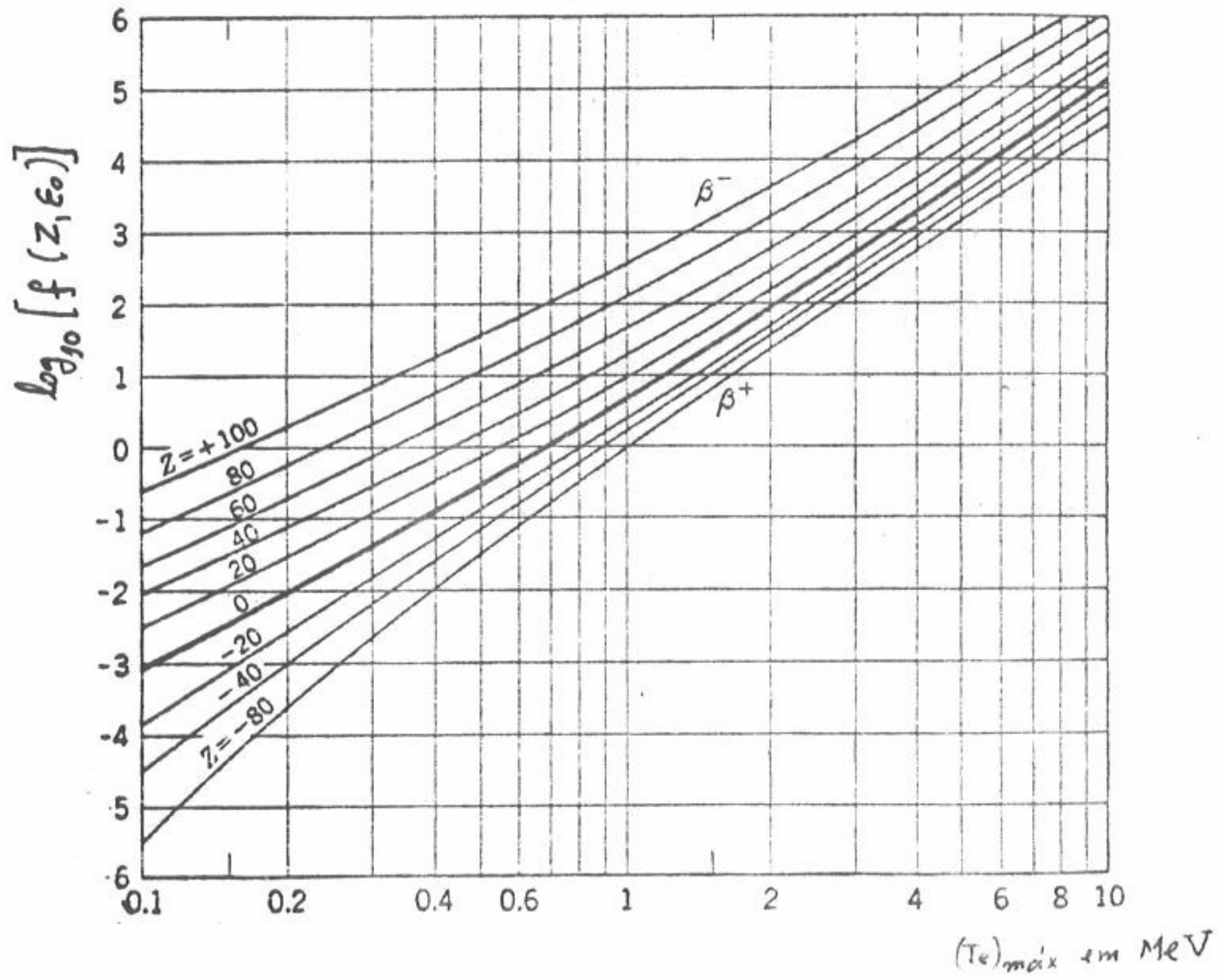
(Tábua extraída de Siegbahn, 1955)



## APÊNDICE 5

PERÍODOS COMPARADOS NO DECLÍNIO BETA FUNÇÃO  $f(Z, \epsilon_0)$ 

(ver páginas 182 a 184)



(Gráfico extraído de Evans, 1955)

BIBLIOGRAFIA

- F.T. AVIGNONE- "A Modern Nuclear Laboratory Course" (University of South Carolina Press, Columbia, South Carolina, U.S.A., 1975)
- M. DUQUESNE, R. GRÉGOIRE e M. LEFORT- "Travaux Pratiques de Physique Nucléaire et de Radiochimie" (Masson et Cie., Paris, 1960)
- Harald ENGE- "Introduction to Nuclear Physics" (Addison-Wesley Pub. Co., Reading, Mass., U.S.A., 1969)
- Robley D. EVANS- "The Atomic Nucleus" (Mc Graw-Hill, New York, 1955)
  - "Experiments in Nuclear Physics" (Publicações ORTEC, AN 34, 2<sup>nd</sup> Edition, 1976)
- Pierre MARMIER e Eric SHELDON - "Physics of Nuclei and Particles" (Academic Press, New York, 1970)
- Elisabeth PESSOA, Francisco COUTINHO e Óscar SALA- "Introdução à Física Nuclear" (Mc Graw-Hill do Brasil, Ltda., S. Paulo, 1978)
- J.M. REID - "The Atomic Nucleus" (Penguin Library of Physical Sciences, Penguin Books, L<sup>td</sup>, Harmondsworth, Middlesex, England, 1972)
- L. SALGUEIRO e J.G. FERREIRA - "Introdução à Física Atômica e Nuclear" (Lisboa, 1970 e 1975)
- E. SEGRÈ - "Nuclei and Particles" (W. A. Benjamin, Inc. New York, 1965)
- A. SHALIT e H. FESHBACH - "Theoretical Nuclear Physics" (John Wiley, New York, 1974)
- K. SIEGBAHN (ed.) - "Beta- and Gamma Ray Spectroscopy" (North Holland Pub. Co., Amsterdam, 1955)
- K. SIEGBAHN (ed.) - " $\alpha$ . $\beta$ . $\gamma$ . Ray Spectroscopy" (North Holland Pub. Co., Amsterdam, 1965)
- Luc VALENTIN- "Physique Subatomique: Noyaux et Particles" (Hermann, Paris, 1975)



ÍNDICE

Cap. I - Introdução histórica à Física Nuclear.....	1
Cap. II - Propriedades globais do núcleo.....	9
1. Introdução.....	9
2. Partículas elementares e leis de conservação.....	12
3. Unidades. Nomenclatura e generalidades sobre reações nucleares....	15
4. Dimensões do núcleo.....	22
5. Densidade da matéria nuclear.....	23
6. Massa nuclear e energia de ligação.....	25
6.1. Massas atômicas, energia de ligação e energia de separação.....	25
6.2. Cálculo da energia necessária numa reacção endotérmica.....	30
6.3. Balanço energético numa reacção nuclear: Tratamento relativista..	32
Cap. III - Leis do declínio radioactivo.....	39
1. Desintegração simples.....	39
1.1. Vida-média e período de semidesintegração.....	39
1.2. Actividade.....	41
2. Sobreposição de desintegração simples.....	44
2.1. Várias espécies de desintegração simples de um mesmo núclido,..	44
2.2. Desintegração de uma mistura de núclidos.....	46
3. Desintegração em cadeia: equilíbrio radioactivo.....	48
3.1. Actividade do núclido descendente em função da do	
núclido progenitor.....	48
3.2. Razão entre as actividades das duas substâncias.....	51
3.3. Desintegração em cadeia: caso geral.....	54
3.4. Unidades de actividade : o curie e o becquerel.....	55
3.5. Séries de núclidos radioactivos.....	56
3.6. A idade dos minerais e a datação dos materiais arqueológicos...60	
4. Radioactividade artificial.....	63
Cap. IV - Modelo nuclear da gota líquida.....	67
1. Introdução.....	67
2. Fórmula semiempírica de massa.....	68
2.1. Energia de volume.....	69
2.2. Energia de superfície.....	69
2.3. Energia de Coulomb.....	70
2.4. Energia devido ao excesso de neutrões.....	71



2.5. Energia de emparelhamento.....	73
2.6. Expressão final para a fórmula semiempírica de massa.....	74
2.7. Energia de ligação por nucleão.....	77
3. Estabilidade nuclear. Teoria de Yukawa.....	78
4. Aplicações da fórmula semiempírica de massa.....	80
4.1. Cálculo da constante $r_0$ .....	81
4.2. Comportamento dos isóbaros no decaimento beta.....	83
4.3. Aplicações da fórmula semiempírica de massa ao decaimento alfa.....	91
4.4. Fissão nuclear.....	92
4.5. Fusão nuclear.....	108
Cap. V - Decaimento alfa.....	113
1. Factos experimentais.....	113
2. Teoria da emissão alfa.....	116
2.1. Lei de Rutherford para a dispersão das partículas alfa.....	116
2.2. Barreira de potencial.....	118
2.3. Barreira de potencial e constante de decaimento.....	121
2.4. Teoria quântica do decaimento alfa.....	122
3. Espectros de energia das partículas alfa.....	140
3.1. Estrutura fina dos espectros alfa.....	140
3.2. Factores de interdição.....	143
3.3. Partículas alfa de longo percurso.....	144
3.4. Detecção e espectrometria das partículas alfa.....	146
Cap. VI - Decaimento beta.....	153
1. Introdução.....	153
2. Espectro beta.....	154
3. Interpretação do decaimento beta.....	156
4. Balanço energético no decaimento beta.....	159
5. Domínios de variação do número de massa, da energia e do período no decaimento beta.....	162
6. Teoria do decaimento beta.....	164
6.1. Posição do problema.....	164
6.2. Transição entre um estado inicial e um estado final: "Primeira regra de ouro".....	167
6.3. "Segunda regra de ouro".....	168
6.4. Elemento de matriz de interacção.....	171
6.5. Cálculo da densidade dos estados finais.....	174
6.6. Expressão final para a constante de decaimento.....	176



7. Diagrama de Fermi-Kurie.....	180
8. Períodos comparados.....	182
9. Transições permitidas e proibidas.Regras de selecção.....	184
10. Espectrometria magnética de electrões.....	189
Cap.VII - Grandezas Nucleares Características.....	199
1. Números quânticos das partículas individuais.....	199
1.1. Introdução.....	199
1.2. Número quântico orbital, $l$ .....	201
1.3. Número quântico magnético orbital, $m_l$ .....	201
1.4. Número quântico de spin, $s$ .....	201
1.5. Número quântico magnético de spin, $m_s$ .....	202
1.6. Número quântico de momento angular total, $j$ .....	202
1.7. Número quântico magnético de momento angular total, $m_j$ .....	202
1.8. Números quânticos radial, $n_r$ e principal, $n$ .....	202
1.9. Números quânticos do isospin, $T$ e $T_z$ .....	204
1.10. Estranheza, $S$ , hipercarga, $Y$ e número bariónico, $B$ .....	206
1.11. Paridade.....	210
2. Propriedades quânticas dos estados nucleares.....	213
2.1. Níveis de energia nuclear.....	213
2.2. Estudo do sistema nuclear isolado descrito por $H_{part}$ .....	214
2.3. Constantes do movimento.....	215
2.4. Momentos angulares nucleares.....	216
2.5. Paridade do núcleo.....	220
2.6. Não conservação da paridade no decaimento beta.....	222
2.7. Isospin de um nível nuclear.....	228
3. Interação do sistema nuclear isolado com os campos exteriores....	231
3.1. Elemento de matriz da interacção.....	231
3.2. Momentos multipolares eléctricos e magnéticos.....	233
4. Conclusão.....	255
Cap.VIII - Estados Excitados do Núcleo.....	257
1. Produção de estados excitados.....	257
1.1. Fotoexcitação.....	257
1.2. Excitação coulombiana.....	258
2. Transições radiativas nos núcleos : decaimento gama.....	258
2.1. Classificação das transições radiativas.....	258
2.2. Regras de selecção para as transições radiativas.....	261
2.3. Probabilidades de transição.....	264

2.4. Mistura de radiações multipolares.....	270
2.5. Esquemas de níveis nucleares.....	271
2.6. Distribuições angulares e correlações angulares da radiação gama.....	276
2.7. Espectroscopia gama sem recuo (efeito Mössbauer).....	294
3. Conversão interna.....	309
3.1. Definição.....	309
3.2. Coeficientes de conversão interna.....	311
APÊNDICE 1: Algumas Constantes.....	323
APÊNDICE 2: Algumas Unidades úteis.....	324
APÊNDICE 3: Função de Fermi $F(Z,E)$ .....	325
APÊNDICE 4: Tábua dos valores da Função de Fermi modificada $G(Z,\eta)$ para electrões.....	326
APÊNDICE 5: Períodos comparados no decaimento beta: Função $f(Z,E_0)$ .....	331
Bibliografia.....	332